面向“十二五”高等教育课程改革项目研究成果

经济数学

JINGJI SHUXUE

◎主编 冯尚

北京理工大学出版社
BEIJING INSTITUTE OF TECHNOLOGY PRESS

经济数学

JINGJI SHUXUE

面向“十二五”高等教育课程改革项目研究成果

经济数学

主　编　冯　尚

副主编　徐桂芳　陈文革　包晓兰

北京理工大学出版社

BEIJING INSTITUTE OF TECHNOLOGY PRESS

图书在版编目（CIP）数据

经济数学／冯尚主编．—北京：北京理工大学出版社，2014.8
ISBN 978-7-5640-9637-3

Ⅰ.①经…　Ⅱ.①冯…　Ⅲ.①经济数学-高等学校-教材　Ⅳ.①F224.0

中国版本图书馆CIP数据核字（2014）第196040号

出版发行／北京理工大学出版社有限责任公司
社　　址／北京市海淀区中关村南大街5号
邮　　编／100081
电　　话／（010）68914775（总编室）
　　　　　82562903（教材售后服务热线）
　　　　　68948351（其他图书服务热线）
网　　址／http：//www.bitpress.com.cn
经　　销／全国各地新华书店
印　　刷／北京富达印务有限公司
开　　本／710毫米×1000毫米　1/16
印　　张／17.25
字　　数／319千字
版　　次／2014年8月第1版　2014年8月第1次印刷
定　　价／44.00元

责任编辑／张慧峰
文案编辑／张慧峰
责任校对／孟祥敬
责任印制／李志强

前 言

为适应高等教育的快速发展，满足当前“经济数学”课程教学的需要，在对经济管理类各专业所需数学知识进行调研的基础上，结合学生实际情况，由几位多年从事经济数学教学的骨干教师精心编写了本教材.

本书坚持“加强基础，培养能力，突出应用”的原则，取材合适，深度适宜，分量恰当，符合认知规律，富有启发性，便于学习，有利于激发学生的学习兴趣. 本书具有以下特点：

1. 面向专业，突出应用性

本书精选了一定数量的经济应用实例，将数学知识与经济案例充分融合，使学生能将所学的基本知识、基本理论应用到实际问题的解决中，使学生充分感受到数学的应用价值，为后续专业学习打下良好的基础.

2. 注重数学思想方法，淡化理论证明

教学内容安排突出与经济管理各专业紧密结合的特色，体现数学知识专业化、经济问题数学化的特点；减少抽象的理论证明，尽可能地用数学知识解释经济现象，用数学方法解决经济问题，实现了将“教、学、用”融为一体，体现了教学改革的精神.

3. 把握学生的认知规律

在教材编写中，认真遵循知识发生、发展的客观规律，从学生现有知识水平出发，尽量深入浅出，循序渐进. 例题与习题由浅入深，通俗易懂，便于计算.

本教材内容包括函数、极限、导数、导数应用、不定积分、定积分、线性代数部分和线性规划等内容，在编写过程中参阅了大量有关书籍并做了适当引用，在此向原作者表示真诚的谢意.

全书由冯尚担任主编并统稿，徐桂芳、陈文革、包晓兰任副主编。

由于编者水平有限，加之时间仓促，缺点和不足在所难免，恳请大家提出批评和建议，以便进一步修订完善.

编　者

目　录

第一篇　一元函数微分学

第一章　函数、极限与连续…………3
§1.1　函数…………3
§1.2　极限的概念…………14
§1.3　无穷小量与无穷大量…………20
§1.4　极限的运算…………22
§1.5　两个重要极限…………25
§1.6　函数的连续性…………30
复习题一…………36

第二章　导数与微分…………40
§2.1　导数的概念…………40
§2.2　导数的基本公式与运算法则…………47
§2.3　函数的微分…………56
复习题二…………61

第三章　导数的应用…………64
§3.1　微分中值定理与洛必达法则…………64
§3.2　函数的单调性…………68
§3.3　函数的极值与最值问题…………70
§3.4　曲线的凹凸性和拐点…………74
§3.5　函数图形的描绘…………77
§3.6　导数在经济中的应用——边际分析及弹性分析…………81
复习题三…………84

第四章 不定积分……86

§4.1 不定积分的定义与性质……86
§4.2 第一类换元积分法……92
§4.3 第二类换元积分法……98
§4.4 分部积分法……101
复习题四……105

第五章 定积分……108

§5.1 定积分的概念……108
§5.2 定积分的性质……112
§5.3 积分基本公式（牛顿—莱布尼兹公式）……115
§5.4 变量置换法与分部积分法……119
§5.5 广义积分……121
§5.6 定积分的应用……124
复习题五……130

第二篇 线性代数与线性规划

第六章 行列式……135

§6.1 二阶与三阶行列式……135
§6.2 n 阶行列式……139
§6.3 行列式的性质及应用……145
§6.4 行列式依行（列）展开……152
§6.5 克莱姆法则……158
复习题六……164

第七章 矩阵……168

§7.1 矩阵的概念……168
§7.2 矩阵的运算……172
§7.3 矩阵的分块……178
§7.4 逆矩阵……180
§7.5 矩阵的初等变换……186
§7.6 矩阵的秩……189

复习题七 ······ 192

第八章　线性方程组 ······ 195

§8.1　线性方程组的消元法 ······ 195
§8.2　n 维向量及其线性相关性 ······ 201
§8.3　向量组的秩 ······ 205
§8.4　线性方程组解的结构 ······ 207
复习题八 ······ 212

第九章　线性规划及其应用 ······ 215

§9.1　线性规划问题的数学模型及几何解法 ······ 215
§9.2　单纯形法 ······ 223
§9.3　对偶问题及其经济意义 ······ 232
复习题九 ······ 238

习题参考答案 ······ 241

附录表 ······ 257

附录表（一）　初等函数常用公式 ······ 257
附录表（二）　数学符号的读法 ······ 259
附录表（三）　积分表 ······ 260

第一篇

一元函数微分学

微积分是数学中的基础分支，内容主要包括函数、极限、微分学、积分学及其应用. 函数是微积分研究的基本对象，极限是微积分的基本概念，微分和积分是特定过程、特定形式的极限. 19 世纪，柯西和魏尔斯特拉斯把微积分建立在极限理论的基础上，加之 19 世纪后半叶实数理论的建立，使极限理论有了严格的理论基础，从而使微积分的基础和思想方法日臻完善.

第一章
函数、极限与连续

学习目标

理解函数的概念，会求函数的定义域、表达式及函数值；
掌握基本初等函数的图像和性质；
理解复合函数的概念；
理解极限、无穷小量和无穷大量的概念及性质；
掌握极限的运算法则，并能熟练地求出极限；
了解连续的概念及闭区间上连续函数的性质.

微积分是高等数学的核心内容. 微积分的主要研究对象是函数. 极限方法是微积分的基本方法. 本章在复习和加深函数相关知识的基础上，着重介绍函数极限和函数连续性的概念、性质及其运算，为进一步学习后续知识奠定基础.

§1.1 函　　数

客观世界中的事物都是相互依赖、相互联系的，这种关系在数学上的表现形式之一就是所谓的函数关系.

一、函数的概念

1. 函数的定义

定义 1 设 D 是一个非空实数集，如果对于每一个 $x\in D$，按照一定的对应法则 f，y 都有唯一确定的值与 x 对应，则称变量 y 为变量 x 的**函数**，记作

$$y=f(x),x\in D.$$

其中 x 称为**自变量**，y 称为**函数**或**因变量**；自变量 x 的取值范围 D 称为**函数的定义域**；与 x 对应的 y 值称为 x 处的**函数值**，如 x_0 处的函数值记为 y_0 或 $f(x_0)$.

全体函数值的集合称为函数的**值域**.

由函数的定义可知，函数的定义域、对应法则、值域是函数的**三要素**.两个函数相同的充分必要条件是其定义域和对应法则分别相同.

例如：函数 $y=x$ 和 $y=\sqrt[3]{x^3}$ ，他们的定义域和对应法则分别相同，所以是同一个函数；函数 $y=\dfrac{x^2-1}{x-1}$ 和 $y=x+1$，他们的定义域不同，所以不是相同的函数.

2. 邻域

函数的定义域和值域通常可以用不等式、集合和区间来表示，以后需要讨论函数在某一点附近的变化情况，所以介绍一种特殊的区间——邻域.

定义 2 设 $a\in \mathbf{R},\delta>0$, 称开区间 $(a-\delta,a+\delta)$ 为**点 a 的 δ 邻域**，记作 $U(a,\delta)$ ，即

$$U(a,\delta)=(a-\delta,a+\delta)=\{x \| x-a|<\delta\}.$$

点 a 称为邻域的中心，δ称为邻域的半径，如图 1–1 所示.

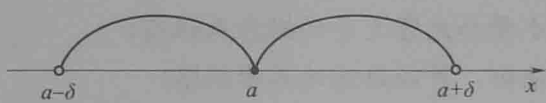


图 1–1

在 $U(a,\delta)$ 中去掉中心点 a 后，称为点 a 的去心邻域，记作 $\overset{\circ}{U}(a,\delta)$ ，即 $\overset{\circ}{U}(a,\delta)=\{x\,|\,0<|x-a|<\delta\}=(a-\delta,a)\cup(a,a+\delta)$.

3. 函数的表示法

函数的表示法一般有以下三种：**表格法**、**图像法**和**解析法**.

举例说明：

(1) 某商店一年中各月份毛线的销售量（单位：千克）如表 1–1 所示.

表 1–1 各月份毛线销售量

月份 x	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
销售量 y/千克	81	84	45	45	9	5	8	15	68	75	120	123

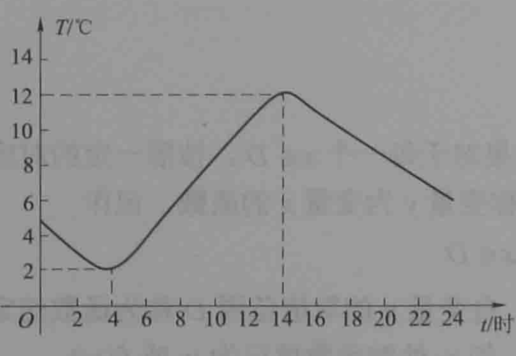


图 1–2

这是用表格表示的函数，自变量 x 取从 1 到 12 之间的任意一个整数时，从表格中都可以查到 y 的一个对应值.

(2) 图 1–2 是气象站用自动温度记录仪记录下来的某地 24 小时气温变化的曲线.

这是用图形表示的函数，当 t 取 0 到 24 之间的任意一个数时，在曲线上

都能找到确定的值与它对应，例如 t=14 时，T=12 ℃.

（3）$y=\sqrt{3-x}$ 是用解析式表示的函数，当 $x\leqslant 3$ 时，由解析式可以确定唯一的 y 值.

需要指出的是，有时自变量在不同范围内取值，函数关系是用不同的解析式来表示的，这样的函数称为**分段函数**.

例 1 某市出租车的计价方法为：2 千米以内收费 6 元，超过 2 千米的每千米收费 1.2 元. 求车费与里程之间的函数关系.

解 车费与里程分别用 y 和 x 表示，则由题意可列出如下函数关系式.

$$y=f(x)=\begin{cases}6, & 0<x\leqslant 2\\ 6+1.2(x-2), & x>2\end{cases}=\begin{cases}6, & 0<x\leqslant 2,\\ 3.6+1.2x, & x>2.\end{cases}$$

分段函数虽然表达式分成几段，但它表示一个函数，不是多个函数.

分段函数的定义域是所有段中自变量取值的全体.

上例中函数的定义域是 x>0.

二、函数定义域的确定

在实际问题中，应根据问题的实际意义来确定函数的定义域，对于用解析式表示的函数，它的定义域就是使解析式有意义的一切实数组成的集合. 一般要考虑以下几个方面：

（1）分式：分母不能等于 0；

（2）偶次根式：被开方式必须大于等于 0；

（3）对数函数：真数必须大于零，底数大于零且不等于 1；

（4）正切符号下的式子必须不等于 $k\pi+\dfrac{\pi}{2}(k\in\mathbf{Z})$;

（5）余切符号下的式子必须不等于 $k\pi(k\in\mathbf{Z})$;

（6）反正弦、反余弦符号下的式子的绝对值必须小于等于 1.

例 2 求下列函数的定义域.

（1）$y=\dfrac{x}{\sqrt{x-3}}$；（2）$y=\dfrac{\ln(2-x)}{x+1}$.

解 （1）由 $x-3>0$, 解得 $x>3$, 即定义域为 $x>3$.

（2）由 $\begin{cases}2-x>0\\ x+1\neq 0\end{cases}$, 解得 $x<2$ 且 $x\neq -1$, 即定义域为 $(-\infty,-1)\cup(-1,2)$.

三、函数的几种特性

1. 奇偶性

定义 3 设函数 $f(x)$的定义域 D 关于原点对称，对于任意 $x\in D$，若 $f(-x)=f(x)$ 恒成立，则称 $y=f(x)$ 为**偶函数**，偶函数的图像关于 y 轴对称；若 $f(-x)=-f(x)$ 恒成立，则称 $y=f(x)$ 为**奇函数**，奇函数的图像关于原点对称.

若函数 $y=f(x)$ 既不是奇函数也不是偶函数，则称 $y=f(x)$ 为**非奇非偶函数**.

例如：函数 $y=x^2$，$y=\cos x$ 在 $(-\infty,+\infty)$ 内是偶函数；函数 $y=x^3$，$y=\sin x$ 在 $(-\infty,+\infty)$ 是奇函数；函数 $y=x+1$ 在 $(-\infty,+\infty)$ 内是非奇非偶函数.

2. 单调性

定义 4 设函数 $f(x)$的定义域为 D，如果对于 D 内任意两点 x_1,x_2，当 $x_1<x_2$ 时都有 $f(x_1)\leqslant f(x_2)$（或 $f(x_1)\geqslant f(x_2)$），则称 $f(x)$在区域 D 内是**单调递增**（或**单调递减**）**函数**，统称为**单调函数**，D 称为**单调区间**.

单调区间可以是函数的整个定义域，也可以是定义域的一部分.例如函数 $y=x^2+1$ 在 $(-\infty,0)$ 内是单调递减的，在 $(0,+\infty)$ 内是单调递增的，在 $(-\infty,+\infty)$ 内函数不是单调的.

3. 周期性

定义 5 设函数 $f(x)$的定义域为 D，如果存在非零常数 T，使得对任意 $x\subset D$ 都有 $f(x+T)=f(x)$ 成立，则称 $f(x)$为**周期函数**，T 称为函数的**周期**. 周期函数的周期通常是指它的最小正周期.

例如：函数 $y=\sin x$ 和 $y=\cos x$ 是以 2π 为周期的周期函数；函数 $y=\tan x$ 和 $y=\cot x$ 是以 π 为周期的周期函数.

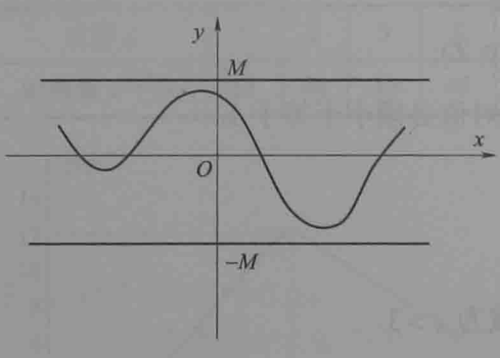


图 1–3

4. 有界性

定义 6 设函数 $f(x)$的定义域为 D，若存在正数 M，使得对任意 $x\in D$ 都有 $|f(x)|\leqslant M$ 成立，则称 $f(x)$在区域 D 内是**有界函数**；否则是**无界函数**.

函数 $y=f(x)$在区间 (a,b) 内有界的几何意义是：曲线 $y=f(x)$在区间 (a,b) 内的图形被夹在两条直线 $y=-M$ 和 $y=M$ 之间，如图 1–3 所示.

例如：函数 $y=\sin x$ 在区间 $(-\infty,+\infty)$ 内是有界函数（$|\sin x|\leqslant 1, x\in(-\infty,+\infty)$）；而函数 $y=x^3-1$ 在区间 $(-\infty,+\infty)$ 内是无界函数.

四、反函数

设某种商品的单价为p，销售量为x，则收入y是x的函数$y=px$，这时x是自变量，y是函数. 若已知收入y，反过来求销售量x，则有$x=\dfrac{y}{p}$，这时y是自变量，x变成y的函数了. 上面两个式子是同一个关系的两种写法，但从函数的角度来看，由于对应法则不同，所以它们是两个不同的函数，我们称它们互为反函数.

定义 7　设函数$y=f(x)$的值域为$\mathbf{R}$，如果对于$\mathbf{R}$中的每一个y值，都有一个确定的且满足$y=f(x)$的x值与之对应，则得到一个定义在$\mathbf{R}$上的以y为自变量，x为因变量的新函数，称为$y=f(x)$的**反函数**，记为$x=f^{-1}(y)$，并称$y=f(x)$为**直接函数**.

反函数有以下性质：

性质 1. 函数$y=f(x)$与其反函数$x=f^{-1}(y)$互为反函数.

性质 2. 函数$y=f(x)$与其反函数$x=f^{-1}(y)$的定义域和值域对调.

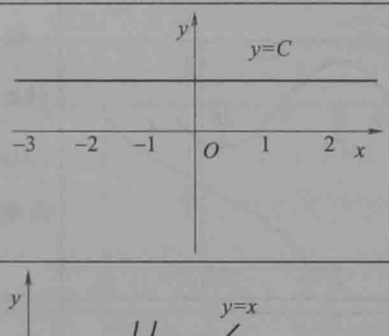
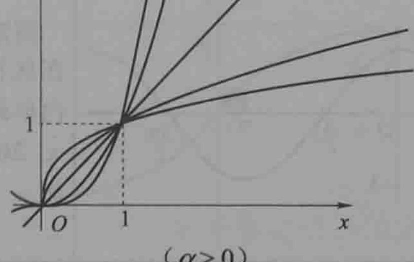
性质 3. 函数$y=f(x)$与其反函数$x=f^{-1}(y)$的图像关于直线$y=x$对称.

五、初等函数

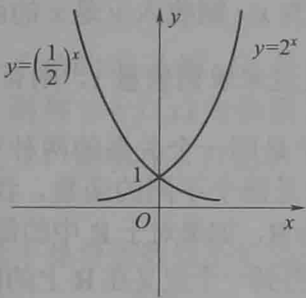
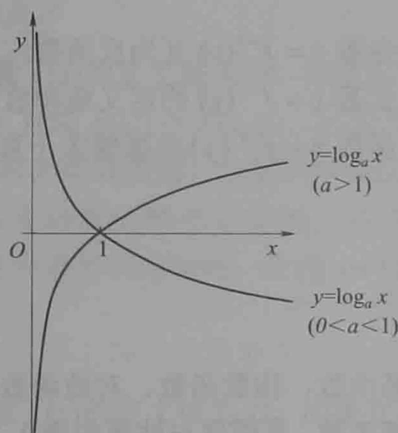
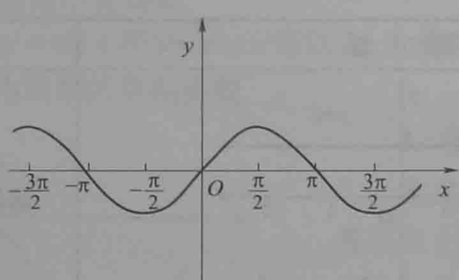
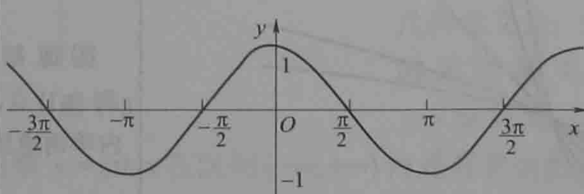
1. 基本初等函数

中学时所学过的常数函数、幂函数、指数函数、对数函数、三角函数和反三角函数等六类函数统称为**基本初等函数**. 其图像与性质如表 1–2 所示.

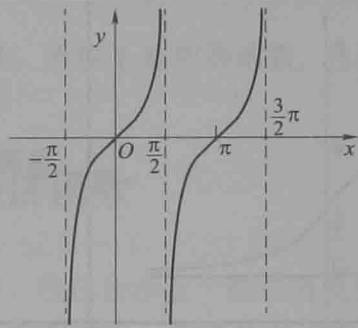
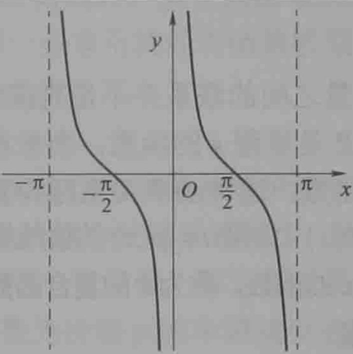
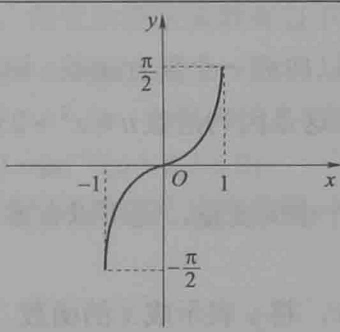
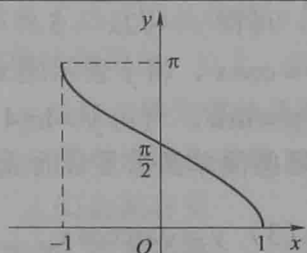
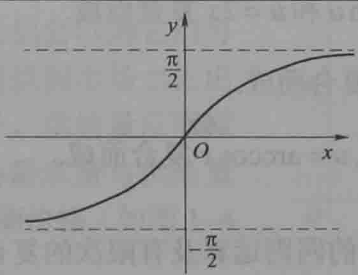
表 1–2

函数	图　像	性　质
常数函数 $y=C$ (C为常数)		偶函数、有界
幂函数 $y=x^{\alpha}$ (α为任意实数)	 ($\alpha>0$)	图像都经过$(0,0)$和$(1,1)$点，在$[0,+\infty)$内单调增加

续表

函数	图像	性质
指数函数 $y=a^x$ $(a>0,a\neq1)$		图像均在 x 轴上方，过点（0，1）；a>1 时是单调增加函数，0<a<1 时是单调减少函数
对数函数 $y=\log_a x$ $(a>0,a\neq1)$		图像均在 y 轴右侧，过点（1，0）；a>0 时是单调增加函数，0<a<1 时是单调减少函数
正弦函数 $y=\sin x$		周期为 2π、有界、奇函数；在区间 $\left(2k\pi-\frac{\pi}{2},2k\pi+\frac{\pi}{2}\right)$ $(k\in\mathbf{Z})$ 内单调增加，在区间 $\left(2k\pi+\frac{\pi}{2},2k\pi+\frac{3\pi}{2}\right)(k\in\mathbf{Z})$ 内单调减少
余弦函数 $y=\cos x$		周期为 2π、有界、偶函数，在区间 $(2k\pi,2k\pi+\pi)(k\in\mathbf{Z})$ 内单调减少，在区间 $(2k\pi+\pi,\ 2k\pi+2\pi)(k\in\mathbf{Z})$ 内单调增加

续表

函数	图　像	性　质
正切函数 $y=\tan x$		周期为π、奇函数；在区间$\left(k\pi-\dfrac{\pi}{2},k\pi+\dfrac{\pi}{2}\right)(k\in\mathbf{Z})$内单调增加
余切函数 $y=\cot x$		周期为π、奇函数；在区间$(k\pi,k\pi+\pi)(k\in\mathbf{Z})$内单调减少
反正弦函数 $y=\arcsin x$		单调增加、奇函数、有界
反余弦函数 $y=\arccos x$		单调减少、有界
反正切函数 $y=\arctan x$		奇函数、单调增加、有界