

上海大学出版社
2006年上海大学博士学位论文 71



无标度网络

- 作者：陈庆华
- 专业：运筹学与控制论
- 导师：史定华



上海大学出版社

2006年上海大学博士学



无标度网络

- 作者：陈庆华
- 专业：运筹学与控制论
- 导师：史定华



图书在版编目(CIP)数据

2006 年上海大学博士学位论文. 第 2 辑/博士学位论文编辑部编. —上海:上海大学出版社,2010.6

ISBN 978-7-81118-513-3

I. 2... II. 博... III. 博士—学位论文—汇编—上海市—2006 IV. G643.8

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2009)第 162510 号

2006 年上海大学博士学位论文

——第 2 辑

上海大学出版社出版发行

(上海市上大路 99 号 邮政编码 200444)

(<http://www.shangdapress.com> 发行热线 66135110)

出版人:姚铁军

*

南京展望文化发展有限公司排版

上海华业装潢印刷厂印刷 各地新华书店经销

开本 890×1240 1/32 印张 278 字数 7 760 千

2010 年 6 月第 1 版 2010 年 6 月第 1 次印刷

印数:1—400

ISBN 978-7-81118-513-3/G·514 定价:880.00 元(44 册)

Shanghai University Doctoral Dissertation (2006)

Scale-Free Networks

Candidate: Chen Qinghua

Major: Operations Research & Cybernetics

Supervisor: Shi Dinghua

Shanghai University Press

• **Shanghai** •

上海大学

本论文经答辩委员会全体委员审查，确认符合上海大学博士学位论文质量要求。

答辩委员会签名：

主任：	张荫南	教授，复旦大学数学系	200433
委员：	郑伟安	教授，华东师范大学统计系	200062
	王静龙	教授，华东师范大学统计系	200062
	郑 权	教授，上海大学数学系	200444
	王翼飞	教授，上海大学数学系	200444
导师：	史定华	教授，上海大学数学系	200444

评阅人名单:

王静龙	教授,华东师范大学统计系	200062
费鹤良	教授,上海师范大学数学系	200000
狄增如	教授,北京师范大学系统科学系	100875
车宏安	教授,上海理工大学系统科学研究院	200093
王翼飞	教授,上海大学数学系	200444

答辩委员会对论文的评语

复杂网络是一个新兴的研究领域,它涉及从互联网到基因组中的技术、社会、生物等复杂系统的演化问题。借助统计物理和随机图论工具去探索自然界和社会中的复杂性规律,具有重要的理论意义和广泛的应用价值,已经成为国内外的研究热点。因此,该论文的选题属于学科研究前沿,很有意义。

论文首先回顾了复杂网络的研究历史,介绍了基本模型、形成机理和统计指标。在此基础上,作者提出了几个演化网络模型,如更切合实际的对数增长网络模型等;然后重点研究了度分布的计算方法,提出了利用马氏链计算度分布的数值算法,解决了对数增长网络模型的度分布计算。另外,作者还详细推导了基本无标度网络相邻节点对的联合度分布,利用顺序统计量给出了一般节点对的联合度分布。这些都是具有一定理论深度和富有创造性的成果。

论文反映了作者阅读的文献广泛和全面,在数理统计、随机模型、动力系统和复杂网络等方面已经具备了良好的基础知识,能够熟练并综合地运用这些工具来分析与解决相关的问题。文章写作条理清晰,所获得的成果表明作者已具备了独立从事科学研究的能力。

答辩委员会表决结果

经答辩委员会无记名投票,一致同意通过陈庆华论文答辩,并建议授予理学博士学位。

答辩委员会主任: **张荫南**

2006年6月26日

摘 要

本博士学位论文研究无标度网络。我们选择无标度网络的建模分析、度分布计算方法以及相关性等作为主要的研究方向。本论文系统地深入研究了这些问题。

首先,我们研究了无标度网络的模型构造与模型分析,侧重于揭示现实网络的演化机制,构建适合现实网络的演化模型。

其次,我们研究了度分布的计算问题。根据马尔可夫链理论,我们提出了一种新的度分布数值计算方法。

第三,我们研究了无标度网络的相关性问题,重点讨论了BA网络的度相关,给出了BA网络的联合度分布。

本论文取得了以下几个创新成果:

(1) 我们构建了四个无标度网络的演化模型,即模型 3.5.1 至模型 3.5.4 (见 § 3.5)。在模型 3.5.1 中,我们考虑了网络的局部相互作用,即内部边和重新连接等。在模型 3.5.2 中,我们提出了一种反择优删除连线的演化机制。根据平均场方法,我们计算了这两个网络的度分布 $P(k)$, 它们都是幂律分布。

在模型 3.5.3 和模型 3.5.4 中,我们首次提出了网络的对数增长,这是一种新的演化机制。特别指出,我们无法求出这两个网络度分布 $P(k)$ 的解析表达式。我们利用自己提出的马氏链方法给出了度分布 $P(k)$ 的数值计算(见第四章),数值结果表明这两个度分布都具有幂律尾部。

(2) 我们用随机过程的观点研究复杂网络,发现了无标度网络与马氏链之间的内在联系。对于 BA 模型,任意给定一个结点 i , 设 $K_i(t)$ 表示它在 t 时刻的度数,我们证明了随时间变化的度数序列 $\{K_i(t), t=i, i+1, \dots\}$ 是一个非齐次马氏链,给出了具有时间相依的一步转移概率矩阵 $\mathbf{P}_i(t+1)$, $i=1, 2, \dots$ 。

(3) 根据马氏链理论,由转移概率矩阵 $\mathbf{P}_i(t+1)$ 可以给出网络在 t 时刻的度分布 $P(k, t)$ 的矩阵运算表达式。因为矩阵 $\mathbf{P}_i(t+1)$ 具有特殊的简单结构,利用矩阵运算性质,我们提出了一种度分布数值计算的新方法,简称为马氏链方法。

我们应用马氏链方法研究了 BA 模型和三个加速增长网络模型,其中 BA 网络度分布的数值计算与原有的解析解和数值模拟进行比较,三种结果十分接近(见图 4.1.1)。特别地,对于两个具有对数增长的(有向)网络模型,用原有的解析方法无法得到度分布的表达式,我们进行了度分布的数值计算,数值结果表明这两个度分布都具有幂律尾部(见图 4.3.1 和图 4.4.1),这两个系统都演化成无标度网络。

(4) 我们研究了无标度网络的相关性问题,求出了 BA 网络的联合度分布。应用率方程方法和二维母函数性质,我们给出了 BA 网络相邻点对的联合度分布 $P(k, l)$ 的公式(5.2.1)。应用平均场方法和顺序统计量性质,我们也给出了 BA 网络任意点对的联合度分布 $P(k_1, k_2)$ 的公式(5.3.1)。这两个联合度分布都证明了 BA 网络具有结点的度相关特征。

关键词 复杂网络, 现实世界网络, 随机图, 小世界网络, 无标度网络, 统计属性, 拓扑结构, 度分布, 平均路径长度, 集群系数, 演化机制, 演化模型, 数值计算, 非齐次马尔可夫链, 转移概率矩阵, 双变量差分方程, 二维母函数, 顺序统计量, 相关性, 联合度分布

Abstract

We explore scale-free networks in this Ph. D. dissertation. We choose the models, degree distributions and correlations of scale-free networks as three main directions for research. These problems are studied scientifically in this dissertation.

First, we study the construction and analysis of the models for scale-free networks. We emphatically investigate the evolving mechanisms and evolving models which are fit for real-world networks.

Second, we study the computation of degree distributions for scale-free networks. By the theory of Markov chains, we introduce a new method to calculate numerically the degree distributions.

Third, we study the correlations of scale-free networks. The degree correlation of the BA model is considered emphatically. We give the joint degree distribution of the BA network.

We obtain the following new results.

(1) We construct the four models of scale-free networks, they are the model 3.5.1 – 3.5.4 in the chapter 3. New edges between existing nodes, the rewiring or removal of edges are incorporated in the model 3.5.1 and model 3.5.2. In

particular, we introduce a new evolving mechanism that some old edges are deleted with the anti-preferential probability in model 3.5.2. Using the mean-field approach, the degree distributions $P(k)$ of the two models are calculated analytically, and they are all the power-law distributions.

In the model 3.5.3 and model 3.5.4, we propose firstly the logarithmic growth which is a new evolving mechanism of networks. In particular, the degree distributions of the two models can't be calculated analytically. Using the Markov chain method which is introduced firstly in chapter 4, the degree distributions are calculated numerically, and the numerical results show that they have power-law tails.

(2) We explore scale-free networks by the viewpoint of stochastic processes. We establish firstly a relation between scale-free networks and Markov chains. We demonstrate that the degree sequence $\{K_i(t), t = i, i+1, \dots\}$ is a nonhomogeneous Markov chain, where $K_i(t)$ represents the degree of a given node i at time t in the BA model, and give the one-step transition probability matrix $\mathbf{P}_i(t+1)$, $i = 1, 2, \dots$.

(3) By the theory of Markov chains, the degree distribution $P(k, t)$ of the BA model at time t is given by the matrix $\mathbf{P}_i(t+1)$ ($i = 1, 2, \dots$). Noting that the transition probability matrix $\mathbf{P}_i(t+1)$ ($i = 1, 2, \dots$) have a very simple structure, we propose a new approach to calculate numerically the degree distribution $P(k)$, it is named as the Markov chain method.

We successfully apply this Markov chain method to

calculate numerically the degree distributions $P(k)$ for the BA model and three models with the accelerating growth. For the BA model, the three results from the numerical computation, analysis and numerical simulation are very close in Figure 4.1.1, this shows that the Markov chain method is efficient for the BA model. The degree distributions $P(k)$ of two models for directed or undirected networks with the logarithmic growth are calculated numerically. The numerical results show that each of the two degree distributions $P(k)$ has a power-law tail in Figure 4.3.1 and Figure 4.4.1, and the two systems can self-organize into scale-free networks. In particular, the two degree distributions $P(k)$ can't be calculated analytically.

(4) We investigate the correlation of scale-free networks and give the joint degree distributions of the BA network. By the rate-equation approach and the property of the two-dimensional generating function, the joint degree distribution $P(k, l)$ of two connected nodes in the BA model is provided. By the mean-field approach and the property of the order statistic, the joint degree distribution $P(k_1, k_2)$ of any two nodes in the BA model is given. The two joint degree distributions indicate the spontaneous appearance of node degree correlations in the BA network.

Key words complex networks, real-world networks, random graphs, small-world networks, scale-free networks, statistical properties, topology structures, degree distribution, average

path length, clustering coefficient, evolving mechanisms, evolving models, numerical computation, nonhomogeneous Markov chains, transition probability matrix, variation equation of two variables, two-dimensional generating function, order statistic, correlation, joint degree distribution

目 录

第一章 绪论	1
§ 1.1 复杂网络概述	1
§ 1.2 论文的选题	13
§ 1.3 论文的主要工作	14
§ 1.4 论文的结构安排	16
第二章 网络属性	17
§ 2.1 基本概念	17
§ 2.2 现实网络	19
§ 2.3 随机图	24
§ 2.4 小世界网络	27
§ 2.5 无标度网络	30
§ 2.6 幂律分布性质	38
第三章 建模分析	42
§ 3.1 演化机制	42
§ 3.2 演化模型	47
§ 3.3 度分布定义	51
§ 3.4 度分布计算的解析方法	53
§ 3.5 构建四个演化模型	57
第四章 度分布计算的马氏链方法	67
§ 4.1 马氏链方法	68
§ 4.2 幂律增长网络模型	81

§ 4.3 对数增长网络模型	87
§ 4.4 对数增长有向网络模型	92
第五章 相关性	100
§ 5.1 BA 网络的度相关	101
§ 5.2 相邻点对的联合度分布	104
§ 5.3 任意点对的联合度分布	113
参考文献	117
发表文章目录	137
致谢	139