

高等院校机械类“十二五”规划教材

材料力学（上）

■ 主编 任述光



国防工业出版社

National Defense Industry Press

高等院校机械类“十二五”规划教材

材料力学

(上)

主 编 任述光

副主编 薛晋霞 张 岚

国防工业出版社

· 北京 ·

TB301-43

102

✓1

内 容 简 介

本书是按照教育部力学基础课程教学指导委员会最新制订的“材料力学课程基本要求(A类)编写的,共分上、下两册。材料力学(上)包含了材料力学的基本内容,可供52~60学时的材料力学课程选用,具体包括第1章绪论;第2章轴向拉伸和压缩;第3章剪切与挤压的适用计算;第4章扭转;第5章弯曲内力;第6章弯曲应力;第7章弯曲变形;第8章应力与应变分析;第9章强度理论;第10章组合变形;第11章压杆稳定。材料力学(下)包含能量方法,超静定结构,动载荷,交变应力与疲劳强度,平面曲杆,厚壁圆筒和旋转圆盘,杆件的塑性变形,复合材料的力学性能等较深入的问题。

本书可作为高等院校工科类专业材料力学课程的教材,也可供有关工程技术人员参考和作为高等教育自学教材。

图书在版编目(CIP)数据

材料力学. 上 / 任述光主编. —北京: 国防工业出版社, 2015. 2

高等院校机械类“十二五”规划教材

ISBN 978-7-118-09903-4

I. ①材… II. ①任… III. ①材料力学-高等学校-教材 IV. ①TB301

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2014)第 313236 号

※

国防工业出版社出版发行

(北京市海淀区紫竹院南路23号 邮政编码100048)

北京奥鑫印刷厂印刷

新华书店经售

*

开本 787×1092 1/16 印张 18½ 字数 418 千字

2015年2月第1版第1次印刷 印数 1—3000 册 定价 36.00 元

(本书如有印装错误,我社负责调换)

国防书店:(010)88540777

发行邮购:(010)88540776

发行传真:(010)88540755

发行业务:(010)88540717

前 言

材料力学是高等院校工科专业必修的专业基础课,材料力学的理论和方法既可以解决工程实际问题,又是其他相关专业课程的基础。材料力学内容丰富,各专业对材料力学知识掌握的要求也不一样。随着教学改革不断深入,由于其他课程增加,材料力学教学课时普遍减少。为了适应大学生素质拓展的需要,针对 50~80 学时工科专业大学生的不同教学要求,编写一本内容精炼、专业适应性强、便于教学与自学的材料力学教材十分必要。2011 年开始,主编就开始了这方面的工作。2014 年 7 月在昆明召开的“高等学校基础力学课程骨干教师高级研修班”上,笔者有幸聆听了教育部高等学校基础力学课程教学指导委员会各位专家教授就材料力学课程的教学和教材建设的意见和建议。本书在编写过程中注重理论严谨、逻辑清晰、内容精炼、深入浅出,例题和习题丰富。全书由上、下两分册组成,涵盖了材料力学课程的要求,重点阐述基本概念、基本理论,着眼于工程实际问题的解决,培养学生逻辑思维能力和运用所学知识解决工程实际问题的能力。上册包含了材料力学教学的基本要求,下册包含了材料力学中的一些专题。

讲授完上册内容约需 60 学时,书中带 * 号的内容,教师可根据本校、本专业的实际情况决定取舍。

本书可作为高等院校工科类专业材料力学课程的教材,也可供有关工程技术人员参考和作为高等教育自学教材。

本书由湖南农业大学、山西农业大学等高校从事材料力学教学的一线教师共同编写。湖南农业大学任述光任主编。全书由任述光负责统稿,并对部分章节进行了补充和删减。

感谢湖南农业大学教务处和国防工业出版社对本教材出版给予的支持!

由于编者水平有限,加上时间仓促,书中难免有疏漏和不足之处,恳请各位同行专家和读者批评指正。

编 者

2014 年 10 月

目 录

第1章 绪论	1
1.1 材料力学的任务	1
1.2 变形固体的基本假设	1
1.3 外力及其分类	2
1.4 内力和应力	3
1.4.1 内力与截面法	3
1.4.2 应力	5
1.5 变形与应变	6
1.6 杆件变形的基本形式	7
1.6.1 构件的分类	7
1.6.2 杆件变形的基本形式	8
习题	9
第2章 轴向拉伸和压缩	10
2.1 轴向拉伸和压缩的概念	10
2.2 轴力与轴力图	10
2.3 拉(压)杆的应力与圣维南原理	12
2.3.1 拉(压)杆横截面上的应力	12
2.3.2 拉(压)杆斜截面上的应力	13
2.3.3 圣维南原理	17
2.4 拉(压)杆的变形	18
2.4.1 胡克定律	18
2.4.2 泊松比	19
2.5 材料拉伸和压缩时的力学性能	22
2.5.1 材料的拉伸和压缩试验	23
2.5.2 低碳钢拉伸时的力学性能	23
2.5.3 其他金属材料在拉伸时的力学性能	26
2.5.4 金属材料在压缩时的力学性能	26
2.5.5 几种非金属材料的力学性能	27
2.5.6 塑性材料和脆性材料的主要区别	28

2.6*	温度和时间对材料机械性质的影响	29
2.6.1	短期静载下,温度对材料机械性质的影响	29
2.6.2	高温、长期静载下材料的机械性质	29
2.7	许用应力与强度条件	30
2.7.1	许用应力	30
2.7.2	强度条件	31
2.8	应力集中	35
2.8.1	应力集中的概念	35
2.8.2	应力集中对构件强度的影响	36
2.9	拉压杆的超静定问题	36
2.9.1	超静定的概念	36
2.9.2	装配应力	39
2.9.3	温度应力	41
	习题	42
第3章	剪切和挤压的实用计算	49
3.1	剪切的观念	49
3.2	剪切强度计算	50
3.3	挤压强度计算	51
	习题	55
第4章	圆轴的扭转	60
4.1	扭转的概念	60
4.2	扭矩和扭矩图	60
4.2.1	外力偶矩	60
4.2.2	扭矩	61
4.2.3	扭矩图	62
4.3	剪切胡克定理	63
4.3.1	薄壁圆筒扭转时横截面上的应力	63
4.3.2	纯剪切、切应力互等定理	64
4.3.3	切应变、剪切胡克定理	64
4.4	扭转应力与强度	65
4.4.1	圆轴扭转时横截面上的应力	65
4.4.2	极惯性矩 I_p 和抗扭截面系数 W_t	67
4.4.3	圆轴扭转强度计算	68
4.5	扭转变形与刚度	70
4.6	非圆截面杆扭转	73

习题	76
第5章 弯曲内力	82
5.1 平面弯曲	82
5.2 受弯杆件的简化	83
5.2.1 梁的简化	83
5.2.2 载荷的简化	83
5.2.3 约束的简化	84
5.2.4 单跨静定梁的类型	85
5.3 梁的弯曲内力——剪力和弯矩	85
5.3.1 截面法求内力	86
5.3.2 简便法求内力	88
5.4 剪力图和弯矩图	89
5.5 微分关系法绘制剪力图和弯矩图	93
5.5.1 载荷集度、剪力和弯矩之间的微分关系	93
5.5.2 用微分关系法绘制剪力图和弯矩图	94
5.6 用叠加法画弯矩图	98
习题	103
第6章 弯曲应力	108
6.1 弯曲正应力	108
6.1.1 纯弯曲梁的正应力	108
6.1.2 横力弯曲梁的正应力	113
6.2 弯曲切应力	113
6.2.1 矩形截面梁的切应力	113
6.2.2 工字形截面梁的切应力	117
6.2.3 圆形截面梁的切应力	118
6.2.4 环形截面梁的切应力	119
6.3 弯曲强度计算	120
6.3.1 弯曲正应力强度条件	120
6.3.2 弯曲切应力强度条件	122
6.4 提高弯曲强度的一些措施	125
6.4.1 合理安排梁的支座和载荷	126
6.4.2 采用合理的截面形状	127
6.4.3 采用等强度梁	128
6.5 开口薄壁杆件的弯曲中心	130
习题	135

第7章 弯曲变形	141
7.1 梁弯曲变形的基本概念	141
7.1.1 挠度	141
7.1.2 转角	142
7.1.3 梁的变形与位移	143
7.2 挠曲线的近似微分方程	144
7.3 积分法计算梁的变形	144
7.3.1 函数 $M(x)/EI$ 在梁中为单一函数	144
7.3.2 函数 $M(x)/EI$ 在梁中为分段函数	145
7.4 对称梁与反对称梁问题	149
7.5 叠加法计算梁的变形	155
7.5.1 常见情况叠加法的应用	156
7.5.2 叠加法的常用技巧	162
7.6 刚度条件及其应用	166
7.6.1 梁的刚度条件	166
7.6.2 提高梁刚度的方法	167
7.7 简单静不定梁	168
7.7.1 静不定梁的概念	168
7.7.2 变形比较法求解简单静不定梁	168
习题	171
第8章 应力及应变状态分析	178
8.1 应力状态概述	178
8.1.1 应力状态单元体	178
8.1.2 主应力及应力状态的分类	179
8.2 应力状态的实例	179
8.2.1 直杆轴向拉伸时的应力状态	179
8.2.2 圆轴扭转时表面上任一点的应力状态	180
8.2.3 圆筒形容器承受内压作用时任一点的应力状态	180
8.2.4 车轮与钢轨接触点处的应力状态	182
8.3 二向应力状态分析——解析法	182
8.3.1 二向应力状态下斜截面上的应力	182
8.3.2 主应力及主平面的方位	183
8.3.3 切应力的极值及其所在平面	184
8.4 二向应力状态分析——图解法	186
8.4.1 应力圆方程及其作法	186

8.4.2	利用应力圆确定主应力、主平面和最大切应力	188
8.5	三向应力状态	190
8.5.1	三向应力圆	190
8.5.2	三向应力状态的正应力的极值、切应力的极值	190
8.6	平面应变状态分析	191
8.6.1	任意方向应变的解析表达式	191
8.6.2	主应变及主应变方向	192
8.6.3	应变圆	192
8.7	广义胡克定律	193
8.7.1	广义胡克定律	193
8.7.2	体积应变及与应力的关系	195
8.8	复杂应力状态下的比能	197
8.8.1	拉压和纯剪切应力状态下的比能	197
8.8.2	体积改变比能和形状改变比能	198
	习题	199
第9章	强度理论	207
9.1	基本变形时构件的强度条件	207
9.2	强度理论的提出	207
9.3	常用的四种强度理论	208
9.3.1	第一强度理论(最大拉应力理论)	208
9.3.2	第二强度理论(最大伸长线应变理论)	209
9.3.3	第三强度理论(最大切应力理论)	209
9.3.4	第四强度理论(形状改变比能理论)	211
9.3.5	四个强度理论的应用	211
9.4*	莫尔强度理论	212
9.4.1	莫尔强度理论简介	212
9.4.2	莫尔强度理论的强度条件	213
9.4.3	莫尔强度条件的讨论	214
	习题	215
第10章	组合变形	218
10.1	组合变形的概念	218
10.2	斜弯曲	219
10.2.1	斜弯曲的应力	219
10.2.2	斜弯曲时的强度计算	221
10.2.3	斜弯曲的变形计算	222

10.3	拉伸(压缩)与弯曲的组合	224
10.4	偏心拉伸(压缩)	227
10.4.1	偏心拉(压)的应力计算	227
10.4.2	截面核心	229
10.5	扭转与弯曲的组合	231
	习题	234
第 11 章	压杆稳定	241
11.1	压杆稳定性的概念	241
11.2	两端铰支细长压杆的临界力	243
11.3	不同杆端约束细长压杆的临界力	245
11.3.1	一端固定另一端自由细长压杆的临界力	245
11.3.2	两端固定细长压杆的临界力	245
11.3.3	一端固定另一端铰支细长压杆的临界力	246
11.4	欧拉公式的适用范围 经验公式	247
11.4.1	临界应力和柔度	247
11.4.2	欧拉公式的适用范围	247
11.4.3	中柔度压杆的临界应力公式	248
11.4.4	小柔度压杆	249
11.4.5	临界应力总图	249
11.5	压杆稳定性计算	250
11.6	提高压杆稳定性的措施	256
	习题	257
附录		263
附录 I	截面的几何性质	263
附录 II	常用截面的几何性质计算公式	268
附录 III	简单荷载作用下梁的转角和挠度	269
附录 IV	型钢规格表	271
参考文献		284

第1章 绪 论

1.1 材料力学的任务

各种机械或工程结构都是由许多零件或结构元件所组成的,这些不可再拆卸的零件或结构元件统称为构件,如建筑物的梁和柱,机床的轴,发动机连杆等。在工作中,每一构件都受到一定的外力,例如,提升重物的钢丝绳承受重物的拉力,车床主轴受齿轮啮合力和切削力的作用,桥墩要承受桥梁及桥上物体重力的作用。这些作用于物体的外力统称为载荷。构件受到外力作用时,其形状与尺寸也发生改变,构件尺寸与形状的改变称为变形。构件的变形分为两类:一类为外力消除后可以完全恢复的变形,称为弹性变形;另一类为外力消除后不能消失的变形,称为塑性变形或残余变形。

为保证工程结构或机械的正常工作,构件应有足够的能力负担起应当承受的载荷。因此,构件应满足以下的要求:

(1) 强度要求:构件应有足够的抵抗破坏的能力。构件不能折断,提升重物的钢丝绳不允许被拉断,储气罐不应爆破,不能产生显著的塑性变形等。构件抵抗破坏和抵抗塑性变形的能力称为强度。

(2) 刚度要求:构件应有足够的抵抗弹性变形的能力。有些构件工作时虽然不会出现强度不够而破坏,但如果出现较大变形也会影响到其正常工作。例如,机床主轴或床身变形过大,将影响加工精度,吊车大梁变形过大会引起吊车的爬坡等。构件抵抗弹性变形的能力称为刚度。

(3) 稳定性要求:构件应有足够的保持原有平衡形态的能力。千斤顶的螺杆,内燃机的挺杆应始终保持原有直线平衡形态。构件丧失保持原有平衡形态的能力称为失稳,构件失稳在工程上也是不允许的。例如,桥梁结构的受压杆件失稳,将可能导致桥梁结构的整体或局部塌毁。

构件的强度、刚度和稳定性统称为构件的承载能力。提高构件承载能力往往需要用优质材料或加大截面尺寸。但是由此又可能造成材料浪费与结构笨重。可见,安全与经济之间有矛盾。材料力学的任务就是在满足强度、刚度和稳定性的要求下,为设计既经济又安全的构件,提高必要的理论基础和计算方法。

在研究构件的承载能力时,材料在外力作用下表现出的变形和破坏等方面的性能,这些性能要通过实验来测定,还有一些尚无理论结果的问题,也必须借助实验方法来解决。因此,实验分析和理论研究同是材料力学解决问题的方法。

1.2 变形固体的基本假设

固体因外力作用而变形称为变形固体或可变形固体。固体有多方面的属性,研究的

角度不同,侧重面各不相同。材料在外力作用下所表现出来的性能称为材料的力学性能或机械性质。研究构件的强度、刚度和稳定性时,为抽象出力学模型,掌握与问题有关的主要属性,略去一些次要因素,对变形固体做如下假设:

(1) 连续性假设:认为组成固体的物质毫无空隙地充满了固体的体积,即认为物质是密实的。按此假设,构件中的一些力学量(如各点的位移等),即可采用坐标的连续函数表示,并采用无限小的极限分析方法。实际上,组成固体的粒子之间存在着空隙并不连续,但这种空隙与构件的尺寸相比极其微小,可以不计,认为固体在其整个体积内是连续的。

(2) 均匀性假设:均匀性假设就是假定构件内各处的力学性能相同。对于实际材料,其基本组成部分的力学性能往往存在不同程度的差异。例如,金属是由大量微小晶粒所组成,每个晶粒的力学性能不完全相同。但是,由于构件的尺寸远大于其组成部分尺寸(例如, 1mm^3 的钢材中包含了数万甚至数十万晶粒),固体的力学性能是各晶粒的力学性能的统计平均值,因此,按照统计学观点,仍可将材料看成是均匀的,所以各处的力学性能是相同的。

(3) 各向同性假设:无论沿任何方向,固体的力学性能都是相同的,具备这种性质的材料称为各向同性材料,否则称为各向异性的。玻璃、工程塑料即为典型的各向同性材料。金属的单个晶粒是各向异性的,但由于金属物质是由大量的晶粒所组成,而且晶粒的排列是杂乱无章的,因此,金属材料在各个方向的性质就接近相同了。至于由增强纤维和基体材料组成的复合材料、木材等,就是各向异性材料。

1.3 外力及其分类

研究对象以外的其他物体作用于研究对象上的力称为外力,包括载荷和支座的约束力。按照作用方式,外力可以分为集中力与分布力。集中力就是作用于物体某一点上的力。很多情况下,力并非作用于物体的某一点上,而是作用于物体的一部分长度、表面上或作用于物体的每个质点上。连续分布在物体一部分长度上的力称为线分布力,如楼板对梁的作用力。连续分布在物体表面上(或部分表面上)的外力称为表面力或面力,例如,接触压力、土压力、流体压力等。作用于物体的每个质点上的外力或者说作用于物体内单位体积上的外力则称为体积力或体力,例如,重力和惯性力等。

物体内各点所受体积力一般是不同的。为了表明物体在某一点 M 所受体积力大小和方向,在这一点取物体的一小部分体积,它包含着 M 点,并且它的体积为 ΔV ,设作用于 ΔV 的外力为 ΔF ,则外力在此点的平均集度为 $\frac{\Delta F}{\Delta V}$,如果所取的体积不断缩小,则 ΔF 和 $\frac{\Delta F}{\Delta V}$ 都将不断地改变大小、方向和作用点。当 ΔV 无限减小而趋于 M 点,若体力为连续分布,则 $\frac{\Delta F}{\Delta V}$ 将趋于一极限值,以 f 表示这一极限,即 $\lim_{\Delta V \rightarrow 0} \frac{\Delta F}{\Delta V} = f$ 。这个极限矢量 f 就是物体在 M 点所受的体积力,简称体力,它即为外力在 M 点的集度。因为 ΔV 是标量,所以 f 的方向就是 ΔF 的极限方向。体积力的量纲是 $[\text{力}][\text{长度}]^{-3}$ 。

与体积力的情况相同,分布在物体表面上(或部分表面上)的外力称为表面力或面力。为了表明物体在某一点 M 所受面力大小和方向,在这一点取物体表面的一小部分面积,它包含着 M 点,并且它的面积为 ΔS ,设作用于 ΔS 的外力为 ΔF ,则外力在此点的平均集度为 $\frac{\Delta F}{\Delta S}$ 。如果所取的面积不断缩小,则 ΔF 和 $\frac{\Delta F}{\Delta S}$ 都将不断地改变大小、方向和作用点。当 ΔS 无限减小而趋于 M 点,如果面力为连续分布,则 $\frac{\Delta F}{\Delta S}$ 将趋于一极限值,以 p 表示这一极限,即 $\lim_{\Delta S \rightarrow 0} \frac{\Delta F}{\Delta S} = p$ 。这个极限矢量 p 就是物体在 M 点所受的面积力,它即为外力在 M 点的集度。因为 ΔS 是标量,所以 p 的方向就是 ΔF 的极限方向。它的量纲是[力][长度]⁻²。

对于作用于物体单位长度上的力称为线分布力,若一点 M 处 Δl 长度上作用的力为 ΔF ,当 Δl 无限减小而趋于 M 点时, $\frac{\Delta F}{\Delta l}$ 的极限称为这点的载荷集度,即 $\lim_{\Delta l \rightarrow 0} \frac{\Delta F}{\Delta l} = q$, q 的方向就是 ΔF 的极限方向。它的量纲是[力][长度]⁻¹。

对于作用于物体表面上的集中力,可以看作是在表面上极小区域内作用的分布力,只是它的面力集度趋于无限大。

按照载荷随时间变化的情况,可分为静载荷和动载荷。随时间变化极其缓慢或不随时间变化的载荷称为静载荷。如起重机以及极缓慢的速度吊装重物时所受到的力,测定工程材料的力学性能时实验所用的加载速度控制在一定范围内的载荷。其特征是在加载过程中,构件的加速度很小可以忽略不计。随时间变化显著或使构件中各质点产生明显加速度的载荷,称为动载荷。按其随时间变化方式,动载荷又分为交变载荷和冲击载荷,例如当齿轮转动时,作用于每一个齿上的力都是随时间作周期性变化的交变载荷。冲击载荷则是物体的运动在瞬时内发生突然的变化所引起的载荷,例如,急刹车时飞轮的轮轴、锻造时汽锤的锤杆和冲床的冲头工作时都受到冲击载荷的作用。

材料在静载荷和动载荷作用下的性能颇不相同,分析方法也有差异。因为静载荷问题比较简单,所建立的理论和分析方法又可作为解决动载荷问题的基础,所以本书先研究静载荷问题。

1.4 内力和应力

1.4.1 内力与截面法

物体因受外力作用而变形,内部各部分之间因相对位置改变而引起的相互作用就是内力。即使不受外力的作用,物体的各质点之间依然存在相互作用力——固有内力。而材料力学中所说的内力是指外力作用下、上述相互作用力的变化量,称为“附加内力”。它随外力的增加而加大,到达某一限度时就会引起构件的破坏,它与强度是密切相关的。材料力学中常用构件某个截面上所受的力来表征其内力,它是截面上各点内力系向截面内一点简化的宏观体现。通常向截面几何中心(形心)简化。

受外力作用而处于平衡的构件,要显示计算内力一般用截面法来确定。它是研究固

体力学问题的基本方法。

截面法就是假想地用一平面,将构件截开,从而揭示和确定内力的方法。如图 1-1 所示,欲求构件 $m-m$ 截面的内力,可将其归纳为以下三个步骤:

(1) 欲求某一截面上的内力时,就沿该截面假想地把构件分成两部分,任意地留下一部分作为研究对象,并弃去另一部分。

(2) 用作用于截面上的内力代替弃去部分对留下部分的作用。

(3) 建立留下部分的平衡方程,确定未知的内力。

按照连续性假设,在 $m-m$ 截面上各处都有内力作用,所以内力是分布于截面上的一个分布力系。把分布力系向截面上某一点简化后得到的主矢和主矩,称为截面上的内力。为方便起见,一般将力系向横截面几何中心(形心)简化,如图 1-2 所示,截面内力向形心 O 简化后的主矢为 F ,主矩为 M_0 。以横截面几何中心为原点,以轴线为 x 轴,建立笛卡儿坐标系 $Oxyz$,将主矢分解为平行笛卡儿坐标系坐标轴的分量,其中平行轴线(x 轴)的分量 F_N 称为轴力,截面内平行 y 轴和平行 z 轴的分量 F_{sy} 和 F_{sz} 称为剪力。将主矩 M_0 分解为平行三个坐标轴的力偶矩矢量,其中作用面在横截面内的力偶称为扭矩,以 T 表示,另外还有作用在 xy 平面和 xz 平面的力偶,称为弯矩,分别以 M_z 和 M_y 表示。

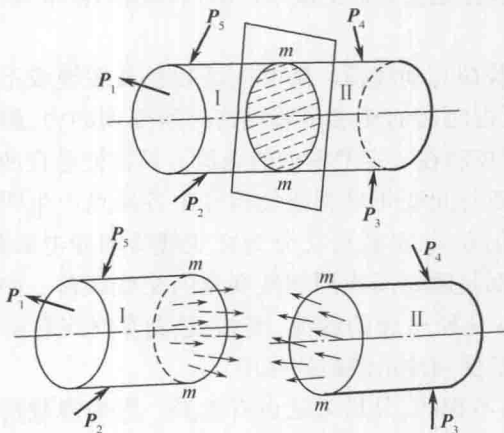


图 1-1

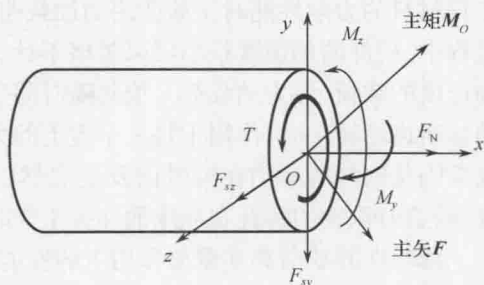


图 1-2

内力的大小只能说明内力与外力的平衡关系,不能说明分布内力系在截面内某一点处的强弱程度。

例 1 已知小型压力机机架受力 F_P, F'_P 的作用,如图 1-3(a) 所示,试求:立柱截面 $m-n$ 上的内力。

解 (1) 假想从 $m-n$ 面将机架截开,将机架分成两部分;

(2) 取上部为研究对象,建立如图 1-3(b) 所示坐标系,画出内力 F_N, M_Z , 如图 1-3(b) 所示;

(3) 列留下部分的平衡方程

$$\sum F_y = 0, \quad F_P - F_N = 0$$

$$F_N = F_P$$

$$\sum M_o = 0, \quad F_P \cdot a - M_Z = 0$$

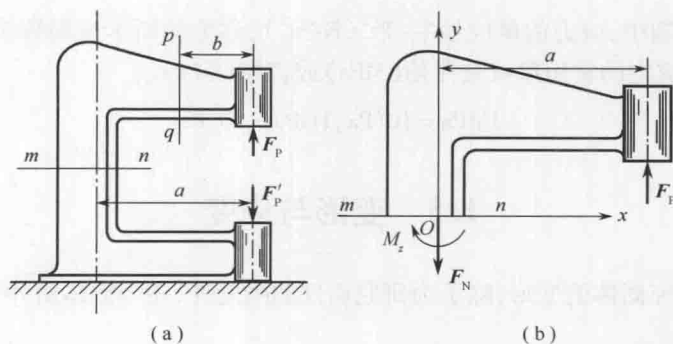


图 1-3

$$M_z = F_P \cdot a$$

读者试求 $p-q$ 截面上的内力。

1.4.2 应力

为了研究物体在其内部某一点 M 处的内力, 假想用经过 M 点的一个截面 $m-m$ 将物体分为 I、II 两部分(图 1-4(a))。部分 I 将在截面 $m-m$ 上作用一定的内力于部分 II。截面内力反映了截面的受力大小, 但并不能反映一点处受力的强弱程度, 反映这一情况的是截面上一点的应力。在 $m-m$ 截面上取包含 M 点的微小面积 ΔA , 作用于 ΔA 面积上的内力为 ΔP 。

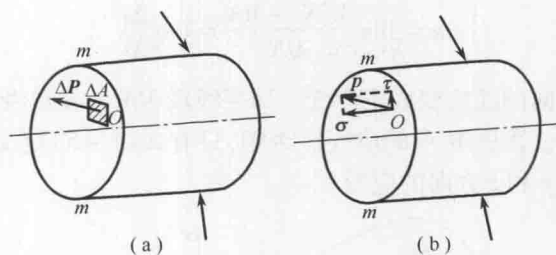


图 1-4

假定内力连续分布, 令 ΔA 无限减小而趋于 M 点时, 则 $\frac{\Delta P}{\Delta A}$ 的极限 p 就是物体在截面 $m-m$ 上 M 点的应力, 也就是

$$\lim_{\Delta A \rightarrow 0} \frac{\Delta P}{\Delta A} = p \quad (1-1)$$

应力 p 在其作用截面上的法向分量称为正应力, 用 σ 表示; 在作用截面上的切向分量称为切应力, 用 τ 表示。当一点的应力与该点截面法线方向成 α 角时(见图 1-3(b)), 则截面上该点的正应力

$$\sigma = p \cos \alpha \quad (1-2)$$

切应力

$$\tau = p \sin \alpha \quad (1-3)$$

在国际单位制中,应力的单位是牛/米² (N/m²),称为帕斯卡或简称为帕(Pa),1Pa = 1N/m²。工程中应力的常用单位是兆帕(MPa)或吉帕(GPa)。

$$1\text{MPa} = 10^6\text{Pa}, 1\text{GPa} = 10^9\text{Pa}$$

1.5 变形与应变

材料力学研究固体的变形,除了为研究构件的刚度外,还因固体由外力引起的变形与内力的分布有关。

图1-5(a)中固体,限制固体的刚体位移后,因变形 M 点位移到 M' 点, M 点的位移全是由变形引起的。设想在 M 点附近取边长为 $\Delta x, \Delta y, \Delta z$ 的微小直角六面体(当六面体的边长趋于无限小时称为单元体),变形后六面体的边长和棱边的夹角都将发生变化。把上述六面体投影于 Oxy 平面内(放大)。变形前平行于 x 轴的线段 MN 原长为 Δx ,变形后 M 和 N 分别位移到 M' 和 N' 。 $M'N'$ 的长度为 $\Delta x + \Delta s$ 。这里 $\Delta s = M'N' - MN$ 代表线段 MN 的长度变化。比值为

$$\varepsilon_m = \frac{\overline{M'N'} - \overline{MN}}{\overline{MN}} = \frac{\Delta s}{\Delta x} \quad (1-4)$$

表示线段每单位长度的平均伸长或缩短,称为线段 MN 的平均应变。逐渐缩小 M 点和 N 点的距离使 $\overline{MN}$ 趋近于零,则 ε_m 的极限为

$$\varepsilon = \lim_{\overline{MN} \rightarrow 0} \frac{\overline{M'N'} - \overline{MN}}{\overline{MN}} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta s}{\Delta x} \quad (1-5)$$

称为 M 点沿 x 方向的线应变或正应变。如果线段 MN 内各点沿 x 方向的变形程度是均匀的,则平均应变 ε_m 就是 M 点的应变。否则,只有式(1-5)定义的应变才是 M 点的应变。同样可以定义 y 和 z 方向的应变。

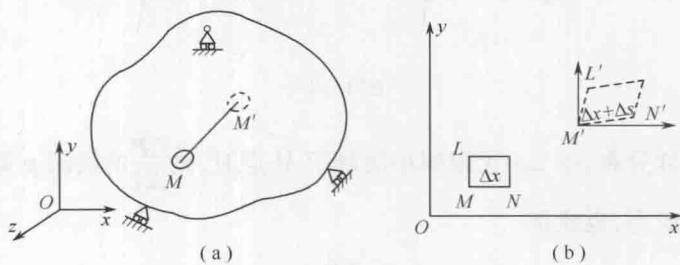


图 1-5

固体的变形还表现在正交线段的夹角也将发生变化,例如在图1-5(b)中,变形前 MN 和 ML 正交,变形后 $M'N'$ 和 $M'L'$ 的夹角变为 $\angle L'M'N'$,变形前后角度的变化是 $\frac{\pi}{2} - \angle L'M'N'$ 。当 N 和 L 趋近于 M 时,上述角度变化的极限值

$$\gamma = \lim_{\substack{\overline{MN} \rightarrow 0 \\ \overline{ML} \rightarrow 0}} \frac{\pi}{2} - \angle L'M'N' \quad (1-6)$$

称为 M 点在 x, y 平面内的切应变或角应变(剪应变)。

线应变 ε 和角应变 γ 是度量一点处变形程度的两个基本量,它们是没有量纲的。

实际变形一般是极其微小的,材料力学研究的问题限于小变形的情况,认为无论是变形或因变形引起的位移,其大小都远小于构件的最小尺寸。所以在列出结构的力的平衡方程时仍可用变形前的形状和尺寸,即把变形省略不计,这种方法称为原始尺寸原理。利用这一原理使许多十分复杂的问题,变得较为简单了。

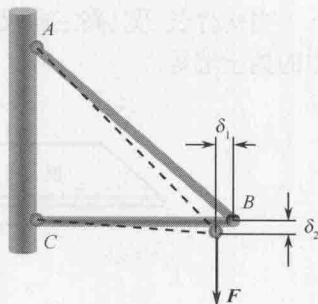


图 1-6

图 1-6 中,支架的各杆因受力而变形,引起载荷作用点的位移。但因位移 δ_1 和 δ_2 都是非常小的量,所以当列出各杆受力和载荷 F 在节点 B 的平衡方程时,仍可用支架变形前的形状和尺寸,即把支架的变形忽略不计,它使计算得到很大简化。否则为求出 AB 和 BC 两杆所受的力,应先列出节点 B 的平衡方程。列平衡方程时又要考虑支架形状和尺寸的变化。而这些变化在求得两杆受力之前又是未知的,问题就变得十分复杂了。

正因为位移和应变都是很小的量,所以这些量的平方或乘积与其一次方相比,就可作为高阶小量。

1.6 杆件变形的基本形式

1.6.1 构件的分类

工程上构件的种类很多,如杆、板、壳、块等,而材料力学主要研究长度远大于横截面尺寸的构件,称为杆件或简称杆。垂直杆件长度方向的截面称为横截面。

横截面中心(形心)的连线称为轴线,轴线为直线的称为直杆,轴线为曲线的或折线的称为曲杆或折杆,如图 1-7 所示。

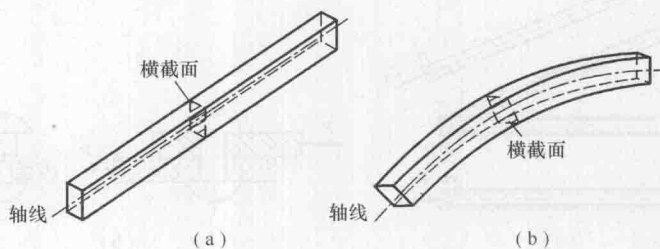


图 1-7

各横截面尺寸不变的杆叫做等截面杆,截面变化的称为变截面杆,工程中常见的是等截面直杆。它是材料力学主要的研究对象。除杆件外,工程中常见的构件还有平板、壳体和实体构件,如图 1-8 所示。

厚度方向尺寸远远小于另外两个方向尺寸的构件称为板或壳,平分构件厚度的面称为中面,中面为平面的称为板,中面为曲面的称为壳。板和壳在石油、化工容器、船舶和现代建筑中使用较多。