



普通高等教育“十二五”规划教材
21世纪高等学校物理学精品教材

大学物理学教程

DAXUE WULIXUE JIAOCHENG

上册

李云宝 李 钰 主编



科学出版社

普通高等教育“十二五”规划教材
21 世纪高等学校物理学精品教材

大学物理学教程(上)

李云宝 李 钰 主编

科学出版社

北 京

版权所有,侵权必究

举报电话:010-64030229;010-64034315;13501151303

内 容 简 介

本书根据教育部高等学校物理学与天文学教学指导委员会制订的“理工科类大学物理课程教学基本要求”,在编者总结长期教学经验和教学改革实践的基础上,结合当前国内外优秀教学研究成果编写而成的。本书力图在加强学生基础理论的同时,重点培养学生分析问题、解决问题和独立思考的能力。

教材内容参照优秀工科物理教材的体系,分为上、下两册。上册分为力学、电磁学等,下册分为热学、振动与波、光学、近代物理基础和分子与固体、核物理与粒子物理、天体物理与宇宙学、现在科学与高新技术的物理基础专题。

本书可以作为高等学校工科、理科各专业的大学物理课程教材,也可供相关科技工作者参考和其他读者自学。

图书在版编目(CIP)数据

大学物理学教程.上/李云宝,李钰主编.—北京:科学出版社,2015.1
普通高等教育“十二五”规划教材 21世纪高等学校物理学精品教材
ISBN 978-7-03-042627-7

I.①大… II.①李… ②李… III.①物理学—高等学校—教材 IV.①O4

中国版本图书馆CIP数据核字(2015)第277444号

责任编辑:王雨舸/责任校对:董艳辉

责任印制:高 嵘/封面设计:苏 波

科学出版社 出版

北京东黄城根北街16号

邮政编码:100717

http://www.sciencep.com

武汉市新华印刷有限责任公司印刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

*

开本:787×1092 1/16

2015年1月第一版 印张:16 1/4

2015年1月第一次印刷 字数:406 400

定价:38.00元

(如有印装质量问题,我社负责调换)

前 言

物理学研究物质世界的基本结构、相互作用以及最普遍的运动规律,是所有自然科学和工程技术的基础。而以物理学为基础的大学物理课程,是高等学校理工科各专业学生的一门重要的必修课。该门课程所讲授的基本概念、理论和方法既是构成学生科学素养的重要组成部分,也是每个科学工作者和工程技术人员所应必备的。

物理学是一门基础学科,从古代物理学发展到经典物理学,再到近代物理学,物理学的每一次发展都对人类的文明和科技进步起到了非常巨大的作用。因此,物理学是科技人才素质教育的基础。为了让物理学更加走近大众,让世界了解物理学,联合国第 58 次会议通过了 2005 年为“国际物理年”的决议,这是目前唯一一个以学科命名的年份,表明物理学对社会的发展起着巨大的推动作用,得到了国际社会的普遍认可。

本书是根据教育部最新制订的“理工科非物理类专业大学物理课程教学基本要求”,在编者多年教学实践经验的基础上进行总结编写的。它涵盖了“理工科非物理类专业大学物理课程教学基本要求”中的所有 A 类内容;B 类内容中有的以带“*”号的形式出现,有的写成了专题形式,可供广大读者参考和自学。

本书编写的初衷,是为高等学校理工科各专业的学生提供一套难度合适、内容充实的教材。在这一指导思想框架下,作者结合多年来的教学实践经验和教育理念,充分借鉴国内外教材改革的成果,力求博采众长,使教材不仅便于教师讲授,也便于学生阅读和自学,更加适应当前大学物理课程的教学要求。教材主要有以下特色:

(1) 强调物理思想和物理图像,简约推导过程,能够用物理图像解释清楚的问题,尽量不用复杂的数学来推证;

(2) 注重物理学知识与自然现象相结合、与生活相结合、与科学技术相结合,以增强物理学的生动感和真实感;

(3) 注重科学思维和科学方法的培养,把物理学方法论中涉及的基本原理介绍给读者;

(4) 近代物理学的内容叙述上力求生动、通俗易懂;

(5) 开设专题阅读,介绍物理学前沿和现代物理技术应用,以激发读者对物理的学习兴趣;

(6) 与国际物理教育相接轨,书中首次出现的物理概念和定律注明了其英文名称。

本书分为上、下两册。上册包括力学、电磁学等内容;下册包括热学、振动与波、光学、近代物理基础和分子与固体、核物理与粒子物理、天体物理与宇宙学、现在科学与高新技术的物理基础专题等。在保证大学物理课程教学体系的整体性和系统性的基础上,章节的具体编排上适当的考虑了教学上的方便。例如,狭义相对论和量子物理同属于近代物理的内容,两部分知识之间有较强的联系,因此本书把它们排在经典物理学内容的后面,共同属于近代物理基础篇。

本书由武汉科技大学理学院应用物理系大学物理教研室的教师们共同编写完成。上册编写人员:侯阳来、衡伯军、李新、李钰、魏然。下册编写人员:侯廷平、徐麦荣、李俊、闵永泉、戴厚

梅、卢建夺、李云宝。

本书(上册)由李云宝、李钰主编,衡伯军、魏然、侯阳来任副主编,熊祖钊教授对本套教材的编写提出了一些建议,周怡等老师对本套教材的编写给予了许多帮助和支持,在此一并表示由衷的谢意。

由于编写时间有限,书中难免会有不足之处,欢迎广大读者提出宝贵意见和建议,我们将在今后的再版中予以纠正,使我们的教材不断完善和提高。

编者

2014年9月

目 录

绪论	1
第 1 章 质点运动学	4
1.1 质点及质点运动的描述	4
1.2 质点运动的描述	6
1.3 质点运动学的两类问题	14
1.4 相对运动	15
思考题与习题	16
第 2 章 质点动力学	22
2.1 牛顿运动定律	22
2.2 牛顿运动定律的应用	26
2.3 惯性系与非惯性系	30
思考题与习题	32
第 3 章 功和机械能	37
3.1 功和功率	37
3.2 动能定理	40
3.3 保守力与非保守力、势能	43
3.4 功能原理 机械能守恒定律	49
思考题与习题	54
第 4 章 动量守恒定律	60
4.1 质点和质点系的冲量和动量	60
4.2 动量守恒定律	66
4.3 系统内质量移动问题	67
4.4 碰撞	70
思考题与习题	71
第 5 章 刚体力学基础	74
5.1 刚体 刚体的运动	74
5.2 刚体的定轴转动定律	78
5.3 力矩的功 刚体定轴转动动能	86
5.4 刚体的角动量及角动量守恒定律	89
5.5 刚体的平面平行运动	94
5.6 刚体的进动	95
5.7 经典力学的成就和局限性	97
思考题与习题	100
第 6 章 真空中的静电场	104
6.1 库仑定律	104

6.2	电场强度	107
6.3	静电场高斯定理	113
6.4	静电场环路定理	124
6.5	电势、电势差	126
6.6	电场强度与电势梯度	129
	思考题与习题	132
第 7 章	静电场中的导体与电介质	138
7.1	静电场中的导体	138
7.2	电容、电容器	143
7.3	静电场中的电介质	147
7.4	电介质中的高斯定理	152
7.5	静电场的能量	155
	思考题与习题	157
第 8 章	稳恒磁场	163
8.1	恒定电流	163
8.2	磁感应强度	166
8.3	毕奥-萨伐尔定律	168
8.4	恒定磁场的高斯定理	172
8.5	恒定磁场的安培环路定理	175
8.6	安培定律	179
8.7	恒定磁场对载流线圈的作用	181
8.8	洛伦兹力、霍尔效应	184
	思考题与习题	193
第 9 章	磁介质	201
9.1	介质的磁化	201
9.2	磁介质中的安培定理 磁场强度	203
9.3	铁磁质	206
	思考题与习题	209
第 10 章	电磁感应	212
10.1	电磁感应的基本定律	212
10.2	动生电动势与感生电动势	216
10.3	自感和互感	225
10.4	磁场的能量	229
	思考题与习题	230
第 11 章	麦克斯韦方程组	236
11.1	位移电流	236
11.2	麦克斯韦方程组	239
11.3	电磁波	241
	思考题与习题	243
	习题答案	246

绪论

1. 物理学

物理学是研究物质运动最一般规律和物质基本结构的学科。作为自然科学的一门分支学科,物理学研究大至宇宙、小至基本粒子等一切物质最基本的运动形式和规律。

物理学的英文“Physics”一词来源于古希腊文,原有的含义是自然。从字面上看,“物”是指物质的结构和性质,“理”是指物质的运动的变化的道理和规律。可见物理学是揭示自然界最基本形态的科学,它研究物质的基本结构、相互作用和运动形态基本规律。

物理学是最古老的科学之一,在过去的两千多年里,物理学与哲学、化学等经常被混淆在一起,相提并论。直到16世纪科学革命之后,物理学才单独成为一门科学。物理学的理论通常是以数学的形式表达出来,由经过大量被实验严格验证的物理学定律组成。

物理学研究的范围很广,涉及物质世界的各个层次。从空间尺度上看,小到原子、原子核、基本粒子、DNA长度、最小的细胞,大到哈勃半径、星系团、银河系、恒星的距离、太阳系、超星系团等;从时间尺度上看,短到基本粒子的寿命 10^{-25} s,长到宇宙的使用寿命 10^{18} s都属于物理学研究的范围。

2. 物理学的框架

大体上说来,整个物理学的框架结构由两大部分组成。一个是经典物理学(以牛顿力学、麦克斯韦电磁场理论以及热力学与统计物理为主要基础而构成的);一个是近代物理学(以爱因斯坦相对论以及量子力学为主要基础而构成的)。从经典物理学到近代物理学,是人们对物质运动认识上一次大的飞跃。从物理学的发展进程来看,它们代表着两个重大的里程碑。具体地说,物理学的重大基础理论可分为五大门类。

(1) 力学(就是牛顿力学或经典力学):研究物体机械运动的基本规律及关于时空相对性的规律。

(2) 统计物理和热力学:研究物质热运动的统计规律及其宏观表现。

(3) 电磁学:研究电磁现象,物质的电磁运动规律及电磁辐射等规律。

(4) 相对论:研究物体的高速运动效应以及相关的动力学规律。

(5) 量子力学:研究微观物质运动现象以及基本运动规律。

3. 物理学的研究领域

随着物理学的不断发展,各门学科的研究分工也越来越细,从研究领域上看,物理学的研究领域可分为下列四大方面。

(1) 凝聚态物理:研究物质宏观性质,这些物相内包含极大数目的组元,且组员间相互作用极强。最熟悉的凝聚态相是固体和液体,它们由原子间的键和电磁力所形成。更多的凝聚态相包括超流和波色-爱因斯坦凝聚态(在十分低温时,某些原子系统内发现);某些材料中导

电电子呈现的超导相;原子点阵中出现的铁磁和反铁磁相。凝聚态物理一直是一个最大的研究领域,历史上它由固体物理衍生出来,1967年由菲利普·安德森最早提出,因此采用此名。

(2) 原子、分子和光学物理:研究原子尺寸或几个原子结构范围内,物质-物质和光-物质的相互作用。这三个领域是密切相关的,因为它们使用类似的方法和相关的能量标度。它们都包括经典和量子的处理方法,都是从微观的角度处理问题。原子物理处理原子的壳层,集中在原子和离子的量子控制,冷却和诱捕,低温碰撞动力学,准确测量基本常数,电子在结构动力学方面的集体效应。原子物理受核的影响,但如核分裂、核合成等核内部现象则属高能物理。分子物理集中在多原子结构以及它们内外部和物质及光的相互作用,这里的光学物理只研究光的基本特性及光与物质在微观领域的相互作用。

(3) 高能物理与粒子物理:粒子物理研究物质和能量的基本组元及它们间的相互作用,也可称为高能物理。因为许多基本粒子在自然界不存在,只在粒子加速器中与其他粒子高能碰撞下才出现。据基本粒子的相互作用标准模型描述,有12种已知物质的基本粒子模型(夸克和轻粒子)。它们通过强、弱和电磁基本力相互作用。标准模型还预言一种希格斯-波色粒子存在,现正寻找中。

(4) 天体物理:天体物理和天文学是物理的理论和方法用到研究星体的结构和演变,太阳系的起源,以及宇宙的相关问题。因为天体物理的范围宽,它用了物理的许多原理,包括力学、电磁学、统计力学、热力学和量子力学。1931年卡尔发现了天体发出的无线电信号,开始了无线电天文学。天文学的前沿已被空间探索所扩展。地球大气的干扰使观察空间需用红外、超紫外、 γ 射线和X射线。物理宇宙论研究在宇宙的大范围内宇宙的形成和演变。爱因斯坦的相对论在现代宇宙理论中起了中心作用。20世纪早期哈勃发现了宇宙在膨胀,促进了宇宙的稳定状态论和大爆炸之间的讨论。1964年宇宙微波背景的发现,证明了大爆炸理论可能是正确的。大爆炸模型建立在两个理论框架上:爱因斯坦的广义相对论和宇宙论原理。宇宙论已建立了 Λ CDM宇宙演变模型、它包括宇宙的膨胀,暗能量和暗物质。从费米伽马射线望远镜的新数据和现有宇宙模型的改进,可期待出现许多可能性和发现。尤其是今后数年内,围绕暗物质方面可能有许多发现。

4. 物理学研究方法

“观察→实验→抽象→假说→实验验证”是物理学研究方法。不遵循这一认识法则就不会有物理学的今天,下面以伽利略的事迹来说明这一研究方法。

伽利略是开创自然科学研究方法的第一位学者,他把实验的方法提高到真正的科学水平,又把实验方法和数学方法成功地结合起来。伽利略是近代实验科学的奠基人之一,在科学成果和研究方法这两方面,伽利略的贡献具有划时代的意义。

伽利略曾制造了一架望远镜,科学家的探索精神促使他把这架望远镜指向天空,第一次发现:月球的表面和地球一样,也有高低不平。通过观察和实验,伽利略为哥白尼的日心说提供了有力的科学依据,从而引导了物理学乃至整个自然科学从哲学中脱离出来,取得自己的独立地位。

伽利略还提倡数学与实验相结合的研究方法,也就是说从观察实验中抽象出理论和假设,再由实验检验。一般来说分三个步骤:先提取出从现象中获得直观认识的主要部分,用最简单的数学形式表示出来,以建立量的概念;再由此用数学方法导出另一易于实验证实的数量关

系;最后通过实验来证实这种数量关系。用这种方法他总结出了自由落体定律、惯性定律和伽利略相对性原理等,从而推翻了亚里士多德的许多臆断,奠定了牛顿经典力学的基础,因此被誉为“近代力学之父”和“现代科学之父”。

5. 物理学在科学技术发展中的作用

(1) 物理学与三次大的技术革命。

每当物理学的发展经历一次大的突破,都会对社会经济发展产生巨大的影响。物理学是科学技术发展的重要源泉,三次产业革命(蒸汽机、电气化、信息化)均来自物理学或与物理学紧密相关。

17、18 世纪,由于牛顿力学的建立和热力学的发展,人们研制出了蒸汽机等机械装置,从而引起了第一次工业革命,推动了人类社会的巨大变革。内燃机、汽轮机的出现使现代科学技术突飞猛进,导致了火车、汽车、轮船的出现,从而使交通运输业得到了迅速的发展,极大地改变了工业生产的面貌。

19 世纪 70 年代,麦克斯韦创立了电磁场理论,为电力技术的产生提供了重要的理论基础。由于电磁学的发展,引起了第二次世界性的技术革命。建立了以电气化工业体系和各种电气工业部门,电话、电报等信息传递技术也广泛应用,从而把工业生产再次推向历史的高峰。

20 世纪以来,由于相对论和量子力学的建立,人们对原子、原子核结构的认识日益深入。先后引发了原子能,电子计算机和空间技术的出现和应用,导致了新材料技术、新能源技术等迅速崛起,形成了以电子计算机为核心的高新技术群,掀起了一场新技术革命的浪潮。

(2) 物理学与新学科的关系。

随着科学的发展,物理学和其他学科相互渗透,产生了一系列的交叉学科,如化学物理、生物物理、大气物理、海洋物理、地球物理、天体物理等。

在物理学基础性研究过程中发展起来的基本概念、理论、实验手段和精密测试方式等,已成为其他自然科学重要概念的基础,由此加速了自然科学内部的相互融合,展现了综合交叉化的趋势。例如用量子力学的方法探讨化学问题就形成了量子化学,将量子力学与生物学交叉形成了量子生物学。总之,物理学在现代科学高度分化,又高度综合,扮演着极其重要的角色,有人把 20 世纪视为物理学的世纪,把物理学视为 20 世纪科学发展的先驱。

6. 学习大学物理课程的意义

大学物理是一门公共必修基础课程,通过本课程的学习,可以全面地掌握关于自然界各种基本运动形式及规律的知识,可以培养人的科学思想和研究方法,在科学实验、逻辑思维和解决问题的能力等方面都得到系统的训练。

大学物理教学的目的就是让学生打下坚实的物理基础,提高学生的科学素养,开阔思路及激发其探索和创新精神,增强学生自我更新知识的能力,以适应飞速发展的科技时代的种种要求。

或许在物理学中我们既看不到艺术形象令人惊叹的表演,也欣赏不到音乐绘画直接接触我们的情感。但如果你真正进入物理世界,你就会体会到物理学在揭示自然界最基本规律的严谨和完美,并领会到物理学对推动人类文明及其他活动所起的巨大作用,这就是我们学习物理的乐趣和意义。

第 1 章 质点运动学

运动学比较单纯地描述了物体的空间位置变化,不涉及物体间的相互作用和运动之间的关系。本章的内容从概念的角度可以分为三部分,第一,通过参考系的建立认识运动的相对性;其次,学习通过坐标系来标示空间位置;第三,在坐标系中,对相对参考系发生运动的质点的位置变化进行描述。质点运动的描述分为四个层次,分别为位置的描述、位置变化量——位移的描述、位移变化规律——速度的描述和速度变化规律——加速度的描述。

1.1 质点及质点运动的描述

1.1.1 质点

对于地球,我们考察它绕太阳的轨道运动时,尽管地球体积很大,但是可以把地球看成一个点。同样在高速路上飞驰的汽车,不研究其内部部件的运动的话也可以把它们看成一个点。这些例子告诉我们,考察一些对象的运动规律时,可以不考虑它们的尺寸大小和形状,完全可以视为一个点来处理。这就是运动学中模型“质点”的来历。通过高中的学习,我们知道地球的轨道公转运动是在万有引力的作用下得以保持,万有引力的来源在于质量,力的作用承担者也是受力物体的质量,所以我们就此在力学中明确建立一个可以代替具体研究对象理想模型——质点(*particle, mass point*)。质点就是具有一定质量不计大小尺寸和结构形状的点。由此可知并不是很小的物体就一定可以视为质点,例如分子的尺寸很小,但在考虑组成分子的原子的相对运动时的运动规律时必须考虑其形状和尺寸。总之,是否可以把物体看成质点要视问题的情况而定而不是只看研究对象的自身尺寸。

我们在力学以及后面的全部物理内容中总结出来的规律和定律,都是对对象进行了理想模型化后的运动行为的总结。离开理想模型,任何物理工作都将无法开展。

理想模型是从真实物体抽象出来的,它在很大程度上反映了客观实际,基于理想模型得出的规律可以比较可靠地用来描述和估计真实情况。物理学中保留下来的模型,都经过了实践的检验,更普遍和深刻地反映了自然客观事实。

我们不管是学物理还是从事其他任何研究工作,要善于通过观察从现实中抽象出理想模型,这是必经之路,也是成功之路。面对具体事实,不能抽象出模型,总结出规律,研究工作将一事无成。

1.1.2 参考系

首先,我们知道物体的运动是绝对,是普遍的,大至宇宙天体,小至原子、质子等各种基本粒子都不停地运动着。虽然一切物体都在运动着,但是对同一对象的考察,不同的观察者会有不同的结果,例如,对运动的火车车厢内的座椅,坐在对面的乘客和站在月台上的人员对它的描述就各不相同。月台上的人说它慢慢远去了,对面的人说它没有动。绝对运动的物体,相对

不同的标准具有不同的运动情况,这就是运动的相对性。

由于物体的相对性,我们描述某个对象的运动,必须明确所参照的标准,这个标准物称为参照物。以与选定的参照物保持相对静止的任何其他物体作为参考标准,考察同一对象的运动,其结果是一样的,于是我们把这一系列物体称为一个参考系(reference system)。例如,以站台为参照物,得出火车匀速直线运动,那么以站台上小屋做参照物,火车的运动也是匀速直线运动。在研究物体运动时,究竟选择哪个物体作为参照系,要视处理问题的方便性而定,如考虑地球上的物体运动,可以选地面(及上面的建筑物、固定的设施)作为参考系。

1.1.3 坐标系

描述物体的运动,要有三个先决条件:选定参考系;确定时间和空间的度量标准;在参考系上建立坐标系,这样就可以用质点的坐标描述物体上任一点的位置,并用坐标的改变量描述位置的改变量。对于坐标系我们要明确以下几点:

第一,根据质点运动的空间范围,选择合适的空间坐标会使问题的描述更为简洁方便。例如我们生活中常用直角坐标系(rectangular coordination),但是当轮船在大洋中航行,就没有必要使用三维直角坐标系把空间所有的点都确定表述出来,只需准确表述出地球表面各点即可,于是人们建立了经纬度。当轮船失事时,只需向救援组织报道出经纬度即可。这样两个自由变量便可以准确描述轮船的空间位置,非常简洁方便又不失准确完备性。本章我们会依次介绍直角坐标系、自然坐标系(natural coordination)等的应用。

第二,建立坐标系有两个关键点,坐标原点的选取对我们描述实际问题至关重要,常常选取众所周知的点作为坐标原点,在此基础上的坐标系上的所有点才是大家所共知的。其次坐标轴上的长度标准必须是客观的,现在空间长度的国际单位是米,中国古代很多场合用“步”作为长度单位,例如三国演义中有辕门射戟的故事,以吕布是否射中 150“步”之外的戟作为赌注来决定曹操和刘备阵营是否开战,可知武一郎的“步”和武二郎的“步”相差甚远,因此“步”这个长度标准是非常不可靠。使长度标准客观恒量化,是随物理认识发展而不断完善的。在 19 世纪,将通过巴黎的地球子午线长度的四千万分之一定义为 1 米,1889 年国际计量大会(General Conference on Weight and Measures)上,通过用铂铱合金制成国际米原器,但毕竟有热胀冷缩效应,它确定的 1 米在冬天比夏天要小。直至 1983 年,国际计量大会规定,1 米是光在真空中,在 $1/299\,792\,458\text{ s}$ 的时间间隔内运行路程的长度。光在真空中的速度是个客观恒量,由此定义的 1 米也就更为客观守恒。

第三,物体位置的变化过程有两个方面:一是空间方位变化,后面我们会学到用位移来描述;其次是位置变化的时间效率,后面我们会学到用速度和加速度来描述。不从时间的角度考察物理过程,有时物理变化就没有意义。于是时间标准的确定和空间标准的确定一样,是一个基本问题。古代中国人用沙漏计时,这是在宫廷等官方比较正式和准确的方式,我们知道,沙子的质地和天气湿度都会影响沙子漏下的速度,沙漏不是准确的计时工具。民间更多地用燃香作为计时方式,在武侠小说里常见“在一炷香之内,必须如何,否则人头落地”。但是香有长短粗细,质地不同燃烧速度差别更大,所以这些方式客观守恒性都不足。现在时间单位是秒,围绕使计时单位的客观守恒,秒的定义过程如下:1960 年以前,CIPM(世界度量衡标准会议)以地球自转为基础,定义以平均太阳日的 $1/86\,400$ 作为秒定义,即 $1\text{ s}=(1/86\,400)$ 平均太阳日。然而地球自转并不稳定,会因其他星体引力的牵引而改变。1960~1967 年 CIPM

改以地球公转为基础,定义公元 1900 年为平均太阳年。秒定义更改为:1 秒为平均太阳年的 $1/31\,556\,925.9747$ 。随着原子钟的发展,秒的定义决定改为采用原子时作为新的定义基准,而不再采用地球公转定义的历史秒。在现行国际单位制下,在 1967 年召开的第 13 届国际度量衡大会对秒的定义是:铯 133 原子基态的两个超精细能阶间跃迁对应辐射的 $9\,192\,631\,770$ 个周期的持续时间。这个定义提到的铯原子必须在绝对零度时是静止的,而且在地面上的环境是零磁场。

1.2 质点运动的描述

描述质点位置的变化分为位置的描述、位置变化的描述及位置变化规律的描述这几个层次。根据质点运动的空间范围,我们分为直角坐标系下、自然坐标系下和角坐标系下质点运动的描述。

1.2.1 直角坐标系下质点运动的描述

我们以质点的平面运动为例,在二维平面直角坐标系下对质点运动进行描述,质点的三维运动,只不过在二维坐标系下增加 z 向坐标轴即可。

1. 位置的描述——位置矢量(position vector)

要讨论质点位置的变化,首先要确切地描述质点的位置。我们回顾一下中学里用直角坐标系中的坐标对质点位置的描述。在一个平面中, P 点的位置,由它的坐标可以准确确定其位置,见图 1.1。

其实从原点 O 指向 P 的矢量 r_1 和 P 点是一一对应的,因此,用矢量 r_1 代表 P 的位置与坐标 (x_1, y_1) 表述 P 点位置是等效的。也就是说,单纯描述质点的位置,既可以用坐标 (x_1, y_1) 也可以用矢量 r_1 。但是,我们往往不只考虑位置的确定问题,对于运动的质点,还要考虑位置的变化及位置变化规律,数量化的位置矢量表述为我们后续物理内容的描述提供了方便。例如,质点位置从 $P(x_1, y_1)$ 点运动到 $Q(x_2, y_2)$ 点,见图 1.1。坐标法只能体现位置发生了变化了,但不能直观描述变化的准确情况,但采用 r_1 和 r_2 描述 P 和 Q 两点的位置,质点的变化就可以准确用矢量 r_1 和 r_2 的差别准确表述出来,因为矢量 r_1 和 r_2 是带有方向且数量化的位置。位置变化的量化为描述位置变化的时间规律提供了平台。所以我们描述质点位置,不再用坐标方式而采用矢量表述手段。

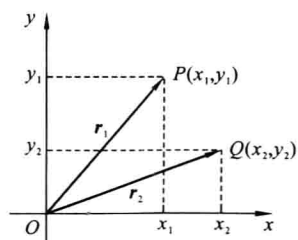


图 1.1 位置矢量

下面我对做二维平面运动的物体的位置矢量做进一步说明,见图 1.2,点 P 的位置就是矢量 r 。

$$\mathbf{r} = \overrightarrow{OP} = x\mathbf{i} + y\mathbf{j} \quad (1-1)$$

(1) 在同一坐标系中,质点在不同位置具有不同的位置矢量,但是所有位置矢量有统一的起点即坐标原点。

(2) 坐标轴也由标量轴变为矢量轴,其矢量单位为 \mathbf{i} 和 \mathbf{j} 。每个矢量单位大小为一个长度单位,方向沿二个相互垂直的 x 和 y 轴的正向。位置矢量 $\mathbf{r} = x\mathbf{i} + y\mathbf{j}$ 。

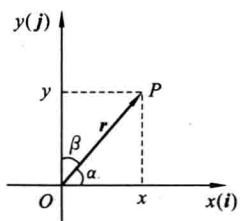


图 1.2 位置矢量方向

(3) 位置矢量 r 代表 P 点位置,其几何意义如下:

1) 位置矢量的模 $r = \sqrt{x^2 + y^2}$ 代表点 P 到坐标原点的距离。

2) $\alpha = \arccos \frac{x}{r}$ 为位置矢量 r 与矢量 x 轴的夹角, $\beta = \arccos \frac{y}{r}$ 为位置矢量 r 与矢量 y 轴的夹角,由 α 和 β 标示 P 的方位。

3) 如果质点在三维空间运动,则只需增加 z 向矢量轴,其单位矢量为 k ,位置矢量大小 $r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$,与 z 轴夹角 $\gamma = \arccos \frac{z}{r}$ 。

2. 位置变化的描述——位移矢量(displacement)

位置的变化内容有两个方面,位置移动的距离和移动的方向。如何简洁准确地描述质点的位置移动呢?现在来看质点位置变化的描述,见图 1.3。

t_1 时刻质点位置 P 由位置矢量 r_1 来描述, t_2 时刻的位置 Q 由位置矢量 r_2 来描述,那么在这两个时刻之间位置的变化就用矢量差 $\Delta r = r_2 - r_1$ 来描述,称为位移矢量,简称位移, Δr 就是从 P 指向 Q 的矢量线段。矢量的大小就是移动的距离,矢量的方向就是移动的方向。位移 Δr 简洁准确地描述了质点在这一时间段的变化内容,进一步看出位置用位置矢量描述的优越性。

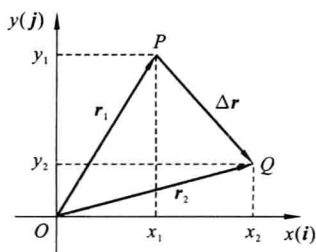


图 1.3 位移矢量

下面对位移做进一步的说明:

$$1) \quad \Delta r = r_2 - r_1 = (x_2 i + y_2 j) - (x_1 i + y_1 j) = (x_2 - x_1) i + (y_2 - y_1) j$$

2) Δr 的大小即其模的值

$$|\Delta r| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

表示质点移动的直线距离。

3) $\alpha = \arccos \frac{x_2 - x_1}{|\Delta r|}$, $\beta = \arccos \frac{y_2 - y_1}{|\Delta r|}$ 为位移与 x 轴与 y 轴之间夹角,描述了质点位置移动的方向。

3. 速度(velocity)

质点位置的变化常常需要从时间的角度考虑其效率才有意义,例如发生 110 m 障碍下的位移,大多数人都可以完成,飞人刘翔之所以成为明星,在于他发生 110 m 跨栏位移所用的时间比别人少一点点,就这几秒钟的差距把平凡人和英雄区别开来。我们用速度 v 描述位移发生效率。 Δr 为在一段时间 Δt 上发生位移。则

$$v = \frac{\Delta r}{\Delta t} \quad (1-2)$$

为这一段时间上的平均速度,等于位置矢量对时间的平均变化率。

平均速度仅给出一定时间段内位置总变动的方向和平均快慢,不能描述在这段时间内每个时间点上质点运动方向的变化和运动快慢的详细情况,若将这一段时间分成 $\Delta t_1, \Delta t_2, \Delta t_3, \dots$, 分的时间段越多,每个时间段的时间越短,则各段时间上的平均速度越精细地反映出运动的实际情况。再短的时间段上的平均速度均不是质点运动的真实刻画,要得到准确的质点运动学的

描述,我们必须引入极限概念。

当 $\Delta t \rightarrow 0$ 时,则对应的位移也趋于 0,即 $\Delta \mathbf{r} \rightarrow 0$,那么 $\frac{\Delta \mathbf{r}}{\Delta t}$ 的值就无限接近该时刻质点运动的情况。可知 $\Delta \mathbf{r}$ 的方向沿质点轨迹切线方向,除以标量 Δt 后方向不变,仍沿切向。所以质点在某时刻的运动方向就是该位置点轨迹切线方向。有

$$\mathbf{v} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \mathbf{r}}{\Delta t} \quad (1-3)$$

即质点的瞬时速度等于指点位置矢量对时间的一阶导数,记为

$$\mathbf{v} = \frac{d\mathbf{r}}{dt} \quad (1-4)$$

写成分量式为

$$\mathbf{v} = \frac{d\mathbf{r}}{dt} = \frac{dx}{dt}\mathbf{i} + \frac{dy}{dt}\mathbf{j} = v_x\mathbf{i} + v_y\mathbf{j} \quad (1-5)$$

其大小 $v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$,表示质点移动的快慢。

$\alpha = \arccos \frac{v_x}{v}, \beta = \arccos \frac{v_y}{v}$ 为速度方向与 x, y 两坐标轴的夹角,反映质点运动速度的方向。如果质点做三维运动,在上述对应的各式中增加 Z 轴分量即可。

4. 加速度

大多数运动的物体的速度都不是恒定的,瞬时速度的大小和方向也可能发生变化,对物体速度的变化用加速度 \mathbf{a} 来表述,如同速度表述位置的变化一样,加速度描述速度的变化,分为平均加速度和瞬时加速度。

$$\bar{\mathbf{a}} = \frac{\Delta \mathbf{v}}{\Delta t} \quad (1-6)$$

平均加速度和时间间隔相对应,反映了在这段时间内,速度变化的平均效果,不能精细准确反应在 Δt 时间内实际过程。 Δt 时间越短,越能贴近自然实际过程地刻画速度的变化,当 $\Delta t \rightarrow 0$ 时的极限情况下,平均速度就无限接近某时刻的速度变化情况,称之为瞬时加速度,记为 \mathbf{a} ,即

$$\mathbf{a} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \mathbf{v}}{\Delta t} \quad (1-7)$$

可知瞬时加速度等于速度矢量对时间的一阶导数

$$\mathbf{a} = \frac{d\mathbf{v}}{dt} = \frac{dv_x}{dt}\mathbf{i} + \frac{dv_y}{dt}\mathbf{j} + \frac{dv_z}{dt}\mathbf{k} = a_x\mathbf{i} + a_y\mathbf{j} + a_z\mathbf{k} \quad (1-8)$$

加速度的大小和方向为

$$a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2}, \quad \cos\alpha = \frac{a_x}{a}, \quad \cos\beta = \frac{a_y}{a}, \quad \cos\gamma = \frac{a_z}{a}$$

α, β 和 γ 分别为加速度方向与 3 个坐标轴正向的夹角。

当然,加速度也是可以变化的,我们就不向下继续分层表述了,总的说来质点的运动学阐明了质点位置变化规律,分为描述质点的位置——位置矢量,描述位置的变化——位移矢量,描述质点位置变化效率——速度,速度变化效率——加速度这 4 个层面。

例 1.1 某质点运动学方程为 $\mathbf{r} = 10\mathbf{i} + 15t\mathbf{j} + 5t^2\mathbf{k}$ (SI),求 $t=0$ 质点的速度。

解

$$\boldsymbol{v} = \frac{d\boldsymbol{r}}{dt} = \frac{dx}{dt}\boldsymbol{i} + \frac{dy}{dt}\boldsymbol{j} + \frac{dz}{dt}\boldsymbol{k} = 15\boldsymbol{j} + 10t\boldsymbol{k}$$

把 $t=0$ 代入, 有 $\boldsymbol{v}=15\boldsymbol{j}$, 速度大小 $v=15$, 方向沿 Y 轴正向。与 3 个坐标轴的夹角分别为 $\beta=0, \alpha=\gamma=\frac{\pi}{2}$ 。

例 1.2 一个质点在 x 轴上作直线运动, 运动方程为 $x=2t^3+4t^2+8$, 式中 x 的单位为米, t 的单位为秒, 求:

- (1) 任意时刻的速度和加速度;
- (2) 在 $t=2\text{ s}$ 和 $t=3\text{ s}$, 物体的位置, 速度和加速度;
- (3) 在 $t=2\text{ s}\sim 3\text{ s}$, 物体的平均速度和平均加速度。

解 (1) 由速度和加速度的定义式, 可求得

$$v = \frac{dx}{dt} = \frac{d(2t^3+4t^2+8)}{dt} = 6t^2+8t \text{ m/s}$$

$$a = \frac{dv}{dt} = \frac{d(6t^2+8t)}{dt} = 12t+8 \text{ m/s}^2$$

(2) $t=2\text{ s}$ 时

$$x = 2 \times 2^3 + 4 \times 2^2 + 8 = 40 \text{ m}$$

$$v = 6 \times 2^2 + 8 \times 2 = 40 \text{ m/s}$$

$$a = 12 \times 2 + 8 = 32 \text{ m/s}^2$$

$t=3\text{ s}$ 时

$$x = 2 \times 3^3 + 4 \times 3^2 + 8 = 90 \text{ m}$$

$$v = 6 \times 3^2 + 8 \times 3 = 78 \text{ m/s}$$

$$a = 12 \times 3 + 8 = 44 \text{ m/s}^2$$

(3)

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{98-40}{3-2} = 58 \text{ m/s}$$

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{78-40}{3-2} = 38 \text{ m/s}^2$$

5. 有关质点运动的几个概念

(1) 运动学方程。

运动质点的位矢 \boldsymbol{r} 是随时间变化的, 是时间的函数, 即 $\boldsymbol{r}=\boldsymbol{r}(t)=x(t)\boldsymbol{i}+y(t)\boldsymbol{j}$, 通过这个位置和时间的函数关系式, 我们就可以求出有关质点运动的位置、位移、速度、加速度以及质点在空间运动的几何轨迹等, 它包含了质点运动的所有规律, 所以称为运动学方程。

例 1.3 已知质点的运动学方程为 $\boldsymbol{r}=3\cos 2\pi t\boldsymbol{i}+4\sin 2\pi t\boldsymbol{j}$, 求:

- (1) $t=0$ 时质点的位置;
- (2) $t=0\sim 0.5$ 的位移;
- (3) $t=1$ 时的速度和加速度;
- (4) 质点在空间运动的轨迹。

解 (1) $\boldsymbol{r}(0)=3\boldsymbol{i}$

$$(2) \mathbf{r}(0.5) = 3\cos\pi\mathbf{i} + 4\sin\pi\mathbf{j} = -3\mathbf{i}, \quad \Delta\mathbf{r} = \mathbf{r}(0.5) - \mathbf{r}(0) = -6\mathbf{i};$$

$$(3) \quad \mathbf{v} = \frac{d\mathbf{r}}{dt} = -6\pi\sin 2\pi t\mathbf{i} + 8\pi\cos 2\pi t\mathbf{j}$$

当 $t=1$ 时, $\mathbf{v} = 8\pi\mathbf{j}$;

$$\mathbf{a} = \frac{d\mathbf{v}}{dt} = -12\pi^2\cos 2\pi t\mathbf{i} - 16\pi^2\sin 2\pi t\mathbf{j}$$

当 $t=1$ 时, $\mathbf{a} = -12\pi^2\mathbf{i}$;

(4) 由题意可知 $\begin{cases} x = 3\cos 2\pi t, \\ y = 4\sin 2\pi t, \end{cases}$ 则有 $\left(\frac{x}{3}\right)^2 + \left(\frac{y}{4}\right)^2 = 1$, 所以质点运动的轨迹图形是椭圆。

求轨迹方程的方法是先求出 x, y 的参数表达式, 然后利用已知规律消去参数, 得到 x, y 的直接函数关系式。

运动学方程的实质是位置和时间关系, 所以有时运动学方程直接以分量的方式给出, 例如 $x = x(t), y = y(t)$ 。如果质点做一维运动, 那么质点的位置、速度、加速度都可以以标量表示对应矢量的含义, 由于做一维直线运动, 方向只能沿该直线方向, 我们选择一个延伸方向为正方向, 为正值的各量表示沿规定的方向, 为负值的各量, 表示沿与规定相反的方向。

例 1.4 已知运动学方程为 $x = t^2 + 2t - 8$, 求 $t=1$ 时的位置、速度、加速度。

解 $x(1) = -5, v = \frac{dx}{dt} = 2t + 2$, 当 $t=1$ 时, $v = 4; a = \frac{dv}{dt} = 2$, 是常量。 $x = -5$ 表示质点的位置在坐标原点左侧 5 个单位长度的地方, 速度和加速度的大小为 4 和 2, 均沿 x 轴正向。对于做一维运动的物体, 用一元标量就能准确完备表达质点的运动信息。

(2) 路程和位移。

路程表征质点运动轨迹的实际长度, 常用 Δs 表示, 是标量。路程强调质点运动的具体过程。例如出租车司机按里程收费, 这里的里程就是出租车走过的实际路程。位移表示质点位置变化大小及其方向, 是矢量。一般情况下位移的大小不等于路程。只有当质点做单向直线运动时, 路程与位移的大小相等; 或者 $\Delta t \rightarrow 0$ 时, $|d\mathbf{r}| = ds$ 。

例 1.5 质点运动学方程为 $y = 4.5t^2 - 2t^3$, 求 $1 \sim 2$ s 内的路程和位移。

解 位移

$$y_2 = 4.5 \times 2^2 - 2 \times 2^3 = 2, \quad y_1 = 4.5 \times 1^2 - 2 \times 1^3 = 2.5$$

所以, 位移

$$\Delta y = y_2 - y_1 = -0.5$$

路程 $v = \frac{dy}{dt} = 9t - 6t^2$, 令 $v = 9t - 6t^2 = 0$, 得到 $t = 1.5$ ($t = 0$ 舍去), 即在 1.5 s 时质点速度转向, 路程应为 $t = 1$ 至 $t = 1.5$ 这段时间位移的绝对值, 加上 $t = 1.5$ 至 $t = 2$ 这段时间位移绝对值之和。

$$y_{1.5} = 4.5 \times 1.5^2 - 2 \times 1.5^3 = 3.375$$

$$\Delta y_{1-1.5} = 3.375 - 2.5 = 0.875$$

$$|\Delta y_{1.5-2}| = |2 - 3.375| = 1.375$$

故该段路程为 $s = 1.375 + 0.875 = 2.25$ 。