

力学系列教材

材料力学

Material Mechanics

谢群丹 何杰◎主编

◆材料力学大事记◆

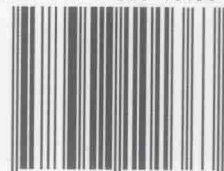
1. 独立学科的标志及杆件的拉伸问题
2. 梁的弯曲问题
3. 关于杆件扭转问题
4. 关于压杆稳定问题
5. 疲劳强度问题





Material Mechanics

ISBN 978-7-308-10136-3



9 787308 101363 >

定价: 33.00元

材 料 力 学

主 编 谢群丹 何 杰

副主编 熊洪波 欧蔓丽

主 审 尹久仁 龙卫国 黎勇索



ZHEJIANG UNIVERSITY PRESS

浙江大学出版社

图书在版编目 (CIP) 数据

材料力学/谢群丹, 何杰主编. —杭州: 浙江大学出版社, 2012.7

ISBN 978-7-308-10136-3

I. ①材… II. ①谢… ②何… III. ①材料力学
IV. ①TB301

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2012) 第 137156 号

材料力学

谢群丹 何 杰 主 编

责任编辑 邹小宁

文字编辑 谢枝英

封面设计 王聪聪

出版发行 浙江大学出版社

(杭州市天目山路 148 号 邮政编码 310007)

(网址: <http://www.zjupress.com>)

排 版 杭州教联文化发展有限公司

印 刷 浙江云广印业有限公司

开 本 787mm×1092mm 1/16

印 张 17.75

字 数 443 千

版 次 2012 年 7 月第 1 版 2012 年 7 月第 1 次印刷

书 号 ISBN 978-7-308-10136-3

定 价 33.00 元

版权所有 翻版必究 印装差错 负责调换

前 言

本教材适用于大学本科“材料力学”课程安排为中、少学时的各专业教学之用。在内容上，主要突出常用材料、结构的特点和应用。

教材中结合理论分析和例题，力求对每一个知识点进行深入浅出的分析，并使之有机的结合在一起，对结构构件的建模、外力、内力、应力以及变形分析和计算形成完整的思路。每一章有一定的思考题，可供教师在课堂讨论。

本教材系集体编写，由谢群丹、何杰担任主编，熊洪波、欧曼丽担任副主编。

本教材由湘潭大学尹久仁教授主审。

南华大学龙卫国教授和湖南城市学院黎永索教授提出许多宝贵意见，谨此致谢。

由于编者水平有限，教材中难免有不足之处，衷心希望读者批评指正。

编 者

2012 年 9 月

目 录

第一章 绪论	1
第一节 材料力学的任务及其与相关课程的关系	1
第二节 材料力学的基本假设	2
第三节 杆件的几何特征	3
第四节 杆件的变形	3
第五节 杆件的内力	4
第六节 建模	6
第二章 拉伸与压缩	9
第一节 内力	9
第二节 应力	11
第三节 应变	15
第四节 材料在拉伸压缩时的力学性能	19
第五节 强度条件与截面设计的基本概念	25
第六节 拉压超静定问题	28
第三章 剪切与扭转	38
第一节 剪切	38
第二节 扭转	41
第三节 薄壁圆筒的扭转	43
第四节 剪切胡克定律与切应力互等定理	44
第五节 等直圆杆的扭转	46
第四章 弯曲内力——危险截面	62
第一节 梁的计算简图	62
第二节 梁的平面弯曲	64
第三节 梁的内力	64
第四节 剪力方程和弯矩方程 剪力图和弯矩图	68
第五节 内力与分布载荷间的关系及其应用	73
第六节 用叠加法作梁的弯矩图	77
第五章 弯曲应力——危险点	83
第一节 梁横截面上的正应力	83

第二节	梁横截面上的切应力	89
第三节	梁的强度条件	95
第四节	梁的合理强度设计	98
第五节	非对称截面梁的平面弯曲	102
第六节	考虑材料塑性时梁的极性弯矩	105
第六章	弯曲位移	116
第一节	梁的挠曲线近似微分方程	116
第二节	用积分法求梁的位移	118
第三节	按叠加原理求梁的位移	121
第四节	梁的刚度条件	122
第五节	超静定梁的初步概念与求解	123
第七章	应力状态——危险方向	130
第一节	应力状态的概念	130
第二节	平面应力状态分析——解析法	132
第三节	平面应力状态分析——图解法	136
第四节	梁的主应力与主应力迹线	140
第五节	三向应力状态	141
第六节	广义胡克定律	143
第七节	三向应力状态下的变形能	145
第八章	强度理论	152
第一节	强度理论的概念	152
第二节	四个强度理论	153
第三节	莫尔强度理论	155
第四节	各种强度理论的适用范围	156
第九章	组合变形	161
第一节	组合变形的概念	161
第二节	斜弯曲	162
第三节	拉伸（压缩）与弯曲组合变形	166
第四节	偏心压缩与偏心拉伸	169
第五节	截面核心	171
第六节	弯曲与扭转组合变形	174
第十章	压杆稳定	183
第一节	压杆稳定的概念	183
第二节	两端铰支中心压杆的欧拉公式	185
第三节	其他约束条件下压杆的欧拉公式	188
第四节	临界应力与欧拉公式应用范围	190
第五节	压杆的稳定校核	194

第六节 提高压杆稳定性的措施	198
第十一章 变形能法	204
第一节 基本概念	204
第二节 变形能的计算	204
第三节 卡氏定理	208
第四节 虚功原理	214
第五节 单位载荷法	217
第六节 图乘法	223
第十二章 材料研究的其他问题	230
第一节 材料的疲劳破坏与疲劳极限	230
第二节 材料在动载荷作用下的力学性能	234
第三节 材料在长期载荷作用下的蠕变现象	236
附录一 截面图形的几何性质	239
第一节 静矩与形心	239
第二节 惯性矩 惯性积 极惯性矩	241
第三节 平行移轴公式	244
第四节 转轴公式与主惯性轴	246
附录二 型钢规格表	251
附录三 简单载荷作用下梁的挠度和转角	263
附录四 习题答案	266
参考文献	274

第一章 绪 论

本章介绍了材料力学的任务以及与其他相关课程之间的关系。把实际材料看作均匀、连续、各向同性的可变形固体，且在大多数场合下局限在小变形并在弹性变形范围内进行研究，并给出了杆件变形的四种基本形式：轴向拉压、剪切、扭转和弯曲。最后介绍了用截面法求杆件内力的基本方法和步骤。

第一节 材料力学的任务及其与相关课程的关系

载荷（load）指的是使结构或构件产生内力和变形的外力及其他因素，或习惯上指施加在工程结构上使工程结构或构件产生效应的各种直接作用。例如车辆载荷、吊车梁的重力、墙体的自重、设备动力载荷以及重力、风载、雪载、地震力和爆炸力等。建筑物中承受载荷并且传递载荷的空间骨架称为结构（structure），而任何结构都是由构件（member）所组成的。因此，为了保证结构能够正常的工作，就必须要求组成结构的每一个构件在载荷作用下能够正常地工作。

为保证构件在载荷作用下的正常工作，必须使其同时满足三方面的力学要求，即强度、刚度和稳定性的要求。

（1）构件抵抗破坏的能力称为强度（strength）。对构件的设计应保证它在规定的载荷作用下能够正常工作而不会发生破坏。例如，钢筋混凝土梁在载荷作用下不会发生破坏。

（2）构件抵抗变形的能力称为刚度（stiffness）。构件的变形必须要限制在一定的限度内，构件刚度不满足要求同样也不能正常工作。例如，吊车梁如果变形过大，将会影响吊车的运行。

（3）构件在受到载荷作用时在原有形状下的平衡应保证为稳定的平衡，这就是对构件的稳定性（stability）要求。例如，厂房中的钢柱应该始终维持原有的直线平衡形态。

构件的强度、刚度和稳定性与其所用的材料的力学性能有关，而材料的力学性能需要通过试验的方法来测定。因此，试验研究和理论研究是材料力学的两个基本研究手段。

综上所述，通过对材料力学的学习，我们将了解构件设计的基本力学原理，以适当地选择材料以及构件的截面形状与尺寸。材料力学的任务就是在满足强度、刚度和稳定性要求下，使构件的设计既安全又经济。

材料力学是以理论力学为先修课程，而以结构力学为后续课程的。理论力学是研究物体机械运动一般规律的科学，理论力学的刚体静力学中关于平衡的概念以及建立平衡方程求解未知力的方法是材料力学中求解构件内力的基础。而材料力学对构件的强度、刚度和稳定性的研究将为结构力学中对结构的强度、刚度和稳定性的研究打下坚实的基础。因此，

材料力学、理论力学、结构力学是三个密切相关的课程，材料力学起着承前启后的作用。我们在学习的过程中，应该逐步掌握建立构件力学模型的方法和构件受力分析中的基本概念和方法。

第二节 材料力学的基本假设

理论力学的研究对象是刚体，但是在材料力学中，构件的变形不能忽略不计，因此我们把构件作为可变形体来研究，称它们为可变形固体（deformable solid）。在对可变形固体材料制成的构件进行强度、刚度和稳定性研究时，为抽象出某种理想的力学模型，通常根据其主要性质做出一定的假设，同时忽略一些次要因素，然后对力学模型进行理论分析。在材料力学中，通常对可变形固体作如下基本假设：

1. 连续性假设（continuity assumption）

这一假设认为，构件的材料在变形后仍然保持连续性，在其整个体积内都毫无空隙地充满了物质，忽略了体积内空隙对材料力学性质的影响。

2. 均匀性假设（homogenization assumption）

这一假设认为，构件的材料在各部分的力学性能是相同的。从任意一点取出的单元体，都具有与整体同样的力学性能。

3. 各向同性假设（isotropy assumption）

这一假设认为，构件的材料在各个方向的力学性能是相同的。如工程上常用的金属材料，虽然从它们的晶粒来说，其力学性能并不一样；但从宏观上看，各个方向的力学性能接近相同。有些材料沿各方向的力学性能并不相同，像这样的材料称之为各向异性材料，如木材等。

4. 小变形假设（small transmutation assumption）

这一假设认为，材料力学中所研究的构件在承受载荷作用时，其变形量总是远小于其外形尺寸。所以，在研究构件的平衡以及内部受力和变形等问题时，一般可按构件的原始尺寸进行计算。

5. 线弹性假设（linear elasticity assumption）

工程上所用的材料，在载荷作用下均将发生变形。如果在卸载后变形消失，物体恢复原状，则称这种变形为弹性变形（elastic deformation）；但当载荷过大时，发生的变形则只有一部分在卸载后能够消失，另一部分变形将不会消失而残留下来，这种残留下来的变形部分称为塑性变形（plastic deformation）。对每种材料来讲，在一定的受力范围内，其变形完全是弹性的，并且外力与变形之间成线性关系，本书后面会讲到，这种关系称为胡克定律（Hooke's Law）。在材料力学中所研究的大部分问题都局限在线弹性变形范围内。

综上所述，在材料力学中是把实际材料看作均匀、连续、各向同性的可变形固体，且在大多数场合下局限在小变形并在弹性变形范围内进行研究。

第三节 杆件的几何特征

材料力学的研究对象主要是杆件。杆件有两个主要几何因素，即横截面（cross section）和轴线（axis）。杆件是纵向（长度方向）尺寸比横向（垂直于长度方向）尺寸要大得多的构件。房屋的梁、柱等构件一般都被抽象为杆件。杆件分为直杆和曲杆吗，如图 1.1 所示。直杆（图 1.1（a））的特征是轴线为直线，曲杆（图 1.1（b））的特征是轴线为曲线，直杆和曲杆的轴线与横截面都是相互垂直的。在材料力学中所研究的直杆多数是等截面的，通常称为等截面直杆。横截面的大小沿轴线变化的杆件则称为变截面杆。

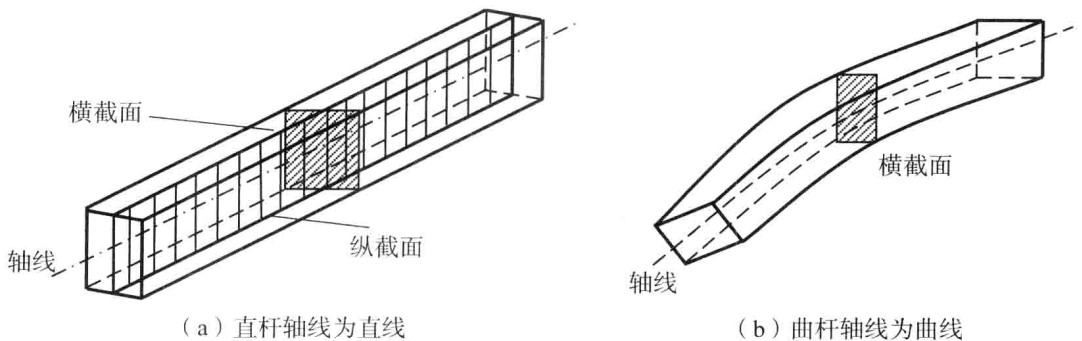


图 1.1 杆件的轴线、横截面和纵截面

第四节 杆件的变形

一、杆件变形的基本形式

杆件在不同的受力情况下有不同的变形，杆件变形的基本形式有四种。

1. 轴向拉伸或轴向压缩

在一对等值、反向、作用线与杆轴线重合的外力作用下，直杆的主要变形是长度的改变，这种变形形式称为轴向拉伸（axial tension）或轴向压缩（axial compression），如图 1.2（a）和图 1.2（b）所示。

2. 剪切

在一对相距很近的等值、反向的横向外力作用下，杆的主要变形是横截面沿外力作用方向发生的相对错动变形，这种变形形式称为剪切（shear），如图 1.2（c）所示。

3. 扭转

在一对等值、反向、作用面都垂直于杆轴的两个力偶作用下，杆件的任意两个相邻横截面绕轴线发生相对转动变形，而轴线仍维持直线，这种变形形式称为扭转（torsion），如图 1.2（d）所示。

4. 弯曲

在一对等值、反向、作用在杆件纵向平面内的两个力偶作用下，杆件将在纵向平面内发

生变曲变形，变形后的杆轴线将弯成曲线，这种变形形式称为弯曲（bending），如图 1.2（e）所示。

工程实践中常用构件在载荷作用下同时发生几种基本变形的情况称为组合变形（combined deformation）。本课程首先分别讨论四种基本变形，然后再分析组合变形的问题。

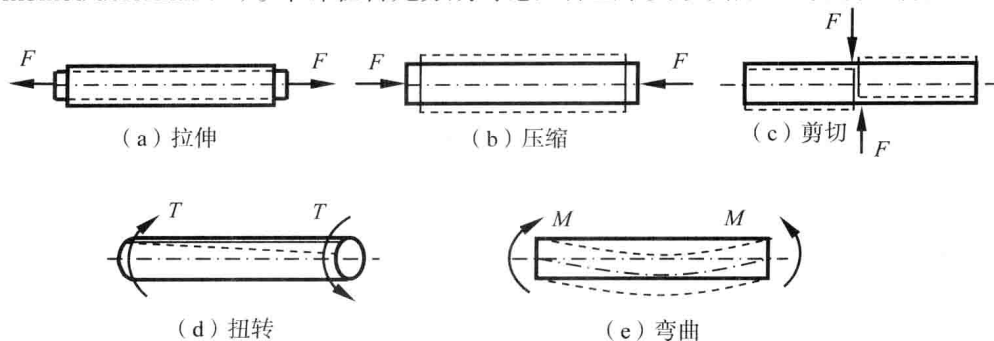


图 1.2 杆件变形的基本形式

二、应变的概念

假设杆件原长为 l ，承受一对轴向拉力 F 作用后，杆长变为 l_1 ，如图 1.3 所示，则杆件的纵向伸长为

$$\Delta l = l_1 - l \quad (1-1)$$

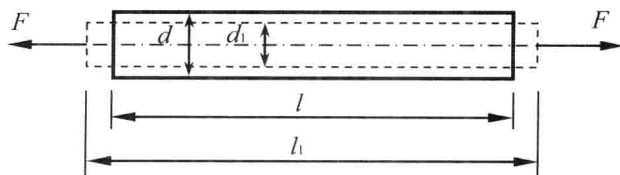


图 1.3 杆件的纵向变形和横向变形

Δl 表示杆件的纵向总伸长量。显然，对于不同长度的杆件，即使伸长量相同，其变形程度也是不同的。为了量度杆件的变形程度，我们引入应变（strain）的概念。定义单位长度上的伸长量为线应变（通常也可简称为应变），用符号 ε 表示，则杆件的纵向线应变为

$$\varepsilon = \frac{\Delta l}{l} \quad (1-2)$$

由式（1-1）可知，线应变在伸长时为正，缩短时为负。

第五节 杆件的内力

一、杆件的内力

根据理论力学的知识，我们对一个构件进行受力分析。如图 1.4（a）所示杆件的整体受力分析图，载荷 F 、支座反力 F_{Ax} 、 F_{Ay} 和 F_{By} 对于该杆件来说都称为“外力”。由平面

任意力系三个独立的平衡方程，可以求出杆件的三个支座反力： $F_{Ay} = F_{By} = \frac{1}{2}F \sin \alpha$ ， $F_{Ax} = F \cos \alpha$ ，这样 AB 所受外力就全部确定了。在外力作用下，杆件内部各质点间的相对位置将发生变化，杆件内任意相邻部分之间的相互作用力也将会发生变化，杆件内部的相互作用力所产生的变化量称为杆件的内力。由于假设物体是均匀连续的可变形固体，所以在物体内部相邻部分之间相互作用的内力，实际上是一个连续分布的内力系，分布内力系的合成（力或力偶），简称为内力。

现在，假想沿截面 $C-C$ 把杆件切开，如图 1.4 (b) 所示，在切开的截面上，内力实际上是分布在整个截面上的一个连续分布的内力系。把这个分布内力系向截面形心 O 简化，即可得到截面内力的三个分量 F_N 、 F_s 和 M 。

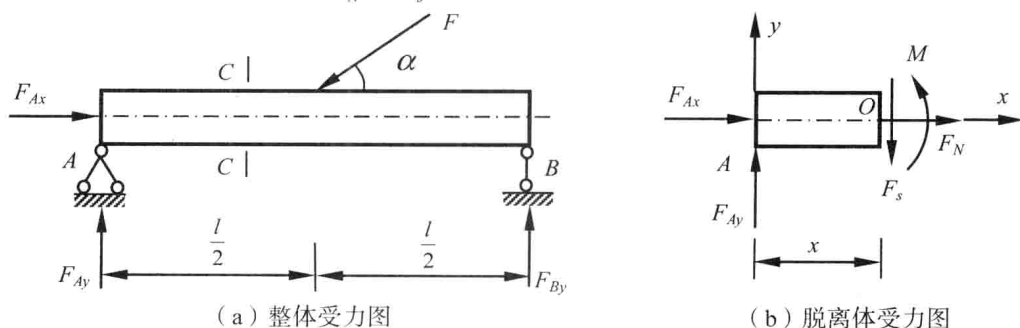


图 1.4 用截面法求内力

由于杆件整体是平衡的，因此其任一脱离体也应该处于平衡状态。假想沿截面 $C-C$ 把杆件切开后，其左右两个脱离体仍然都能保持静力平衡状态。这样，我们可以利用静力平衡方程求出截面上的内力。

取杆件的左边部分为脱离体，如图 1.4 (b) 所示，对其进行受力分析，建立静力平衡方程

$$\sum F_x = 0, \quad F_{Ax} + F_N = 0 \quad (1-3)$$

$$\sum F_y = 0, \quad F_{Ay} - F_s = 0 \quad (1-4)$$

$$\sum M_O = 0, \quad F_{Ay} \cdot x - M = 0 \quad (1-5)$$

联立求解可得到 F_N 、 F_s 和 M 的值。值得注意的是，在式 (1-5) 中，是以被切断截面形心为矩心所建立的力矩平衡方程。如取右半部分为脱离体，可以求出相同的结果。

上述求杆件某一截面处内力的方法称为截面法 (method of section)。其一般步骤是：

- (1) 在需求内力的截面处假想地把杆件截开，取其中某一部分为脱离体。
- (2) 对所取的脱离体进行受力分析。脱离体所受的力包括作用于脱离体上的外力和切断截面上的内力。
- (3) 对脱离体建立静力平衡方程求出截面未知内力。

截面法求解杆件内力的关键是截开杆件取脱离体，这样就使杆件的截面内力转化为脱离体上的外力。

二、应力的概念

在外力作用下，杆件某一截面上一点处内力的分布集度称为应力 (stress)。

如图 1.5 所示, 在杆件截面 $m-m$ 上任一点 K 的周围取一微面积 ΔA , 设 ΔA 上分布内力的合力为 ΔF , 则在微面积 ΔA 上内力 ΔF 的平均集度 $\frac{\Delta F}{\Delta A}$ 称为 ΔA 上的平均应力。当微面积 ΔA 无限趋近于 0 时, 平均应力的极限值称为 K 点的总应力 p , 即

$$p = \lim_{\Delta A \rightarrow 0} \frac{\Delta F}{\Delta A} \quad (1-6)$$

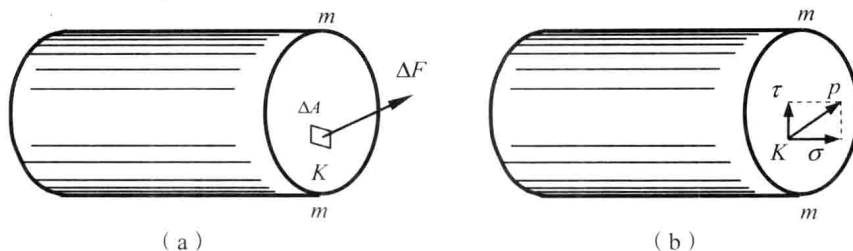


图 1.5 横截面微面积上的内力和应力

总应力 p 是矢量, 其方向一般既不与截面垂直, 也不与截面相切。通常将总应力 p 分解为与截面垂直的法向分量 σ 和与截面相切的切向分量 τ 。法向分量 σ 称为正应力, 切向分量 τ 称为切应力。应力的量纲为 $ML^{-1}T^{-2}$, 应力的单位为 N/m^2 , 符号为 Pa (帕), $1Pa = 1N/m^2$, $1MPa = 10^6Pa$, $1GPa = 10^9Pa$ 。

第六节 建 模

一、建模的基本内容

力学建模是联结力学与工程应用最为重要的纽带, 也是力学应用通向工程技术进步的一座桥梁。建模就是建立模型, 即为了理解事物而对事物做出的一种抽象。

建立系统模型的过程又称模型化。建模是研究系统的重要手段和前提。凡是用模型描述系统的因果关系或相互关系的过程都属于建模, 所以实现这一过程的手段和方法也是多种多样的。可以通过对系统本身运动规律的分析, 根据事物的机理来建模; 也可以通过对系统的实验或统计数据进行处理, 并根据关于系统的已有的知识和经验来建模; 还可以同时使用几种方法。

系统建模主要用于以下三个方面:

(1) 分析和设计实际系统。例如工程界在分析设计一个新系统时, 通常先进行数学仿真和物理仿真实验, 最后再到现场作实物实验。数学仿真比物理仿真简单、易行, 用数学仿真来分析和设计一个实际系统时, 必须有一个描述系统特征的模型。对于许多复杂的工业控制过程, 建模往往是最关键和最困难的任务。

(2) 预测或预报实际系统的某些状态的未来发展趋势。预测或预报基于事物发展过程的连贯性。例如根据以往的测量数据建立气象变化的数学模型, 用于预报未来的气象。

(3) 对系统实行最优控制。运用控制理论设计控制器或最优控制律的关键或前提是有

一个能表征系统特征的数学模型。在建模的基础上，再根据极大值原理、动态规划、反馈、解耦、极点配置、自组织、自适应和智能控制等方法，设计各种各样的控制器或控制律。

人们可以根据不同的用途和目的建立不同的模型。但建立的任何模型都只是实际系统原型的简化，因为既不可能也没必要把实际系统的所有细节都列举出来。如果在简化模型中能保留系统原型的一些本质特征，那么就可认为模型与系统原型是相似的，是可以用来描述原系统的。因此，实际建模时，必须在模型的简化与分析结果的准确性之间作出适当的折衷，这常是建模遵循的一条原则。

二、建模的基本过程

1. 模型的建立

对任何实际工程结构构件进行力学分析和计算，都要先对实际工程结构构件进行抽象简化，然后再建立其力学模型。我们所做的任何力学分析和计算都是针对力学模型进行的理论上的分析和计算。显然，将实际的工程问题转化为力学模型是进行力学分析和计算所必须的、重要的、关键的一环。而力学模型是否能够比较真实地反映实际工程结构构件的受力情况将直接影响计算过程和计算结果。

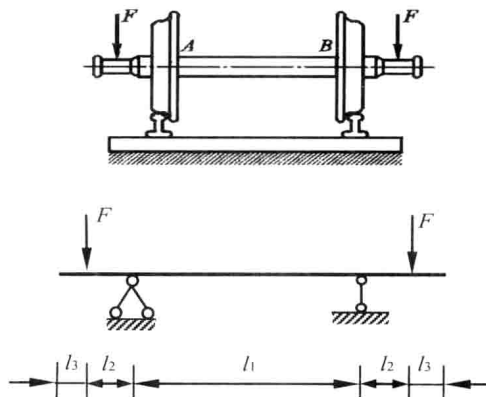


图 1.6 列车轮轴的力学模型

在建立力学模型时，通常根据其主要性质做出一定的假设，抓住主要的方面，同时忽略一些次要的方面。例如在图 1.6 中的列车轮轴，我们在建立其力学模型的时候在多方面进行了抽象化处理。这些方面包括：忽略杆件尺寸所带来的影响，看成等截面直杆；实际的三维问题，当其中一个方向不重要或者可以忽略时，可以将其简化为二维问题来处理；当物体受到的力作用面积很小时，可以将其简化为集中力；铁轨与车轮之间的接触面也是非常复杂的，我们不可能完全准确地在模型中描述实际受力情况，因此，把这种约束简化为铰支座；构件的跨度 l_1 、 l_2 、 l_3 可以近似地选取轴线之间的距离等。

我们所做的工作就是对所建立的力学模型进行理论上的力学分析与计算，把理论分析与计算的结果与试验力学对实际构件分析与计算的结果进行比较，如果两者相差太大，超出误差容许的结果，则需要对力学模型的各个参数进行修正。

2. 模型的要素

模型建立完成以后，必须反映三个要素：

(1) 支座：无论是对整体还是局部进行分析，所选择的脱离体与周围的约束情况必须

反映在模型当中。约束类型在理论力学中已经予以介绍,常用的简单约束包括固定端约束、固定铰约束和可动铰约束等。

(2) 载荷: 所选择的脱离体受到的所有载荷。经过抽象简化以后的载荷包括集中力、分布力和集中力偶等。

(3) 尺寸: 所选择的脱离体的长度、高度和跨度等。

【小结】

1. 材料力学的基本任务

为保证构件在载荷作用下的正常工作, 必须使它同时满足三方面的力学要求, 即强度、刚度和稳定性的要求。材料力学的任务就是在满足强度、刚度和稳定性要求下, 使构件的设计既安全又经济。

2. 杆件的基本假设和基本变形

在材料力学中, 通常对可变形固体作如下基本假设: 连续性假设、均匀性假设、各向同性假设、小变形假设和线弹性假设。在材料力学中所研究的大部分问题都局限在弹性范围内。

杆件的四种基本变形形式: 轴向拉压、剪切、扭转和弯曲。

3. 截面法的基本步骤

(1) 取其中任一部分为脱离体;

(2) 对所取的脱离体进行受力分析;

(3) 对脱离体建立静力平衡方程求出截面未知内力。

截面法求解杆件内力的关键是截开杆件取脱离体, 这样就使杆件的截面内力转化为脱离体上的外力。

【思考题】

1. 简述内力与外力之间的相互关系。
2. 截面上正应力的大小处处相同吗?
3. 试建立图 1.7 所示结构的力学模型。

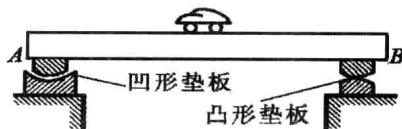


图 1.7