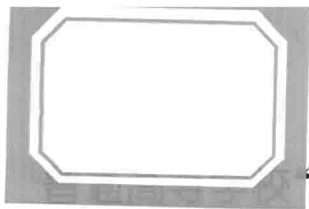


普通高等学校“十二五”规划教材

电路、信号与 系统实验教程

宣宗强 于建国 秦红波 编著
高建宁 李西安 白小平

 西安电子科技大学出版社
<http://www.xduph.com>



“十二五”规划教材

电路、信号与系统实验教程

宣宗强 于建国 秦红波 编著
高建宁 李西安 白小平

西安电子科技大学出版社

内 容 简 介

本书共分7章。第1章讲述了电路、信号与系统实验的意义和方法,以及测量误差和实验数据的处理;第2章为常用电子仪器的原理与使用方法,其中包括万用表、直流稳压电源、信号发生器、交流毫伏表、示波器、Q表选频电平表等;第3章为基本测量方法,其中包括电压测量、相位差测量、频率特性的测量、暂态响应的测量、阻抗的测量、时间频率的测量等;第4章介绍了EDA工具软件Multisim的使用方法;第5章为基础性实验,包含19个实验;第6章为选做性实验,包含16个实验;第7章为设计性实验,包含12个实验。

本书可作为高等院校电子信息类专业电路分析、信号与系统课程的实验教材,也可以作为工程技术人员的参考书。

图书在版编目(CIP)数据

电路、信号与系统实验教程/宣宗强等编著. —西安:西安电子科技大学出版社,2014.8

普通高等学校“十二五”规划教材

ISBN 978 - 7 - 5606 - 3424 - 1

I. ①电… II. ①宣… III. ①电路—实验—高等学校—教材 ②信号系统—实验—高等学校—教材
IV. ①TM13-33 ②TN911.6-33

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2014)第 162942 号

策 划 云立实

责任编辑 云立实 王 毅

出版发行 西安电子科技大学出版社(西安市太白南路2号)

电 话 (029)88242885 88201467 邮 编 710071

网 址 www.xduph.com 电子邮箱 xdupfxb001@163.com

经 销 新华书店

印刷单位 陕西天意印务有限责任公司

版 次 2014年8月第1版 2014年8月第1次印刷

开 本 787毫米×1092毫米 1/16 印张 15.5

字 数 365千字

印 数 1~5000册

定 价 28.00元

ISBN 978 - 7 - 5606 - 3424 - 1/TM

XDUP 3716001 - 1

* * * 如有印装问题可调换 * * *

本社图书封面为激光防伪覆膜,谨防盗版。

前 言

“电路、信号与系统实验”是与电气信息类专业的“电路分析基础”和“信号与系统”这两门重要基础理论课程相配套的实验教程。通过实验，能够使读者巩固基础理论知识，提高实际动手能力以及分析问题和解决问题的能力，启发读者的创新意识和创新思维潜力。

本书共分7章。第1章讲述了实验意义和方法，以及测量误差和实验数据的处理；第2章和第3章分别介绍了常用电子测量仪器的原理及使用方法和电信号参数的基本测量方法，使读者掌握基本的操作技能，这一部分可在课程中分数段由教师集中讲解；第4章介绍了EDA工具软件Multisim的使用方法，可在相关实验之前指定学生阅读；第5章为基础性实验，包含19个实验，这章内容与基础理论教学相配合，实验内容、要求、方法、步骤等写得较为详细，可通过本章实验，验证、巩固和扩充某些重点理论知识；第6章为选做性实验，包含16个实验，可使实际动手测试和软件仿真相结合，将实际动手操作得到的结果与通过专用仿真软件在计算机上仿真的结果相比较，还可以根据需要改变实验电路中的元件参数，以了解电路特性的变化趋势。第7章为设计性实验，包含12个实验，这部分实验主要是为培养读者的创新能力而设计的。在整体安排上，本书遵循由浅入深、从简到繁、循序渐进的原则。通过实验，培养读者运用所学知识制定实验方案、选择实验方法、分析误差、处理数据和编写实验报告等从事专业技术工作所必需的能力。

本书由西安电子科技大学的宣宗强、于建国、秦红波、高建宁、李西安、白小平编写。在本书的编写和实验教学过程中，西安电子科技大学史耀宗、车文光、杨熙信、程增熙、杨荣录、王亚聪等同志做了大量工作；西安电子科技大学电路、信号与系统实验中心的刘畅生、王水平、李杰、杨荣录、白丽娜、张雪萍、苗苗老师参与了本教材的讨论并提出了建设性意见；叶云霞，金瑜珍、亓娅魏等研究生在文字录入和绘图等方面做了大量的工作。在此一并对他们表示感谢。

由于编者水平有限，书中难免会有不足之处，恳请专家和读者指正。

编 者

2014年3月

目 录

第 1 章 电路、信号与系统实验基础知识	1
1.1 实验的意义和方法	1
1.2 实验室规则	2
1.3 实验报告要求	3
1.4 测量误差与实验数据处理	4
1.4.1 测量误差	4
1.4.2 实验数据的处理	7
1.4.3 实验结果的图示处理	10
第 2 章 常用电子仪器的原理与使用方法	13
2.1 万用表	13
2.1.1 万用表的原理与设计	13
2.1.2 万用表简介	17
2.2 直流稳压电源	24
2.2.1 概述	24
2.2.2 SS1791 可跟踪直流稳定电源	24
2.2.3 插接式实验板	26
2.3 信号发生器	26
2.3.1 概述	26
2.3.2 SPF10A 型数字合成信号发生器	27
2.3.3 XFG-7 型高频信号发生器	30
2.3.4 TFG1010 DDS 函数信号发生器	32
2.4 交流毫伏表	35
2.4.1 概述	36
2.4.2 YB2174C 型交流毫伏表	36
2.5 示波器	37
2.5.1 示波器原理简介	37
2.5.2 YB4340G 双踪示波器	42
2.6 Q 表	47
2.7 选频电平表	50
2.7.1 概述	50
2.7.2 JH5014 型选频电平表	51

第 3 章 基本测量方法	53
3.1 电压测量	53
3.1.1 电压测量的发展过程	53
3.1.2 电压测量的分类	53
3.1.3 对电压测量的要求及主要技术指标	54
3.1.4 电压的模拟测量方法	54
3.1.5 三相电路的电压测量	56
3.1.6 电压的数字测量方法	56
3.2 相位差测量	58
3.2.1 概述	58
3.2.2 相位差的基本概念	58
3.2.3 相位差的测量原理和方法	59
3.3 频率特性的测量	60
3.3.1 网络的频率特性	60
3.3.2 幅频特性的测量	61
3.3.3 相频特性的测量	63
3.4 暂态响应的测量	63
3.5 阻抗的测量	64
3.5.1 阻抗的定义及表示方法	64
3.5.2 阻抗的测量方法概述	65
3.6 时间频率的测量	67
3.6.1 概述	67
3.6.2 常用的频率测量方法	67
3.7 常用频标比对方法	70
3.7.1 示波器法	70
3.7.2 频差倍增法	71
3.7.3 时差法	73
3.7.4 差拍法	73
3.7.5 相位比较法	74
3.7.6 相检测频技术	76
3.7.7 双相检测频技术	78
第 4 章 电子工作台	81
4.1 Multisim 简介	81
4.2 Multisim 的基本界面	83
4.2.1 Multisim 的主窗口	83
4.2.2 Multisim 工具栏	83
4.2.3 Multisim 元器件栏	84
4.2.4 Multisim 仪器仪表栏	92
4.3 Multisim 的基本操作	93

4.3.1	文件(File)的基本操作	93
4.3.2	编辑(Edit)的基本操作	94
4.3.3	放置(Place)的基本操作	95
4.4	电路的创建	97
4.4.1	元器件的操作	97
4.4.2	电路图选项的设置	99
4.4.3	导线的操作	101
4.4.4	输入/输出端	101
4.5	仪器仪表的使用	102
4.5.1	仪器仪表的基本操作	102
4.5.2	数字万用表(Multimeter)	102
4.5.3	函数信号发生器(Function Generator)	103
4.5.4	瓦特表(Wattmeter)	103
4.5.5	示波器(Oscilloscope)	104
4.5.6	波特图示仪(Bode Plotter)	105
4.5.7	频谱分析仪(Spectrum Analyzer)	106
4.6	电路仿真实验举例	107
第5章	电路、信号与系统基础性实验	110
实验一	直流电压、电流和电阻的测量	110
实验二	叠加定理	114
实验三	直流电压源外特性与戴维南定理	116
实验四	基尔霍夫定律与特勒根定理	121
实验五	信号波形参数测量	122
实验六	一阶电路的暂态响应	125
实验七	二阶电路的暂态响应	131
实验八	阻抗的测量	134
实验九	RLC 串联谐振电路	139
实验十	LC 滤波器	142
实验十一	二阶 RC 网络的频率特性测量	145
实验十二	信号的分解	147
实验十三	信号的合成	151
实验十四	信号的卷积	153
实验十五	信号频谱的测量	156
实验十六	信号通过线性电路	159
实验十七	基本运算单元	161
实验十八	连续系统的模拟	165
实验十九	取样定理	168
第6章	电路、信号与系统选做性实验	171
实验一	基本元件的伏-安特性	171

实验二	互感的测量	173
实验三	Q 表	175
实验四	三相电路电压、电流的测量	178
实验五	三相电路功率的测量	182
实验六	有源滤波器	186
实验七	耦合谐振电路	190
实验八	冲激响应与阶跃响应	192
实验九	离散系统的模拟	193
实验十	微分方程的模拟求解	196
实验十一	状态方程的模拟求解	199
实验十二	非线性电阻网络的伏安特性	201
实验十三	非线性电阻网络转移特性的综合	206
实验十四	负阻抗变换器	209
实验十五	回转器	213
实验十六	旋转器	216
第 7 章	电路、信号与系统设计性实验	219
实验一	模拟万用表的设计、安装与测试	219
实验二	一阶电路的应用	222
实验三	基本运算单元电路设计与实验	225
实验四	有源滤波器的设计	225
实验五	用 555 电路设计脉冲信号发生器	226
实验六	移相器的设计与实现	227
实验七	衰减器的设计与实现	227
实验八	直流稳压电源的设计与实现	228
实验九	负阻和混沌电路的设计与实现	229
实验十	旋转器的设计与实现	229
实验十一	二阶 RC 双 T 阻带网络的设计与实现	230
实验十二	实验数据处理	231
附录	实验报告样本	234
参考文献		240

第1章

电路、信号与系统实验基础知识

1.1 实验的意义和方法

在科学技术工作中,为了阐明某一种现象,常需创造特定的条件,借以观察它的变化和相应的结果,我们把这一工作的全过程称为实验。历史上许多著名的实验表明,实验工作在科学发展的过程中起着重大的作用,它不仅是验证理论的客观标准,还是新的发明或发现的线索和依据。1820年奥斯特在—项实验中观察到放置在通有电流的导线周围的磁针会受力偏转,由此他认识到电流能产生磁场。这一发现使原来分立的电与磁的研究开始结合起来,从而开拓了电磁学这一新领域。1873年麦克斯韦建立了完整的电磁场方程(即麦克斯韦方程组),预言了电磁波的存在,并提出了光的本质也是电磁波的论点。1887年赫兹做了电磁波产生、传播和接收的实验,这项实验的成功不仅为无线电通讯创造了条件,还从电磁波传播规律上证实了它和光波一样具有反射、折射和偏振等特性,最终证实了麦克斯韦的论点。在门捷列夫之前,虽然化学已有相当的发展,人们对已发现的化学元素如氢、氧、钾、钠等都有了一定的认识,也确定了这些元素各自具有的化学性质,但是,这种认识是孤立的,只是肯定了各元素的个性。之后,门捷列夫整理了前人的大量实验结果,研究了诸元素间性质上的联系,最终发现了元素周期律,并预言了一些当时尚未发现的元素的存在和它们应有的性质。他的这些预言后来都被实验所证实,同时,元素周期律大大推进了化学理论的发展。最后,我们用天文学上发现海王星的例子来进一步说明实验研究导致新的科学发现的过程。在人们对刚刚发现的天王星进行了大量的观测和分析之后产生了一个疑问,即为什么它的实际位置与用万有引力定律计算的理论位置并不符合?这使得人们思考:是引力定律自身存在问题,还是另有一颗未知的行星在起作用?这引起当时才23岁的英国大学生亚当斯和法国青年勒威耶的兴趣。他们受可能性的启发,利用已掌握的天文资料,经数年努力,先后独立地用数学方法推算出那颗未知行星的运行轨道,随后又经柏林天文台观测证实,最终发现了海王星。

实验在科学技术工作中所具有的重要意义是很明显的。然而,要做好实验工作,还需注意以下几个重要方面。

—般来讲,一次完整的实验应包括定性与定量两方面的工作。做实验首先强调观察,要集中精力于研究对象,观察它的现象、对某些影响因素的响应、变化规律和性质等,这些属于定性;对研究对象本身的量值,以及它响应外部条件而变化的程度等做数量上的测量和分析,这些属于定量。定性是定量的基础,定量是定性的深化,二者互为补充。

在完成定性观察和定量测量之后,工作并未结束。随后重要的一环是对数据资料进行认真整理和分析,去粗取精,去伪存真,由此及彼,由表及里,以便对实验的现象和结果得出正确的理解和认识。

对实验结果的正确理解十分重要。如果亚当斯和勒威耶试图用观察天王星所得资料去否定引力定律,那么他们势必会走向成功的反面。事实上,后来成为天文学家的勒威耶的经历足以说明问题。他在研究工作中还曾发现距太阳最近的水星轨道也与用引力定律得出的计算值不一致,于是他套用海王星的经验又去寻找新的行星,结果却遭失败。半个世纪后,爱因斯坦相对论的问世才使人们搞清楚问题所在。原来万有引力定律的精确性是有条件的,越靠近太阳误差越大,因此用它计算水星轨道时需做适当修正才能与实际符合。

那么,面对实验数据和结果,怎样才能正确地理解和认识它呢?对于探索性实验,这个问题比较复杂,因为有主观和客观多种因素在起作用。就主观因素讲,主要依赖于实验者学识水平的高低和研究能力的强弱。所谓学识水平,主要指理论知识的深度和广度以及思想方法的科学性。所谓研究能力,是指自学能力、思维能力、分析与综合能力、实验操作能力、运用已有知识解决实际问题的能力等。学识与能力的提高,需长期学习和实践积累,非朝夕之功。至于学校教学计划中安排的实验课题,因其内容成熟,目的明确,结果可预知,再加上教师的指导,所以任务是不难完成的。但是,为使学生较为系统地获得有关实验的理论和基本技能,实验课的设置又是必不可少的。我们的目的不是让学生完成多少个实验,而是希望学生在完成实验的过程中,能够增长知识和提高能力。

基于上述目的,本书列出了较多实验课题,其中有些是基本要求,有些则是较高要求。在每个实验课题的指导书中,编写了实验所需的基本理论知识。在规定的教学时间内不要求同学们把所有实验全部做一遍,但希望同学们在接受必需的基本训练之后(或训练之余),能够根据自己的条件和兴趣,选做几个综合性较强的实验。选做的实验内容不一定全是理论课中讲过的,这样可以使实验者从查阅资料开始,经过确定实验方案(确定方法、选择仪器、制定实验步骤)、观察实验现象、测量和分析数据、排除可能出现的故障等步骤,直到得出正确的实验结果并写出完整的报告为止,从而在实验研究的全过程中得到较为系统的训练。当然,这需要实验者有充分的实验准备,必然要多花一些时间和精力,但这对于实验者知识的增加和能力的提高无疑是非常有益的。

1.2 实验室规则

实验室规则包括以下各条:

- (1) 按时上课,不得早退,未经主管部门同意,不得更改实验时间。
- (2) 必须听从教师的指导,做好课前预习,按时按编组进行实验。
- (3) 必须以严肃的态度进行实验,严格遵守实验室的有关规定和仪器设备的操作规程,出现问题应及时报告指导教师,不得自行处理,也不得挪用其他桌上的仪器设备。
- (4) 爱护教学设备和器材,实验中要做到胆大、心细、有条不紊,实验完毕需经指导教师检查认可后,方可拆除线路,并将仪器设备恢复原状,归放整齐。
- (5) 保持实验室肃静、整洁,做到三轻:说话轻、走路轻、关门轻。不得在实验室内吸

烟,不得乱抛果皮纸屑。每次实验完毕,应指派专人打扫实验室卫生。

(6) 如需借用实验室器材、仪器设备、工具等,应按规定制度办理,履行登记手续。丢失或损坏实验器材、设备,应由本人写出书面报告,视情节轻重,给予批评教育,并部分或全部赔偿经济损失。

(7) 实验室不得储存大量易燃、易爆和剧毒物品,如需少量储存应有专人负责管理。注意防火、防盗,无关人员未经允许不得进入实验室。

(8) 离开实验室要关好门窗、切断电源,节假日要有安保措施,遇有可疑情况应立即报告上级主管部门和保卫处。

1.3 实验报告要求

1. 实验报告格式

- (1) 实验题目。
- (2) 实验目的。
- (3) 实验原理。
- (4) 实验仪器(要写明实际使用的仪器型号与名称)。
- (5) 实验内容。

实验内容一:

- ① 标题。
- ② 原理线路图及实验条件(包括元件参数、输入信号参数等)。
- ③ 数据表及数据处理结果(包括误差计算和分析)。
- ④ 曲线图或波形图。
- ⑤ 结论(对实验数据、曲线或波形分析对比后得出的结论,如实验理论、学到何种测量方法和技巧等)。

实验内容二:

- ① 标题。
- ② 原理线路图及实验条件(包括元件参数、输入信号参数等)。
- ③ 数据表及数据处理结果(包括误差计算和分析)。
- ④ 曲线图或波形图。
- ⑤ 结论(对实验数据、曲线或波形分析对比后得出的结论,如实验理论、学到何种测量方法和技巧等)。

.....

- (6) 回答问题(回答实验中提出的问题或教师指定的问题)。

2. 注意事项

- (1) 写实验报告要用实验报告纸,封面要用实验报告封面纸。
- (2) 数据记录和数据处理要注意数据的有效位数(详见“1.4节”)。记录和填写数据时,如有错误,不能随意涂改。正确的方法是在需改正数据中央打上一条斜杠,然后在其上方写上正确数据。

(3) 曲线和波形应认真地画在坐标纸上。坐标代表的物理量、单位及坐标刻度均要标明。需要互相对比的曲线或波形, 应画在同一坐标平面上, 而不必一条曲线(或波形)一张图, 但每条曲线(或波形)必须标明参变量或条件。图应贴在相应实验内容的数据表下面。如果图集中安排在报告的最后, 则每个图必须标明是哪个实验内容的何种曲线(或波形)。

(4) 实验数据的原始记录应写上实验者的姓名, 并由指导教师检查签字后方为有效。实验报告必须附有教师签字的原始数据纸, 否则视为无效报告。正式报告中的数据表要认真填写, 不能用原始记录纸代替。

(5) 教师批改后发还的实验报告要妥善保存, 以便复习时使用和课程结束时核对成绩。

1.4 测量误差与实验数据处理

1.4.1 测量误差

1. 测量误差的基本概念

要获得对某一物理量的数量认识, 必须对它进行测量。我们把被测物理量的实际大小称为该量的真实值, 把测量结果称为测量值。在测量过程中因使用的仪器、采用的方法、所处的环境及人员操作技能等多种因素影响而造成的测量值与真实值之间的误差统称为测量误差。与仪表误差一样, 测量误差也用绝对误差和相对误差来计量。

1) 绝对误差

绝对误差 ΔX 定义为测量值 X 与被测量真实值 A_0 之差。事实上, 真实值 A_0 是无法测得的, 只能进行理论推导或者实验逼近, 所以在计量测量误差时, 多采用具有更高准确度等级的仪器的测量值 A 来代替 A_0 , 通常称 A 为被测量的实际值。于是有

$$\Delta X = X - A_0 \approx X - A \quad (1-4-1)$$

利用某项测量的绝对误差, 可对该项测量值进行修正。修正值定义为绝对误差的负值, 表示为 C , 则

$$C = -\Delta X = A - X \quad (1-4-2)$$

修正值 C 通常是在校准仪器时给出的, 给出形式可以是数据也可以是曲线。当测量中得到测量值 X 后, 查知所用仪器的修正值 C , 便可根据式(1-4-2)求得被测量的实际值。例如用某电压表测电压, 电压表示值为 10 V, 该表在 10 V 刻度处的修正值是 -0.03 V, 则被测电压的实际值是 9.97 V。

2) 相对误差

相对误差 r 定义为绝对误差 ΔX 占实际值 A 的百分数, 即

$$r = \frac{\Delta X}{A} \times 100\% \quad (1-4-3)$$

相对误差能够表明某项测量的准确程度。例如测得电流 I_1 为 10 mA, 知其绝对误差为 0.2 mA; 测得电流 I_2 为 1 A, 知其绝对误差为 5 mA。比较两项测量的绝对误差, 显然是前

者小,后者大,但前者的相对误差 $r_1=2\%$,后者的相对误差 $r_2=0.5\%$,可见后者的测量准确度高于前者。

利用由式(1-4-3)定义的相对误差来表示仪表的测量准确度并不方便,因为被测量值不是固定不变的。例如,用同一块电压表测量两个不相等的电压,尽管绝对误差相等,但是还会得出不同的相对误差值。因此,为划分仪表的准确度,统一规定取仪表刻度的量限上限作为式(1-4-3)的分母,称其为满度相对误差。

2. 测量误差的种类及其主要来源

测量误差按其性质分为三类:系统误差、随机误差和粗大误差。

1) 系统误差

系统误差具有一定的规律性。凡在一定条件下对同一物理量进行多次重复测量时,其值不随测量次数变化,或者当条件改变时,其值随测量次数按一定规律变化的误差,统称为系统误差。数值恒定不变的系统误差又称为恒值系统误差,数值按一定规律变化的系统误差又称为变值系统误差。例如,某一标称值为 $1\text{ k}\Omega$ 的电阻,其实际值是 $1082\ \Omega$,则此电阻的阻值误差是恒值系统误差,即 $\Delta R=1000-1082=-82\ \Omega$ 。此误差值在条件不变的情况下,不管测量多少次都是固定不变的。再如,使用中的标准电池,其电动势会因放电而逐渐下降,即电动势的实际值与标称值间的误差会逐渐增大,这就是变值系统误差。变值系统误差还可按误差值的变化规律分为累加型、周期型和复杂变化型三种类型。

系统误差的主要来源如下:

(1) 仪器误差,指因仪器自身机电性能不完善而引起的误差。此项误差范围由仪器的技术说明书给出。

(2) 使用误差,又称操作误差,它是在使用时由于对仪器的安装、调节、操作不当而造成的误差。例如,把规定水平放置的仪表垂直放置,使用时未按要求对仪器进行预热、校零,仪器引线过长等都会引起使用误差。减少和消除使用误差的方法是严格按照仪器的技术规程操作,熟练掌握实验操作技巧,提高对实验现象的观察和分析能力。

(3) 方法误差。由于测量中依据的理论不严密,或者不适当地简化测量公式所引起的误差称为方法误差。例如,在某些情况下用电压表测电压和用电流表测电流时,如果完全不考虑电表内阻对测量的影响,则会导致不能容许的误差。

(4) 影响误差,主要指外界环境(温度、湿度、电磁场等)超出仪器允许的工作条件所引起的误差。为避免此项误差的产生,应保证电子仪器工作在额定的工作条件下。

(5) 人身误差,指由于测试者个人痼习(如读表时习惯性偏高或偏低)而引起的误差。为消除此项误差,要求实验者必须提高操作技巧,改变不良习惯。

2) 随机误差

在相同条件下对同一物理量进行多次重复测量(称等精度测量)时,其值具有随机特性的误差称为随机误差,也称偶然误差。所谓随机特性,就各次测量而言是指误差值(绝对值和符号)的出现无规律,不可能依据前面的测量结果去预测下次测量的误差值;就总体而言,是指当测量次数足够多时,误差值的分布满足统计规律,即绝对值小的误差出现概率高,绝对值大的误差出现概率低,绝对值相等的正误差和负误差的出现概率相等,即具有对称性。随机误差的概率密度分布如图 1-4-1 所示,称其为正态分布。

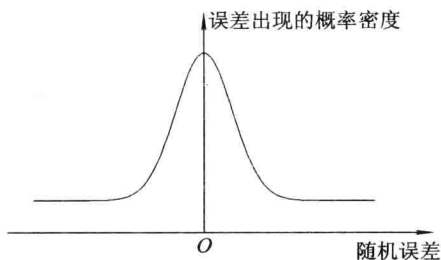


图 1-4-1 随机误差的正态分布曲线

产生随机误差的因素很多,例如仪器或被测设备中所用元器件的热噪声,测量现场的外界影响(如温度、振动、电磁场微变、电网电压波动)等。这些影响因素的特点是彼此互不相关,各自的变化毫无规律,但一般来说,它们的变化程度以及对被测量的影响是较小的,这使得随机误差通常很小,只有当使用高灵敏度和高分辨率的仪器进行精密测量时才显露出它的影响。

3) 粗大误差

粗大误差又称疏失误差或差错,它是因仪器故障,测量者操作、读数、计算、记录错误或存在着不能容许的干扰所导致的。这种误差通常数值很大,明显地超过了正常条件下的系统误差和随机误差。

通过认真复查,粗大误差一般是能够被发现和及时纠正的,当然也有未及时发现或难于纠正的可能。凡确认含有粗大误差的数据均称为坏值。测量数据中的坏值应给予剔除。

3. 测量误差对测量结果的影响

一般来讲,任何一次测量误差 ΔX 中均包含有系统误差 ϵ 和随机误差 δ ,且有 $\Delta X = \epsilon + \delta$ 。如果对某一物理量在条件不变的情况下进行 n 次测量,便得到 n 个等精度测量值 $X_1, X_2, X_3, \dots, X_n$ 。设该物理量实际值为 A ,第 i 次测量的绝对误差为 $\Delta X_i = \epsilon_i + \delta_i$,则第 i 次测量值为

$$X_i = A + \Delta X_i = A + \epsilon_i + \delta_i \quad (1-4-4)$$

式中, ϵ_i 和 δ_i 分别是第 i 次测量的系统误差和随机误差。由于测量条件不变,故各次测量的系统误差相等, ϵ_i 可改写为 ϵ 。若对 n 次测量结果求算术平均值,且令测量次数 n 无限加多,则有

$$\bar{X} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i = A + \epsilon + \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \delta_i \quad (1-4-5)$$

根据随机误差的对称性可知,因正、负误差相互抵偿,故 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \delta_i = 0$ 。这表明,采用求取多次测量的平均值的方法可以消除($n \rightarrow \infty$ 时)或减弱(n 为有限时)随机误差对测量结果的影响,则式(1-4-5)可改写为

$$\bar{X} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i = A + \epsilon \quad (1-4-6)$$

所以,在消除系统误差之后,当测量次数 $n \rightarrow \infty$ 时, \bar{X} 就等于被测量的实际值 A 。在有限次测量情况下,只在测量次数足够多时,算术平均值 \bar{X} 才可以作为 A 的最佳估值。可以

看出, 系统误差 ϵ 的作用是使 \bar{X} 偏离实际值 A , 即系统误差的存在直接导致测量的准确度下降。

下面讨论随机误差的影响。

由式(1-4-4)和式(1-4-6)可知, 第 i 次测量值为

$$X_i = A + \epsilon + \delta_i = \bar{X} + \delta_i \quad (1-4-7)$$

由于各次测量的随机误差 δ_i 值彼此不等, 所以式(1-4-7)表明各次测量值分布在以 \bar{X} 为中心的一个区间内。也就是说, 随机误差的作用是使各次测量结果具有分散性, 它将直接影响测量的精密度。

测量误差对测量结果的影响可用图 1-4-2 来说明。图中“○”表示被测量的真实值或实际值, “●”表示测量值, “×”表示多次测量值的算术平均值。图(a)中数据点密集, 说明测量精密度高, 但系统误差大, 从而使 \bar{X} 值偏离真实值远, 说明测量准确度低; 图(b)中数据点分散, 说明测量精密度差, 但系统误差小, 从而使 \bar{X} 值仍相当靠近真实值; 图(c)表明这一列测量结果既准确又精密, 在误差理论中称其为测量精确度高。

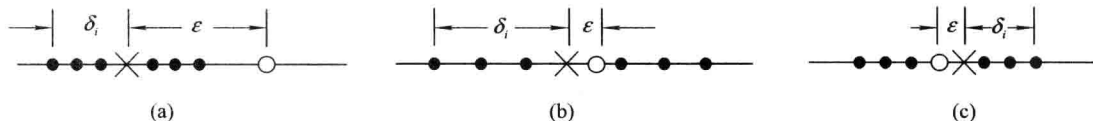


图 1-4-2 测量误差对测量结果的影响

1.4.2 实验数据的处理

1. 实验数据和有效数字

直接测量数据是从测量仪表上直接读取的。读取数据的基本原则是允许最后一位有效数字(包括零)是估读的欠准数字, 其余各高位都必须是确知数字。测量结果的有效数字位数应该与测量误差相对应, 例如测得电压值为 5.672 V, 测量误差为 ± 0.05 V, 则测量结果应为 5.67 V。

有时测量结果中会出现多余的有效数字, 此时应按下述舍入原则处理: 当多余的有效数字不等于 5 时, 按大于 5 则入, 小于 5 则舍的原则处理; 当多余的有效数字等于 5 时, 要看该数字的前一位数是奇数还是偶数, 奇数则入, 偶数则舍。例如, 把下列数据箭头左端的数各删掉一位有效数字, 按上述原则即得右端之结果, 即

$$\begin{aligned} 4.186 &\rightarrow 4.19 & 62.734 &\rightarrow 62.73 \\ 0.825 &\rightarrow 0.82 & 0.185 &\rightarrow 0.18 \end{aligned}$$

间接测量数据是通过直接测量数据进行加、减、乘、除等运算得到的。运算结果应取的有效数字位数原则上由参加运算诸数中精度最差的那个数来决定。例如, $10.8725 + 6.13 + 21.432 = 38.4345$, 应取 38.43; $3.98 \times 4.125 / 2.5 = 6.567$, 应取 6.6。这种处理方法比较简单, 适用于要求不是很严格的场合。若需精确计算, 则还有严格规则可循, 读者可查阅误差理论的有关内容。

2. 单次测量数据的处理

在大多数以工程为目的的测量中, 对被测量只需进行一次测量, 这时测量误差的大小

与测量方法和仪器选用有直接关系。这种单次测量结果的表达，除测量值外还需标明测量的百分误差。现分几种情况简述如下：

(1) 在已知被测量实际值 A 的情况下，单次测量的百分误差为

$$r_x = \frac{X - A}{A} \times 100\% \quad (X \text{ 为测得值})$$

(2) 当被测量的实际值未知时，若用直接测量法，则单次测量的最大可能误差应取仪器的容许误差。其相对误差的计算举例如下：

例 1.1 用量程为 50 V，1.5 级的电压表测量两个电压，读数分别为 7.5 V 和 10 V，求各自的相对误差。

解 因为 1.5 级电压表的容许误差为 $\pm 1.5\%$ ，它引入的最大绝对误差为 $\Delta u = 50 \times (\pm 1.5\%) = \pm 0.75 \text{ V}$ ，故相对误差 r 分别为

对于 7.5 V

$$r = \frac{\pm 0.75}{7.5} \times 100\% = \pm 10\%$$

对于 10 V

$$r = \frac{\pm 0.75}{10} \times 100\% = \pm 7.5\%$$

可见，用同一块电压表测量不同电压时，指针偏转越接近满度值，测量越准确。

(3) 对于用间接法得到的测量结果，需根据测量时依据的函数关系及对中间量的最大误差估值(利用上述直接法估出)作具体处理。

例 1.2 设被测量 $X = A \pm B$ ， A 和 B 是直接测得中间量，试估算其相对误差。

解 设被测量 X 、 A 和 B 的绝对误差分别为 ΔX 、 ΔA 和 ΔB ，则有

$$X + \Delta X = (A + \Delta A) \pm (B + \Delta B)$$

$$\Delta X = \Delta A + \Delta B$$

考虑最坏情况

$$\Delta X = |\Delta A| + |\Delta B|$$

即 X 的最大可能绝对误差等于 A 和 B 的最大误差的算术和。其相对误差为

$$r_x = \frac{\pm \Delta X}{X} \times 100\% = \pm \left(\frac{|\Delta A| + |\Delta B|}{A \pm B} \times 100\% \right)$$

必须指出，若 $X = A - B$ 且 A 与 B 很接近，相对误差 r_x 值将很大，故在设计 X 的测量方法时应避免采用 A 与 B 之差的方法。

例 1.3 设被测量 $X = A \times B$ ，可将等式两边取对数得

$$\ln X = \ln A + \ln B$$

微分得

$$\frac{dX}{X} = \frac{dA}{A} + \frac{dB}{B}$$

上式可表示为

$$\frac{\Delta X}{X} = \frac{\Delta A}{A} + \frac{\Delta B}{B}$$

故得

$$r_X = r_A + r_B$$

若考虑最坏情况, 则 r_X 应取绝对值的最大值。

对于 $X=A/B$ 的情况, 应有与上述相同的结论, 这里不再赘述。

3. 多次测量数据的处理

当对测量精度要求较高时, 通常要采用多次等精度测量并求取平均值的方法。这种方法虽然对“中和”随机误差有效, 但却不能减弱系统误差, 因此在测量前应尽可能地消除会引入系统误差的各种影响因素, 以求提高测量准确度。现假定不存在粗大误差, 且系统误差已减弱到可以忽略的程度, 在这样的条件下来讨论随机误差对等精度测量的影响及数据处理方法。

设对某一物理量做 n 次等精度测量, 由于随机误差的存在使每次测量值各不相同, 得到 n 个离散数据 $X_1, X_2, X_3, \dots, X_n$, 它们的算术平均值为

$$\bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i \quad (1-4-8)$$

随机误差对测量数据的影响可用标准偏差 σ 来估计。我们取各次测量值 X_i 与算术平均值 \bar{X} 之差为各次测量的剩余误差, 表示为

$$V_i = X_i - \bar{X} \quad (1-4-9)$$

则标准偏差定义为

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n V_i^2} \quad (1-4-10)$$

σ 大, 表明各测量值对于平均值的分散性大, 测量精密度低。反之, σ 小, 表明各测量值对于平均值的分散性小, 测量精密度高。

由随机误差的正态分布规律得知, 在一列等精度测量值中, 当 n 足够大时, 误差绝对值小于 σ 的数据占总数据的 $2/3$ 以上, 误差绝对值小于 2σ 的数据约占总数据的 95% , 误差绝对值小于 3σ 的数据约占总数据的 99.7% 。由此可见, 只要求出某列等精度测量数据的标准偏差 σ , 就可得知其中任一测量值大致不会超出的误差范围。我们称此误差范围为误差限, 表示为

$$\Delta X_m = K_\sigma \quad (1-4-11)$$

式中, 系数 K_σ 称为置信因数, 它与测量次数 n 及所要求的置信概率有关(可参阅误差理论相关书籍), 其常用值为 $2 \sim 3$ 。于是, 任一次测量值可表示为

$$X_i \pm \Delta X_m = \bar{X} \pm K_\sigma \quad (1-4-12)$$

前已述及, 算术平均值 \bar{X} 可作为被测量实际值 A 的最佳估值, 故用 \bar{X} 代替 X_i 作为测量结果将具有更高的精度和可靠性。同时, 在误差理论中已经证明, 算术平均值 \bar{X} 的标准偏差为

$$\sigma_{\bar{X}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \quad (1-4-13)$$

故此测量结果最终可表示为

$$X = \bar{X} \pm \bar{K}_{\sigma_{\bar{X}}} \quad (1-4-14)$$

从上式可知, 被测量实际值的可能取值范围是