与大学数学应用型本科
“十二五”规划教材配套

线性代数习题册

Xianxing Daishu Xitice

主　编　吴田峰　苗成双
副主编　樊　丹　宋军智

重庆大学出版社
http://www.cqup.com.cn

大学数学应用型本科“十二五”规划教材配套

线性代数习题册

主　编　吴田峰　苗成双
副主编　樊　丹　宋军智

重庆大学出版社

图书在版编目(CIP)数据

线性代数习题册/吴田峰,苗成双主编. —重庆:重庆大学出版社,2015.1
ISBN 978-7-5624-8720-3

Ⅰ.①线… Ⅱ.①吴…②苗… Ⅲ.①线性代数—高等学校—习题集 Ⅳ.①O151.2-44

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2014)第 280389 号

线性代数习题册

主 编 吴田峰 苗成双
副主编 樊 丹 宋军智
责任编辑:文 鹏 曾春燕 版式设计:文 鹏
责任校对:关德强 责任印制:赵 晟

*

重庆大学出版社出版发行
出版人:邓晓益
社址:重庆市沙坪坝区大学城西路 21 号
邮编:401331
电话:(023) 88617190 88617185(中小学)
传真:(023) 88617186 88617166
网址:http://www.cqup.com.cn
邮箱:fxk@cqup.com.cn(营销中心)
全国新华书店经销
万州日报印刷厂印刷

*

开本:720×960 1/16 印张:10 字数:169 千
2015 年 2 月第 1 版 2015 年 2 月第 1 次印刷
印数:1—2 500
ISBN 978-7-5624-8720-3 定价:26.00 元

前言

本书是与西南交通大学希望学院樊丹主编的《线性代数》相配套的学习辅导用书,主要面向使用该教材的学生,也可供使用该教材的教师作教学参考。

本书按《线性代数》的章节顺序安排,以便与教学需求保持同步。考虑读者学习的循序渐进,编写时特意使这本书具有"由简入难"的层次性。在编写时,我们对应教材的顺序逐节编写,有的地方根据需要,将几节合并编写,每节包括如下两部分内容:

(A)基础练习

对应本节的若干知识点,给出相应的习题,使读者在题目练习中掌握和巩固基本知识。

(B)提高练习

针对本节中一些重点、难点,以及具有较大意义需进一步深入探讨的问题,给出对应的习题,对这些问题的解答有助于提高读者在本课程的思维和解决问题的能力。

除了逐节编写上述两部分内容以外,在每一章末还编写了该章历年考研真题集锦;在本书末还编写了综合习题一和综合习题二。

本书由西南交通大学希望学院数学教研室的五位教师:吴田峰、苗成双、樊丹、宋军智、秦霞编写。

本书由西南交通大学胡成教授主审。参加审稿的还有西南交通大学希望学院殷勇副教授。胡成教授在审稿中给出了不少的改进意见,对此我们表示衷心感谢。

本书得到了西南交通大学希望学院领导、教务处领导和基础部的大力支持,对此我们表示诚挚的感谢。

限于编者水平,同时编写时间也比较仓促,因而本书中可能存在不妥之处,希望广大读者批评指正。

编　者
2014 年 11 月

目 录

第1章　行列式

§1.1　行列式的概念

(A)基础练习

一、选择题

1. 排列 14536287 的逆序数为(　　).

A. 8　　B. 7　　C. 10　　D. 9

2. 下列排列中(　　)是偶排列.

A. 54312　　B. 51432　　C. 45312　　D. 654321

3. 下列各项中,为某 5 阶行列式中的项是(　　).

A. $a_{13}a_{44}a_{32}a_{41}a_{55}$　　B. $a_{21}a_{32}a_{41}a_{15}a_{54}$

C. $a_{31}a_{25}a_{43}a_{14}a_{52}$　　D. $a_{15}a_{31}a_{22}a_{44}a_{55}$

4. 行列式$\begin{vmatrix} 0 & 0 & \cdots & 0 & \lambda_1 \\ 0 & 0 & \cdots & \lambda_2 & 0 \\ \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ \lambda_n & 0 & \cdots & 0 & 0 \end{vmatrix}$的值为(　　).

A. 0　　B. $\lambda_1\lambda_2\cdots\lambda_n$

C. $(-1)^{\frac{n(n-1)}{2}}\lambda_1\lambda_2\cdots\lambda_n$　　D. $-\lambda_1\lambda_2\cdots\lambda_n$

二、填空题

1. 排列 3214765 的逆序数为__________,此排列为__________排列.(奇或偶)

2. 在 5 阶行列式中,含有 $a_{14}a_{23}a_{32}a_{41}a_{55}$ 的项的符号为__________.

3. 行列式 $\begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 4 \end{vmatrix} =$ __________.

4. 行列式 $\begin{vmatrix} 1 & 2000 & 2001 & 2002 \\ 0 & -1 & 0 & 2003 \\ 0 & 0 & -1 & 2004 \\ 0 & 0 & 0 & 2005 \end{vmatrix} =$ __________.

5. 行列式 $\begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 0 & 0 \\ 2 & 4 & 3 & 0 \\ 5 & 9 & 0 & 4 \end{vmatrix} =$ __________.

三、计算题

1. 用对角线法则计算 2 阶行列式.

(1) $\begin{vmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 2 \end{vmatrix}$;　　(2) $\begin{vmatrix} d & e \\ g & h \end{vmatrix}$;　　(3) $\begin{vmatrix} \sin\alpha & -\cos\alpha \\ \cos\alpha & \sin\alpha \end{vmatrix}$.

2. 用对角线法则计算 3 阶行列式.

(1) $\begin{vmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{vmatrix}$;

(2) $\begin{vmatrix} b & 0 & c \\ 0 & a & 0 \\ 0 & d & 0 \end{vmatrix}$;

(3) $\begin{vmatrix} a & b & c \\ b & c & a \\ c & a & b \end{vmatrix}$.

(B) 提高练习

填空题

1. 要使排列(3729m14n5)为偶排列,则 m = ________, n = ________.

2. 若 $a_{1i}a_{23}a_{35}a_{5j}a_{44}$ 是5阶行列式中带有正号的一项,则 i = ________, j = ________.

3. 关于 x 的多项式 $\begin{vmatrix} -x & 1 & 1 \\ x & -x & x \\ 1 & 2 & -2x \end{vmatrix}$ 中,含 x^3, x^2 项的系数分别是________, ________.

4. 行列式 $\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} \end{vmatrix}$ 的项共有________项,在 $a_{11}a_{23}a_{14}a_{42}$, $a_{34}a_{12}a_{43}a_{21}$ 中,________是该行列式的项,符号是________.

§1.2 行列式的性质

(A)基础练习

一、选择题

1. 计算行列式 $3\begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix} =$ ( ).

A. $\begin{vmatrix} 3a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & 3b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & 3c_3 \end{vmatrix}$　　B. $\begin{vmatrix} 3a_1 & 3b_1 & 3c_1 \\ 3a_2 & 3b_2 & 3c_2 \\ 3a_3 & 3b_3 & 3c_3 \end{vmatrix}$

C. $\begin{vmatrix} 3a_1 & -3b_1 & 3c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix}$　　D. $\begin{vmatrix} 3a_1 & 3b_1 & 3c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix}$

2. 已知4阶行列式 A 的值为2,将 A 的第三行元素乘以 -1 加到第四行的对应元素上去,则现行列式的值( ).

A. 2　　B. 0　　C. -1　　D. -2

3. 设 $D = \begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix} = m$,则 $\begin{vmatrix} 2a_1 & b_1+c_1 & 3c_1 \\ 2a_2 & b_2+c_2 & 3c_2 \\ 2a_3 & b_3+c_3 & 3c_3 \end{vmatrix} =$ ( ).

A. $2m$　　B. $3m$　　C. $12m$　　D. $6m$

4. 设 $D = \begin{vmatrix} a+m & c+e \\ b+n & d+f \end{vmatrix}$,则 $D =$ ( ).

A. $\begin{vmatrix} a & c \\ b & d \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} m & e \\ n & f \end{vmatrix}$　　B. $\begin{vmatrix} a & c \\ b & d \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} m & c \\ n & d \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} a & e \\ b & f \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} m & e \\ n & f \end{vmatrix}$

C. $\begin{vmatrix} a & c \\ n & d \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} m & e \\ b & f \end{vmatrix}$　　D. $\begin{vmatrix} m & a \\ b & n \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} c & e \\ d & f \end{vmatrix}$

二、填空题

1. 行列式某一列的元素乘以同一数后，加到另一列的对应元素上，行列式______.

2. 行列式中如果有两行(列)元素成比例，则此行列式等于________.

3. 若 $\begin{vmatrix} d & e \\ g & h \end{vmatrix} = 10$，则 $\begin{vmatrix} d & g \\ e & h \end{vmatrix} =$ ________，$\begin{vmatrix} g & h \\ d & e \end{vmatrix} =$ ________，$\begin{vmatrix} d & g \\ 3e & 3h \end{vmatrix} =$ ________，$\begin{vmatrix} d+2g & e+2h \\ g & h \end{vmatrix} =$ ________.

4. 若 $\begin{vmatrix} m_1 & m_2 \\ n_1 & n_2 \end{vmatrix} = p$，$\begin{vmatrix} m_3 & m_1 \\ n_3 & n_1 \end{vmatrix} = q$，则 $\begin{vmatrix} m_1 & m_2+m_3 \\ n_1 & n_2+n_3 \end{vmatrix} =$ ________.

5. 利用行列式的性质计算 3 阶行列式 $\begin{vmatrix} 21 & 13 & 55 \\ 5 & -7 & 23 \\ 42 & 26 & 110 \end{vmatrix} =$ ________.

三、计算题

1. $\begin{vmatrix} 4251 & 6251 \\ 7092 & 9092 \end{vmatrix}$.

2. $\begin{vmatrix} 103 & 100 & 204 \\ 199 & 200 & 395 \\ 301 & 300 & 600 \end{vmatrix}$.

3. $\begin{vmatrix} a+b & c & 1 \\ b+c & a & 1 \\ c+a & b & 1 \end{vmatrix}$.

4. $D_n = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & \cdots & 1 \\ 1 & 2 & 2 & \cdots & 2 \\ 1 & 2 & 3 & \cdots & 3 \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ 1 & 2 & 3 & \cdots & n \end{vmatrix}$.

5. $\begin{vmatrix} 1 & a_1 & a_2 & a_3 \\ 1 & a_1+b_1 & a_2 & a_3 \\ 1 & a_1 & a_2+b_2 & a_3 \\ 1 & a_1 & a_2 & a_3+b_3 \end{vmatrix}$.

(B) 提高练习

一、选择题

1. 设 $D=\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}=1$,则 $D=\begin{vmatrix} 4a_{11} & 2a_{11}-3a_{12} & a_{13} \\ 4a_{21} & 2a_{21}-3a_{22} & a_{23} \\ 4a_{31} & 2a_{31}-3a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}=($　　$)$.

A. 0　　B. -12　　C. 12　　D. 1

2. 方程 $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & -2 & x \\ 1 & 4 & 4 & x^2 \\ 1 & 8 & -8 & x^3 \end{vmatrix}=0$ 的根为(　　).

A. $1,2,-2$　　B. $1,2,3$　　C. $1,-1,2$　　D. $0,1,2$

3. 3 阶行列式 $\begin{vmatrix} 1+a_1 & 1 & 1 \\ 1 & 1+a_2 & 1 \\ 1 & 1 & 1+a_3 \end{vmatrix}$ 的值为(　　).

A. $(1+a_1)(1+a_2)(1+a_3)$

B. $a_1a_2a_3\left(1+\frac{1}{a_1}+\frac{1}{a_2}+\frac{1}{a_3}\right)$

C. $a_1a_2a_3\left(\frac{1}{a_1}+\frac{1}{a_2}+\frac{1}{a_3}\right)$

D. 以上均不对

二、计算题

$$D_n = \begin{vmatrix} 3 & 2 & 2 & \cdots & 2 \\ 2 & 3 & 2 & \cdots & 2 \\ 2 & 2 & 3 & \cdots & 2 \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ 2 & 2 & 2 & \cdots & 3 \end{vmatrix}.$$

三、证明题

1. $$\begin{vmatrix} a^2 & ab & b^2 \\ 2a & a+b & 2b \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix} = (a-b)^3.$$

2. $$\begin{vmatrix} b+c & c+a & a+b \\ b_1+c_1 & c_1+a_1 & a_1+b_1 \\ b_2+c_2 & c_2+a_2 & a_2+b_2 \end{vmatrix} = 2\begin{vmatrix} a & b & c \\ a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \end{vmatrix}.$$

3. $$\begin{vmatrix} a_1+ka_2+la_3 & a_2+ma_3 & a_3 \\ b_1+kb_2+lb_3 & b_2+mb_3 & b_3 \\ c_1+kc_2+lc_3 & c_2+mc_3 & c_3 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{vmatrix}.$$

§1.3 行列式的计算

(A) 基础练习

一、选择题

1. 设 $A = \begin{vmatrix} 2 & 0 & 8 \\ -3 & 1 & 5 \\ 2 & 9 & 7 \end{vmatrix}$,则代数余子式 $A_{12} =$ ( ).

A. -31　　B. 31　　C. 0　　D. -11

2. 行列式 $\begin{vmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & k \end{vmatrix}$ 中元素 f 的代数余子式是( ).

A. $\begin{vmatrix} d & e \\ g & h \end{vmatrix}$　　B. $-\begin{vmatrix} a & b \\ g & h \end{vmatrix}$　　C. $\begin{vmatrix} a & b \\ g & h \end{vmatrix}$　　D. $-\begin{vmatrix} d & e \\ g & h \end{vmatrix}$

3. 已知4阶行列式 D 中第三列元素依次为 $-1,2,0,1$,它们的余子式依次分别为 $5,3,-7,4$,则 $D =$ ( ).

A. -15　　B. 15　　C. 0　　D. 1

4. 4 阶行列式 $D_4 = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 3 \\ 3 & 0 & 4 & 0 \\ 0 & 4 & 0 & 1 \end{vmatrix}$ 的值为( ).

A. 20　　B. -20　　C. 10　　D. -10

二、填空题

1. 行列式 $\begin{vmatrix} 1 & 2 & -3 \\ 2 & -1 & 0 \\ 3 & 4 & -2 \end{vmatrix}$ 中元素 0 的代数余子式的值为________.

2. 设 $D = \begin{vmatrix} 3 & -1 & 2 \\ -2 & -3 & 1 \\ 0 & 1 & -4 \end{vmatrix}$,则 $2A_{11} + A_{21} - 4A_{31} =$ ________,$A_{32} - 4A_{33} =$ ________.

三、计算题

1. 求 $D=\begin{vmatrix}-3 & 0 & 4\\ 5 & 0 & 3\\ 2 & -2 & 1\end{vmatrix}$ 中元素 a_{23},a_{31} 的余子式和代数余子式.

2. 设行列式 $D=\begin{vmatrix}a & b & c\\ b & a & c\\ d & b & c\end{vmatrix}$,求 $A_{11}+A_{21}+A_{31}$.

3. $D=\begin{vmatrix}2 & -5 & 1 & 2\\ -3 & 7 & -1 & 4\\ 5 & -9 & 2 & 7\\ 4 & -6 & 1 & 2\end{vmatrix}$.　　$D=\begin{vmatrix}4 & 0 & 6 & -3\\ 7 & 0 & 9 & 1\\ -8 & -2 & 7 & 10\\ 5 & 0 & 5 & 5\end{vmatrix}$.

4. $D=\begin{vmatrix} 2+x & 2 & 2 & 2 \\ 2 & 2-x & 2 & 2 \\ 2 & 2 & 2+y & 2 \\ 2 & 2 & 2 & 2-y \end{vmatrix}$.

5. 计算行列式 $D=\begin{vmatrix} 0 & 0 & \cdots & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \cdots & 2 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 2005 & \cdots & 0 & 0 & 0 \\ 2006 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 2007 \end{vmatrix}$.

6. 已知 4 阶行列式 D 中第三行元素依次为 $-1,0,2,4$.

(1) 若第二行元素对应的代数余子式依次分别为 $1,2,a,4$,试求 a 的值.

(2) 若第四行元素对应的余子式依次分别为 $2,10,a,4$,试求 a 的值.

7. 计算行列式.

$$(1) D = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 2^2 & 3^2 & 4^2 & 5^2 \\ 1 & 2^3 & 3^3 & 4^3 & 5^3 \\ 1 & 2^4 & 3^4 & 4^4 & 5^4 \end{vmatrix};$$

$$(2) D = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 2^2 & 3^2 & 4^2 & 5^2 \\ 1 & 2^3 & 3^3 & 4^3 & 5^3 \\ 1 & 2^4 & 3^4 & 4^4 & 5^4 \\ 1 & 2^5 & 3^5 & 4^5 & 5^5 \end{vmatrix}.$$