



文登教育

Wendeng Education



理工社®

2015

文登培训学校策划

陈文灯◆主 编

◆附赠真题线路图，考点一目了然！**数学(三)**

考研数学 十年真题点评

◆立足真题 把握规律 ◆名师亲笔 点评独到

北京理工大学出版社
BEIJING INSTITUTE OF TECHNOLOGY PRESS



文登教育

Wendeng Education



理工社®

2015

文登培训学校策划

陈文灯◆主 编

数学(三)

◆附赠真题线路图, 考点一目了然!

考研数学 十年真题点评

◆立足真题 把握规律 ◆名师亲笔 点评独到

北京理工大学出版社
BEIJING INSTITUTE OF TECHNOLOGY PRESS

图书在版编目(CIP)数据

考研数学十年真题点评. 数学三/陈文灯主编. —北京:北京理工大学出版社, 2014. 3
ISBN 978 - 7 - 5640 - 8895 - 8

I. ①考… II. ①陈… III. ①高等数学 - 研究生 - 入学考试 - 题解 IV. ①O13 - 44

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2014)第 034372 号

出版发行 / 北京理工大学出版社有限责任公司

社 址 / 北京市海淀区中关村南大街 5 号

邮 编 / 100081

电 话 / (010)68914775(总编室)

82562903(教材售后服务热线)

68948351(其他图书服务热线)

网 址 / <http://www.bitpress.com.cn>

经 销 / 全国各地新华书店

印 刷 / 北京文良精锐印刷有限公司

开 本 / 787 毫米×1092 毫米 1/16

印 张 / 11.75

字 数 / 250 千字

版 次 / 2014 年 3 月第 1 版 2014 年 3 月第 1 次印刷

定 价 / 25.00 元

责任编辑 / 高 芳

文案编辑 / 胡 莹

责任校对 / 周瑞红

责任印制 / 边心超

前 言

一年一度的硕士研究生入学统一考试已经举行了十几届,积累了近百份数学试卷,这既是众多命题专家智慧和劳动的结晶,也是广大考研学子的宝贵财富。

历届的考研真题,除其内容外,还包含诸多有价值的信息,例如试题的形式、涵盖面、难度及试题所蕴涵的规律性。为了使考生在考研真题中汲取更多知识、掌握更多解题方法,我们将 2005—2014 年全国硕士研究生入学统一考试数学试题作了精心的解析,编写成《考研数学十年真题点评》系列丛书,奉献给广大考研朋友,书中对每道真题通过“分析”“详解”和“评注”三部分进行点评。在“分析”中用简明的语言给出解题思路;在“详解”中用简捷、新颖的方法给出详细解答;在“评注”中强调与真题有关的知识点及题解中使用的技巧。

希望读者在使用本书时,不要輕易地翻阅真题的解答,只有当百思不得其解时才查阅解答;而且每做完一道真题,应回过头来仔细阅读书中有关这道真题的分析、详解和评注,进行比对和总结。如果能如此下功夫做完最近十年的数学考研真题,我们深信读者在考研数学的基本概念和基本理论的理解上、在计算方法和计算技巧的掌握上都将获得一个飞跃,在解题能力和应考水平上也将有一个较大幅度的提高,从而能更加从容地面对研究生入学考试。

这套系列丛书自问世以来,深得广大考研学子的喜爱。今年在以往的基础上,我们作了认真的修订,增加了新的内容(如增加了考题路线图),使得它更适合广大考研朋友复习使用。

由于成书时间仓促,书中疏漏之处在所难免,恳请广大读者和同仁指正。

编 者

2014 年 3 月

近 10 年考题路线图

(2005—2014 年)

注:“一(1),2005 表示 2005”年第一大题第 1 小题,其中一()、二()为客观题,其他为解答题。此外,本表中删除了大纲中不要求的内容。(10 年考题总数 231 题,总分值 1500 分,其中 2007 年为 24 题)

第一部分 微积分

(10 年考题总数:131 题,总分值:804 分。占三部分题量之比重:56.7%;占三部分分值之比重:53.6%)

第一章 函数、极限、连续

(10 年考题总数:28 题,总分值:154 分。占第一部分题量之比重:21.4%;占第一部分分值之比重:19.2%)

题型 1 求 1^∞ 型极限(二(9),2011;二(9),2012)

题型 2 求 $0/0$ 型极限(二(9),2009;一(2),2011;三(15),2011;三(15),2012)

题型 3 求 $0 \cdot \infty$ 有界量型极限(二(11),2007)

题型 4 求 $\infty - \infty$ 型极限(三(15),2005)

题型 5 求 $\infty \cdot 0$ 型极限(一(1),2005;三(15),2008)

题型 6 求 0^0 型极限(三(15),2010)

题型 7 函数性质(奇偶性,周期性,单调性,有界性)的判定(二(11),2005)

题型 8 无穷小的比较或确定无穷小的阶(一(1),2007;一(2),2009;一(1),2011;一(1),2013;三(15),2013;一(3),2014;三(15),2014)

题型 9 数列极限存在的判定或证明或求解(一(1),2006)

题型 10 函数极限存在的判定或证明或求解(三(15),2006)

题型 11 函数连续性的讨论或证明或逆问题(二(9),2008)

题型 12 函数间断点的判定或证明(一(1),2008;一(1),2009;一(2),2013)

题型 13 极限中常数的确定(二(8),2006;一(1),2010;一(1),2014)

题型 14 与极限的定理(介值定理,保号性,单调有界等)相关的命题

第二章 一元函数微分学

(10 年考题总数:34.5 题,总分值:208 分。占第一部分题量之比重:26.3%;占第一部分分

值之比重:25.9%)

- 题型 1 与导数或微分的概念和性质相关的命题(二(7),2006;一(2),2007;一(2),2012;二(9),2013)
- 题型 2 求复合函数的导数或微分(一(2),2006;二(10),2011;二(10),2012)
- 题型 3 求隐函数的导数或微分(二(9),2010)
- 题型 4 函数极值或最值的判定或求解(二(10),2005;一(3),2010)
- 题型 5 函数拐点或凹凸性的判定或求解或逆问题(三(17),2007;二(12),2010;一(4),2014)
- 题型 6 求一元函数的高阶导数(二(12),2007)
- 题型 7 函数在某一区间至少存在一点或两点使某一式子成立的判定或证明(三(19),2007;三(18),2009;三(19),2010;三(19),2013)
- 题型 8 函数不等式或文字不等式的证明或判定(三(19),2005;三(17),2006;一(4),2010;三(18),2012)
- 题型 9 求一元函数在一点的切线方程或法线方程(三(18(I)),2006;二(11),2011)
- 题型 10 导数在经济学中的应用(一(5),2007;二(12),2009;二(11),2010;三(18),2013;二(9),2014)
- 题型 11 求曲线的渐近线(一(6),2007;一(1),2012;一(2),2014)
- 题型 12 与函数图形(单调区间,极值,拐点,渐近线等)相关的命题(三(17(II))(III),2012;三(19(II)),2012)
- 题型 13 方程的根的判定或证明(二(7),2005;三(18),2011)

第三章 一元函数积分学

(10年考题总数:18.5题,总分值:112分。占第一部分题量之比重:14.1%;占第一部分分值之比重:13.3%)

- 题型 1 求不定积分或原函数(三(16),2009;三(17),2011)
- 题型 2 已知函数图形,判定原函数图形(一(4),2009)
- 题型 3 定积分的计算(二(10),2008;一(3),2012;二(11),2013;二(11),2014)
- 题型 4 定积分的比较(一(3),2007;三(18),2010;一(4),2011;三(19),2014)
- 题型 5 定积分等式或不等式的判定或证明(三(18),2008;一(3),2009)
- 题型 6 求平面图形的面积(三(18(II)),2006;一(2),2008;二(10),2014)
- 题型 7 求平面图形绕坐标轴的旋转体的体积(二(10),2010;二(12),2011;三(16),2013)

第四章 多元函数微积分学

(10年考题总数:30题,总分值:205分。占第一部分题量之比重:22.9%;占第一部分分值之比重:25.5%)

- 题型 1 多元函数在一点偏导存在的判定(一(3),2008)
- 题型 2 求多元复合函数的偏导,全导或全微分(一(3),2005;三(16),2005;一(3),2006;二(13),2007;一(4),2008;三(16),2008;二(10),2009;三(16),2011;二(11),

2012;二(10),2013)

题型3 多元函数极值的判定或求解或应用(二(11),2006;三(15),2009;三(17),2010;)

题型4 二重积分的计算(一(8),2005;三(17),2005;三(16),2006;三(18),2007;二(11),2008;三(17),2008;三(17),2009;三(16),2010;三(19),2011;三(16),2012;一(3),2013;三(17),2013;三(16),2014)

题型5 二重积分更换积分次序(一(4),2007;二(12),2012;二(12),2014)

第五章 无穷级数

(10年考题总数:11题,总分值:73分。占第一部分题量之比重:8.4%;占第一部分分值之比重:9.1%)

题型1 无穷级数敛散性的判定(二(9),2005;二(9),2006;一(3),2011;一(4),2012;一(4),2013)

题型2 求无穷级数的和

题型3 求函数的幂级数展开,求幂级数的收敛域或收敛半径或和函数(三(18),2005;三(19),2006;三(20),2007;二(11),2009;三(18),2014)

题型4 无穷级数在经济中的应用(三(19),2008)

第六章 常微分方程与差分方程

(10年考题总数:9题,总分值:52分。占第一部分题量之比重:6.9%;占第一部分分值之比重:6.5%)

题型1 与线性微分方程解的性质和结构相关的命题(二(10),2006;一(2),2010)

题型2 求一阶齐次或可化为齐次微分方程的通解或特解(二(14),2007;二(12),2013)

题型3 求一阶线性微分方程的通解或特解(一(2),2005;二(12),2008;三(17),2014;)

题型4 求二阶齐次线性微分方程的通解或特解(三(19(I)),2012)

题型5 通过求导建立微分方程求解函数表达式或曲线方程(三(19),2009;三(17(I)),2012)

第二部分 线性代数

(10年考题总数:50题,总分值:348分。占三部分题量之比重:21.6%;占三部分分值之比重:23.2%)

第一章 行列式

(10年考题总数:4.8题,总分值:25分。占第二部分题量之比重:9.6%;占第二部分分值之比重:7.2%)

题型1 求矩阵的行列式(一(4),2006;二(13),2008;三(20(I)),2008;二(13),2010;三(20(I)),2012;一(5),2014)

第二章 矩阵

(10年考题总数:14.8题,总分值:80分。占第二部分题量之比重:29.6%;占第二部分分值之比重:23%)

题型1 与矩阵的逆相关的计算、判定或证明(一(5),2008)

题型2 矩阵的运算(三(21(I)),2005;三(21(II)),2008)

题型3 矩阵的幂的计算(三(21(III)),2006)

题型4 与伴随矩阵相关的计算或证明(二(12),2005;一(5),2009;二(13),2012;二(13),2013)

题型5 与矩阵的秩相关的计算,判定或证明(二(15),2007;三(21(I)),2012)

题型6 与初等矩阵或初等变换相关的命题(二(13),2006;一(6),2009;一(5),2011)

题型7 两个矩阵关系(等价、相似或合同等)的判定(一(8),2007;一(6),2008;一(6),2013;三(21),2014)

第三章 向量

(10年考题总数:11题,总分值:67分。占第二部分题量之比重:22%;占第二部分分值之比重:19.3%)

题型1 向量组线性相关性的判断或证明(二(12),2006;一(7),2007;三(21(I)),2008;三(20(II)),2009;一(5),2010;一(5),2012;一(5),2013;一(6),2014)

题型2 根据向量的线性相关性求参数(一(4),2005;二(13),2005;三(20(I)),2011)

题型3 讨论含参变量的向量的线性表出(三(20),2006;三(20(II)),2011)

第四章 线性方程组

(10年考题总数:7.7题,总分值:80分。占第二部分题量之比重:15.4%;占第二部分分值之比重:23%)

题型1 与解的判定、性质和结构相关的命题的判定或证明

题型2 线性方程组的通解的计算或判定(三(20(I)),2009;一(6),2011;三(20(II)),2012;三(20),2014)

题型3 讨论含参数的线性方程组的解(三(20),2005;三(21),2007;三(20(II)(III)),2008;三(20),2010;三(20),2013)

第五章 矩阵的特征值和特征向量

(10年考题总数:7.2题,总分值:58分。占第二部分题量之比重:14.4%;占第二部分分值之比重:16.7%)

题型1 求矩阵的特征值或特征向量(三(21(I)),2006;三(22),2007;三(21(I)),2009;三(21(I)),2011)

题型2 已知实对称矩阵的特征值或特征向量,反求矩阵的表达式或使其对角化的正交阵(三(21),2010;三(21(II)),2011)

题型 3 矩阵对角化的判定或证明或对角阵的求解(三(21(Ⅱ)),2006;一(6),2012)

题型 4 相似矩阵的判定或逆问题(二(13),2009;一(6),2010)

第六章 二次型

(10 年考题总数:4.5 题,总分值:38 分。占第二部分题量之比重:9%;占第二部分分值之比重:10.9%)

题型 1 求化实二次型为标准二次型的正交变换或正交矩阵(二(13),2011;三(21(Ⅱ)),2012;三(21),2013)

题型 2 已知一二次型的特征值,求二次型中的参数

题型 3 求二次型的秩

题型 4 矩阵正定的判定或证明(三(21(Ⅱ)),2005)

题型 5 与二次型规范型相关的命题(三(21(Ⅱ)),2009;二(13),2014)

第三部分 概率论与数理统计

(10 年考题总数:50 题,总分值:352 分。占三部分题量之比重:21.6%;占三部分分值之比重:23.5%)

第一章 随机事件和概率

(10 年考题总数:4 题,总分值:16 分。占第三部分题量之比重:8%;占第三部分分值之比重:4.6%)

题型 1 求随机事件的概率(一(5),2005;一(9),2007)

题型 2 随机事件的关系运算(一(7),2009;一(7),2014)

第二章 随机变量及其分布

(10 年考题总数:9.2 题,总分值:45 分。占第三部分题量之比重:18.4%;占第三部分分值之比重:12.9%)

题型 1 求一维随机变量函数的分布(三(22(Ⅰ)),2006;三(22(Ⅱ)),2011;一(8),2012;一(8),2013)

题型 2 与一维随机变量概念、性质相关的命题(二(14),2006;一(8),2010;二(7),2011)

题型 3 已知分布,求概率(二(14),2008;一(7),2010;三(22(Ⅰ)),2012;一(7),2013)

第三章 二维随机变量及其分布

(10 年考题总数:18.7 题,总分值:151 分。占第三部分题量之比重:37.4%;占第三部分分值之比重:43.4%)

题型 1 求二维离散型随机变量的联合分布律或分布函数或边缘概率分布(一(6),2005;三(23(Ⅱ)),2009;三(23(Ⅰ)),2010;三(22(Ⅰ)),2011)

题型 2 求二维连续型随机变量的分布或分布密度或边缘密度函数(三(22),2005;三(23(I)),2011;一(7),2012;三(23(I)),2012)

题型 3 两个或多个随机变量的独立性或相关性的判定或证明(三(22),2013)

题型 4 求二维随机变量的条件概率或条件密度函数(一(10),2007;三(22(I)),2008;三(22),2009;三(23(I)),2009;三(22),2010;三(23(II)),2011;二(14),2012)

题型 5 求两个随机变量的函数的概率分布或概率密度或在某一区域的概率(一(5),2006;三(22(III)),2006;二(16),2007;三(23),2007;一(7),2008;三(22(II)),2008;一(8),2009;三(23),2014)

第四章 随机变量的数字特征

(10 年考题总数:6.5 题,总分值:53 分。占第三部分题量之比重:13%;占第三部分分值之比重:14.6%)

题型 1 求二维随机变量或函数的数字特征(二(14),2011;三(23(II)),2012;二(14),2013;三(22),2014)

题型 2 求两个随机变量的协方差或相关系数(三(22(II)),2006;一(8),2008;三(23(II)),2010;三(22(II)),2011;三(22(II)),2012)

第五章 数理统计的基本概念

(10 年考题总数:6.3 题,总分值:28 分。占第三部分题量之比重:12.6%;占第三部分分值之比重:8%)

题型 1 分位数的求解

题型 2 统计量的分布的求解或判定或证明(二(14),2005;一(8),2014)

题型 3 求统计量的数字特征(三(23(I)),2005;一(6),2006;二(14),2009;二(14),2010;一(8),2011)

第六章 参数估计

(10 年考题总数:5.3 题,总分值:55 分。占第三部分题量之比重:10.6%;占第三部分分值之比重:15.8%)

题型 1 求参数的矩估计或最大似然估计(三(23),2006;三(24(I)),2007;三(23),2013)

题型 2 与无偏性、一致性或有效性有关的命题(三(23(III)),2005;三(24(II)),2007;三(23),2008;二(14),2014)

目 录

第一篇 2005—2014 年考研数学三试题

2014 年考研数学三试题	(1)
2013 年考研数学三试题	(4)
2012 年考研数学三试题	(8)
2011 年考研数学三试题	(12)
2010 年考研数学三试题	(15)
2009 年考研数学三试题	(18)
2008 年考研数学三试题	(22)
2007 年考研数学三试题	(25)
2006 年考研数学三试题	(29)
2005 年考研数学三试题	(32)

第二篇 2005—2014 年考研数学三试题分类解析

第一部分 微积分	(36)
第一章 函数、极限、连续	(36)
第二章 一元函数微分学	(47)
第三章 一元函数积分学	(62)
第四章 多元函数微积分学	(71)
第五章 无穷级数	(88)
第六章 常微分方程与差分方程	(96)
第二部分 线性代数	(103)
第一章 行列式	(103)
第二章 矩阵	(106)
第三章 向量	(112)
第四章 线性方程组	(118)
第五章 矩阵的特征值与特征向量	(128)
第六章 二次型	(135)
第三部分 概率论与数理统计	(143)
第一章 随机事件和概率	(143)
第二章 随机变量及其分布	(146)
第三章 多维随机变量的分布	(151)
第四章 随机变量的数字特征	(165)
第五章 数理统计的基本概念	(169)
第六章 参数估计	(171)

第一篇 2005—2014 年考研数学三试题

2014 年考研数学三试题

一、选择题(1~8 小题,每小题 4 分,共 32 分.下列每小题给出的四个选项中,只有一项符合题目要求.请将所选项前的字母填在题后括号内)

(1) 若 $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = a$, 且 $a \neq 0$, 则 n 充分大时有

P41, 15 题

(A) $|a_n| > \frac{|a|}{2}$.

(B) $|a_n| < \frac{|a|}{2}$.

(C) $a_n > a - \frac{1}{n}$.

(D) $a_n < a + \frac{1}{n}$.

【 】

(2) 下列曲线中有渐近线的是

P55, 20 题

(A) $y = x + \sin x$.

(B) $y = x^2 + \sin x$.

(C) $y = x + \sin \frac{1}{x}$.

(D) $y = x^2 + \sin \frac{1}{x}$.

【 】

(3) 设 $P(x) = a + bx + cx^2 + dx^3$, 当 $x \rightarrow 0$ 时, 若 $P(x) - \tan x$ 是比 x^3 高阶的无穷小, 则下列选项错误的是

P44, 20 题

(A) $a = 0$.

(B) $b = 1$.

(C) $c = 0$.

(D) $d = \frac{1}{6}$.

【 】

(4) 设函数 $f(x)$ 具有二阶导数, $g(x) = f(0)(1-x) + f(1)x$, 则在区间 $[0, 1]$ 内

P54, 18 题

(A) 当 $f'(x) \geq 0$ 时, $f(x) \geq g(x)$.

(B) 当 $f'(x) \geq 0$ 时, $f(x) \leq g(x)$.

(C) 当 $f''(x) \geq 0$ 时, $f(x) \geq g(x)$.

(D) 当 $f''(x) \geq 0$ 时, $f(x) \leq g(x)$.

【 】

(5) 行列式 $\begin{vmatrix} 0 & a & b & 0 \\ a & 0 & 0 & b \\ 0 & c & d & 0 \\ c & 0 & 0 & d \end{vmatrix} =$

P104, 5 题

(A) $(ad - bc)^2$.

(B) $-(ad - bc)^2$.

(C) $a^2 d^2 - b^2 c^2$.

(D) $b^2 c^2 - a^2 d^2$.

【 】

(6) 设 $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ 为 3 维向量, 则对任意常数 k, l , 向量组 $\alpha_1 + k\alpha_3, \alpha_2 + l\alpha_3$ 线性无关是向量组 $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ 线性无关的

P116, 10 题

(A) 必要非充分条件.

(B) 充分非必要条件.

(C) 充分必要条件.

(D) 既非充分也非必要条件.

【 】

(7) 设随机事件 A 与 B 相互独立, 且 $P(B) = 0.5, P(A - B) = 0.3$, 则 $P(B - A) =$

P143, 2 题

(A) 0.1. (B) 0.2. (C) 0.3. (D) 0.4. 【 】

(8) 若 X_1, X_2, X_3 是来自正态总体 $N(\mu, \sigma^2)$ 的简单随机样本, 则统计量 $S = \frac{X_1 - X_2}{\sqrt{2} |X_3|}$ 服从

的分布为

P169, 3 题

(A) $F(1, 1)$. (B) $F(2, 1)$. (C) $t(1)$. (D) $t(2)$. 【 】

二、填空题(9 ~ 14 小题, 每小题 4 分, 共 24 分. 请将答案写在题中横线上)

(9) 设某商品的需求函数为 $Q = 40 - 2p$ (p 为商品的价格), 则该商品的边际收益为

P61, 34 题

(10) 设 D 是由曲线 $xy + 1 = 0$ 与直线 $y + x = 0$ 及 $y = 2$ 围成的有界区域, 则 D 的面积

为 P64, 5 题

(11) 设 $\int_0^a x e^{2x} dx = \frac{1}{4}$, 则 $a =$.

P66, 10 题

(12) 二次积分 $\int_0^1 dy \int_y^1 (\frac{e^{x^2}}{x} - e^{y^2}) dx =$.

P80, 22 题

(13) 设二次型 $f(x_1, x_2, x_3) = x_1^2 - x_2^2 + 2ax_1x_3 + 4x_2x_3$ 的负惯性指数为 1, 则 a 的取值范围是 .

P138, 5 题

(14) 设总体 X 的概率密度为 $f(x; \theta) = \begin{cases} \frac{2x}{3\theta^2}, & \theta < x < 2\theta \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$, 其中 θ 是未知参数, $X_1, X_2, \dots$, X_n 为来自总体 X 的简单随机样本, 若 $E(c \sum_{i=1}^n X_i^2) = \theta^2$, 则 $c =$.

P174, 6 题

三、解答题(15 ~ 23 小题, 共 94 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤)

(15) (本题满分 10 分)

求极限 $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\int_1^x [t^2(e^{\frac{1}{t}} - 1) - t] dt}{x^2 \ln(1 + \frac{1}{x})}$.

P44, 21 题

(16) (本题满分 10 分)

设平面区域 $D = \{(x, y) \mid 1 \leq x^2 + y^2 \leq 4, x \geq 0, y \geq 0\}$, 计算 $\iint_D \frac{x \sin(\pi \sqrt{x^2 + y^2})}{x + y} dx dy$.

P87, 32 题

(17) (本题满分 10 分)

设函数 $f(u)$ 具有连续导数, 且 $z = f(e^x \cos y)$ 满足

$$\cos y \frac{\partial z}{\partial x} - \sin y \frac{\partial z}{\partial y} = (4z + e^x \cos y) e^x.$$

若 $f(0) = 0$, 求 $f(u)$ 的表达式.

P97, 6 题

(18) (本题满分 10 分)

求幂级数 $\sum_{n=0}^{\infty} (n+1)(n+3)x^n$ 的收敛域及和函数.

P93, 9 题

(19)(本题满分 10 分)

设函数 $f(x), g(x)$ 在区间 $[a, b]$ 上连续, 且 $f(x)$ 单调增加, $0 \leq g(x) \leq 1$,

证明: (I) $0 \leq \int_a^x g(t) dt \leq x - a, \quad x \in [a, b]$;

(II) $\int_a^{a+\int_a^b g(t) dt} f(x) dx \leq \int_a^b f(x) g(x) dx.$

P65, 8 题

(20)(本题满分 11 分)

设 $A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 3 & -4 \\ 0 & 1 & -1 & 1 \\ 1 & 2 & 0 & -3 \end{pmatrix}$, E 为 3 阶单位矩阵

(I) 求方程组 $AX = 0$ 的一个基础解系;

(II) 求满足 $AB = E$ 的所有矩阵 B .

P123, 7 题

(21)(本题满分 11 分)

证明: n 阶矩阵 $\begin{pmatrix} 1 & 1 & \cdots & 1 \\ 1 & 1 & \cdots & 1 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & 1 & \cdots & 1 \end{pmatrix}$ 与 $\begin{pmatrix} 0 & \cdots & 0 & 1 \\ 0 & \cdots & 0 & 2 \\ \vdots & & \vdots & \vdots \\ 0 & \cdots & 0 & n \end{pmatrix}$ 相似.

P141, 10 题

(22)(本题满分 11 分)

设随机变量 X 的概率分布为 $P(X=1) = P(X=2) = \frac{1}{2}$, 在给定 $X=i$ 的条件下, 随机变量 Y 服从均匀分布 $U(0, i) (i=1, 2)$.

(I) 求 Y 的分布函数 $F_Y(y)$;

(II) 求 EY .

P167, 7 题

(23)(本题满分 11 分)

设随机变量 X, Y 的概率分布相同, X 的概率分布为 $P(X=0) = \frac{1}{3}, P(X=1) = \frac{2}{3}$, 且 X 与 Y 的相关系数为 $\rho_{XY} = \frac{1}{2}$,

(I) 求 (X, Y) 的概率分布;

(II) 求 $P(X+Y \leq 1)$.

P163, 15 题

2013 年考研数学三试题

一、选择题(1~8 小题,每小题 4 分,共 32 分.下列每小题给出的四个选项中,只有一项符合题目要求.请将所选项前的字母填在题后括号内)

(1) 当 $x \rightarrow 0$ 时,用 $o(x)$ 表示比 x 高阶的无穷小,则下列式子中错误的是 P43,18 题

(A) $x \cdot o(x^2) = o(x^3)$.

(B) $o(x) \cdot o(x^2) = o(x^3)$.

(C) $o(x^2) + o(x^2) = o(x^2)$.

(D) $o(x) + o(x^2) = o(x^2)$. 【 】

(2) 函数 $f(x) = \frac{|x|^x - 1}{x(x+1)\ln|x|}$ 的可去间断点的个数为 P46,25 题

(A) 0.

(B) 1.

(C) 2.

(D) 3. 【 】

(3) 设 D_k 是圆域 $D = \{(x, y) \mid x^2 + y^2 \leq 1\}$ 位于第 k 象限的部分,记 $I_k = \iint_{D_k} (y-x) dx dy$ ($k =$

1, 2, 3, 4), 则 P79,19 题

(A) $I_1 > 0$.

(B) $I_2 > 0$.

(C) $I_3 > 0$.

(D) $I_4 > 0$. 【 】

(4) 设 $\{a_n\}$ 为正项数列,下列选项正确的是 P90,5 题

(A) 若 $a_n > a_{n+1}$, 则 $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} a_n$ 收敛.

(B) 若 $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} a_n$ 收敛, 则 $a_n > a_{n+1}$.

(C) 若 $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ 收敛, 则存在常数 $p > 1$, 使 $\lim_{n \rightarrow \infty} n^p a_n$ 存在.

(D) 若存在常数 $p > 1$, 使 $\lim_{n \rightarrow \infty} n^p a_n$ 存在, 则 $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ 收敛. 【 】

(5) 设矩阵 A, B, C 均为 n 阶矩阵, 若 $AB = C$ 且 B 可逆, 则 P112,2 题

(A) 矩阵 C 的行向量组与矩阵 A 的行向量组等价.

(B) 矩阵 C 的列向量组与矩阵 A 的列向量组等价.

(C) 矩阵 C 的行向量组与矩阵 B 的行向量组等价.

(D) 矩阵 C 的列向量组与矩阵 B 的列向量组等价. 【 】

(6) 矩阵 $\begin{pmatrix} 1 & a & 1 \\ a & b & a \\ 1 & a & 1 \end{pmatrix}$ 与 $\begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & b & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ 相似的充分必要条件为 P141,9 题

(A) $a = 0, b = 2$.

(B) $a = 0, b$ 为任意常数.

(C) $a = 2, b = 0$.

(D) $a = 2, b$ 为任意常数. 【 】

(7) 设 X_1, X_2, X_3 是随机变量, 且 $X_1 \sim N(0, 1), X_2 \sim N(0, 2^2), X_3 \sim N(5, 3^2)$, $P_j = P\{-2 \leq X_j \leq 2\} (j = 1, 2, 3)$ 则 P150, 8 题

(A) $P_1 > P_2 > P_3$.

(B) $P_2 > P_1 > P_3$.

(C) $P_3 > P_1 > P_2$.

(D) $P_1 > P_3 > P_2$.

【 】

(8) 设随机变量 X 和 Y 相互独立, 且 X 和 Y 的概率分布分别为

X	0	1	2	3
P	1/2	1/4	1/8	1/8

Y	-1	0	1
P	1/3	1/3	1/3

则 $P\{X+Y=2\} =$

P148, 4 题

(A) $\frac{1}{12}$.

(B) $\frac{1}{8}$.

(C) $\frac{1}{6}$.

(D) $\frac{1}{2}$.

【 】

二、填空题(9 ~ 14 小题, 每小题 4 分, 共 24 分. 请将答案写在题中横线上)

(9) 设曲线 $y = f(x)$ 和 $y = x^2 - x$ 在点 $(1, 0)$ 处有公共的切线, 则 $\lim_{n \rightarrow \infty} n f\left(\frac{n}{n+2}\right) =$.

P48, 5 题

(10) 设函数 $z = z(x, y)$ 由方程 $(z+y)^x = xy$ 确定, 则 $\left. \frac{\partial z}{\partial x} \right|_{(1,2)} =$.

P75, 11 题

(11) 求 $\int_1^{+\infty} \frac{\ln x}{(1+x)^2} dx =$.

P65, 9 题

(12) 微分方程 $y'' - y' + \frac{1}{4}y = 0$ 的通解为 $y =$.

P99, 8 题

(13) 设 $A = (a_{ij})$ 是三阶非零矩阵, $|A|$ 为 A 的行列式, A_{ij} 为 a_{ij} 的代数余子式, 若 $a_{ij} + A_{ij} = 0 (i, j = 1, 2, 3)$, 则 $|A| =$.

P107, 4 题

(14) 设随机变量 X 服从标准正态分布 $X \sim N(0, 1)$, 则 $E(Xe^{2X}) =$.

P167, 6 题

三、解答题(15 ~ 23 小题, 共 94 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤)

(15)(本题满分 10 分)

当 $x \rightarrow 0$ 时, $1 - \cos x \cdot \cos 2x \cdot \cos 3x$ 与 ax^n 为等价无穷小, 求 n 与 a 的值. P43, 19 题

(16)(本题满分 10 分)

设 D 是由曲线 $y = x^{\frac{1}{3}}$, 直线 $x = a (a > 0)$ 及 x 轴所围成的平面图形, V_x, V_y 分别是 D 绕 x 轴, y 轴旋转一周所得旋转体的体积, 若 $V_y = 10V_x$, 求 a 的值. P69, 17 题

(17)(本题满分 10 分)

设平面内区域 D 由直线 $x = 3y, y = 3x$ 及 $x + y = 8$ 围成, 计算 $\iint_D x^2 dx dy$. P86, 31 题

(18)(本题满分 10 分)

设生产某产品的固定成本为 60 000 元,可变成本为 20 元/件,价格函数为 $P = 60 - \frac{Q}{1\,000}$ (P 是单价,单位:元, Q 是销量,单位:件),已知产销平衡,求:

- (I) 该商品的边际利润;
 (II) 当 $P = 50$ 时的边际利润,并解释其经济意义;
 (III) 使得利润最大的定价 P .

P61,33 题

(19)(本题满分 10 分)

设函数 $f(x)$ 在 $[0, +\infty)$ 上可导, $f(0) = 0$ 且 $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 2$, 证明

- (I) 存在 $a > 0$, 使得 $f(a) = 1$;
 (II) 对 (I) 中的 a , 存在 $\xi \in (0, a)$, 使得 $f'(\xi) = \frac{1}{a}$.

P60,29 题

(20)(本题满分 11 分)

设 $A = \begin{pmatrix} 1 & a \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & b \end{pmatrix}$, 当 a, b 为何值时, 存在矩阵 C 使得 $AC - CA = B$, 并求所有矩阵 C .

P122,6 题

(21)(本题满分 11 分)

设二次型 $f(x_1, x_2, x_3) = 2(a_1x_1 + a_2x_2 + a_3x_3)^2 + (b_1x_1 + b_2x_2 + b_3x_3)^2$, 记 $\alpha = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{pmatrix}$, $\beta = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{pmatrix}$.

- (I) 证明二次型 f 对应的矩阵为 $2\alpha\alpha^T + \beta\beta^T$;
 (II) 若 α, β 正交且均为单位向量, 证明 f 在正交变换下的标准型为 $2y_1^2 + y_2^2$. P138,4 题

(22)(本题满分 11 分)

设 (X, Y) 是二维随机变量, X 的边缘概率密度为 $f_X(x) = \begin{cases} 3x^2, & 0 < x < 1 \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$, 在给定 $X = x (0 < x < 1)$ 的条件下, Y 的条件概率密度 $f_{Y|X}(y|x) = \begin{cases} \frac{3y^2}{x^3}, & 0 < y < x \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$.

- (I) 求 (X, Y) 的概率密度 $f(x, y)$;
 (II) Y 的边缘概率密度 $f_Y(y)$;
 (III) 求 $P\{X > 2Y\}$.

P155,7 题