2007

能力提升节节高

全品Champion 高考复习方案

第2轮专题

数学（理科）

中国致公出版社

2007

全品Champion

高考复习方案

第二轮专题

QUANPIN GAOKAO FUXI FANGAN DI ER LUN ZHUANTI

数学（理科）

本册主编：蒋楚辉

编　　者：龙　文　汤清亮　蒋楚辉　杨文新　李运群　艾简书
郑和斌　蒋红田　贺启超　张文生　欧阳祥华
黄波涛　徐彩虹　段贤清　资顺廷

中国致公出版社

图书在版编目(CIP)数据

全品高考复习方案．数学/肖德好总主编．—北京:中国致公出版社,2004.10
ISBN 7-80179-338-2

Ⅰ．全… Ⅱ．肖… Ⅲ．数学课-高中-升学参考资料 Ⅳ．G634

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2004)第109092号

数　学

责任编辑:刘　秦
封面设计:火云设计

出版发行:中国致公出版社
(北京市西城区太平桥大街4号　电话　66168543　邮编　100034)
经　　销:全国新华书店
印　　刷:北京世纪雨田印刷有限公司

开　　本:850×1168　1/16
印　　张:80.75
字　　数:2250千字
版　　次:2006年11月第3版　2006年11月第3次印刷

ISBN 7-80179-338-2
定　　价:148.80元

前言

“让40天创造奇迹”

——《第二轮专题·能力提升节节高》

“牢牢抓住基础分，稳稳当当上本科”

——《高考小题专项练·夯实基础短平快》

《第二轮专题·能力提升节节高》和《高考小题专项练·夯实基础短平快》配套设计，二者之间是“离而不离”的互补关系：前者着眼于综合能力的提升，贯彻“能力提升节节高”的思想；后者着眼于回归教材，回归基础，贯彻“夯实基础短平快”的思想；前者着眼于“提”（提升能力），后者着眼于“夯”（夯实基础），这样既“提”又“夯”，双管齐下，相得益彰。这是目前设计最为科学合理的二轮复习方案，呈现一种全新的复习思想，提供便捷高效的操作载体。

两套复习用书凸显五大优势：

（一）专题设置精致化

规避与一轮复习用书的机械重复，走精致化编写之路，只针对新高考中最重要的热点、焦点问题来设置专题，这些专题一定是几乎所有学校二轮复习都必须正视的并加以解决的，立足于“让40天创造奇迹！”

（二）内容凸显原创性

在内容的设计上既充分体现“夯实基础与能力提升并重”“在知识网络交汇点命题”的思想，又体现“考查考生在新情境中解决问题的能力”的命题思想，凸显原创性，回避了其他二轮书一味堆砌高考真题、模拟题的现象，因为这些信息高三师生早已通过多种途径反复讲解或练习过了。

（三）渗透《课程标准》理念

从2005年高考开始，命题已经有意识地向《课程标准》进行渗透。2006年各地自主命题省份的考试补充说明大多明确指出命题要为进入新课程改革进行过渡性衔接。我们在两套书中适当导入新课标理念，进一步增强开放性探究性，力求在真正意义上把新课标的理念渗透到二轮备考之中。

（四）体例便于师生互动

贯彻“按课时编写、能真正走进课堂”的思想，栏目设置富有实用性、可操作性，构建一个高三师生能在二轮复习中进行互动的操作载体，便于师生在课堂复习中进行有效互动。

为了更好地走进课堂，为师生互动提供便捷的载体，《第二轮专题·能力提升节节高》设计配套课件，为提高二轮复习效率创造条件。

（五）体现“既提又夯”原则

《高考小题专项练·夯实基础短平快》贯彻“高考小题专项练，牢牢抓住基础分”的设计理念。众多学校进入二轮复习后，都会把精力集中到专题提升性复习和综合性模拟测试上来，这样做是必要的，但是大多数高三一线教师反映，这样的复习模式容易让考生把眼睛盯在难题和套卷上，忽视、轻视教材与基础，容易好高骛远。而且一个学科每周只能做一套综合性模拟测试题，其他时间考生如果没有一个好的载体来引领他的话，时间很容易流失，导致复习效率低下。所以高三教学一线迫切需要一套“短平快”式活页设计的小训练，训练时间为20~30分钟，引导考生回归教材，回归基础，因为考生只要确保把基础分全部拿到了，就一定能稳稳当当上本科。因而《高考小题专项练·夯实基础短平快》就应运而生了。本书贯彻高考一轮、二轮、三轮一体化整体设计思想，在第二轮复习到高考之间灵活穿插使用，作为二轮、三轮复习的有效补充，设计为着眼于夯实基础的短平快式的高考小题专项训练活页卷。该书分为两个部分：一是按照高考二轮专题编写若干套小题专项训练活页试卷（专题设置与《第二轮专题·能力提升节节高》保持一致）；二是编写15套综合性训练卷（即高考卷中除综合性大题之外的其他所有试题）。30套左右高考小题专项练习，立足于让考生练熟基础，练出技巧，练出规律，练出感觉，练出高分！

拥有《第二轮专题·能力提升节节高》《高考小题专项练·夯实基础短平快》——就是拥有了助你腾飞的双翼，帮你平稳抵达理想的殿堂！

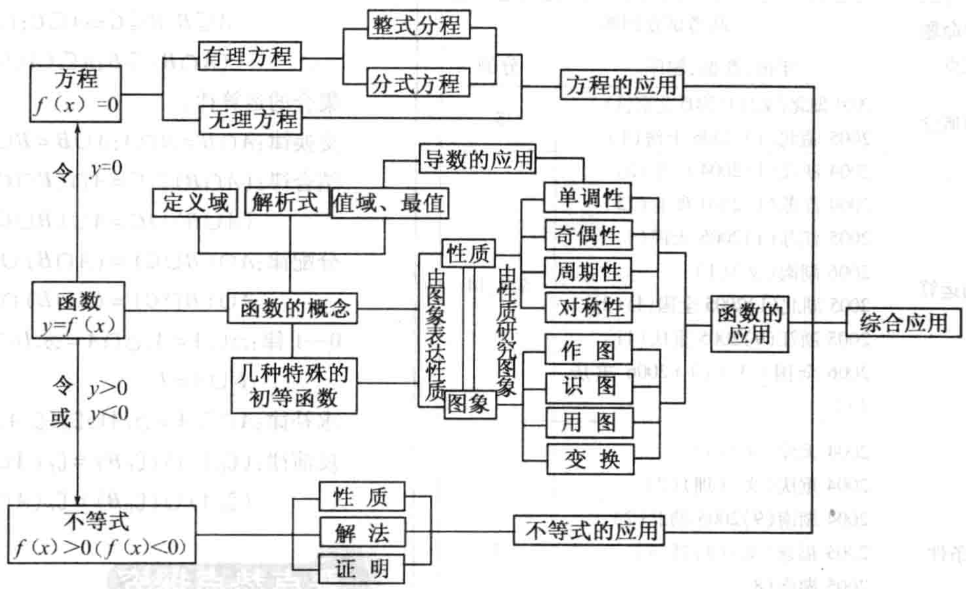
第2轮专题

Contents

目录

专题1 函数、方程与不等式

知识网络图解



考情分析及命题趋势

考情分析

2004年，在15套试卷中，涉及函数最值的试题有8道，参数的取值范围的试题有6道，不等式证明的试题有3道，函数与不等式的应用性问题3道，可以应用导数知识解答的至少有12道.

2005年，函数与不等式解答试题是高考的热门话题，也是解答题的必考题型. 当中的全国Ⅱ、北京、天津各命制了2道. 函数与不等式试题处在压轴位置的有7道，与导数知识交汇的试题有12道. 当中，求函数的最值和值域的试题有9道，涉及函数单调性的有7道，求参数取值范围的有5道.

2006年高考试题里，出现的函数种类比较多的有三次函数、分式函数、对数和指数复合的函数、绝对值函数、抽象函数等等.

据此可知，函数与不等式解答试题是高考命题的重要题型，它的解答需要用到导数的相关知识. 其命题热点是伴随导数知识的考查，出现频率较高的题型是最值、范围问题，命题的趋向是函数与递推数列的综合问题.

命题趋势

(1)集合的考查重点是抽象思维能力，考查集合与集合之间的关系，将加强对集合的计算与化简的考查，并有可能从有限集合向无限集合发展；简易逻辑则重点将是考查“充分与必要条件”、命题的真伪，特别是考查对数学概念准确的记忆和深层次的理解.

(2)函数的奇偶性和单调性有向抽象函数拓展的趋势，函数与导数结合是高考的热点话题. 函数的图象要注意利用平移变换、伸缩变换、对称变换，注意函数图象的对称性、函数值的变化趋势. 反函数的问题一般不需要求出反函数的解析式，只要将问题转化为与原函数相关的问题来解决就简单多了. 对指数函数与对数函数的考查，大多是以基本函数的性质为依托，结合运算推理来解决，能运用性质比较熟练地进行有关数式的大小比较，方程解的讨论等. 尽管《考试大纲》对映射的要求不高，但在高考里有加强的趋势，我们在复习时要给予重视. 因为三次函数的导数是二次函数，所以，对于三次函数的命题是有可能的. 其他新颖函数将是高考命题的设计点，这是因为导数成为高考的热门话题. 连续函数在闭区间上的最值定理极有可能在命题中出现.

(3)不等式重点考查的有四种题型:解不等式,证明不等式,不等式的应用,不等式的综合性问题.突出不等式的知识在解决实际问题中的应用价值,借助不等式来考查学生的应用意识.不等式的证明过程中的放缩法是历年高考命题的一个热点,放缩点的"度"的把握更能显出解题的真功夫.

第1课时 集合与简易逻辑

考情深度解读

考点与命题测试点	高考试题回顾	
	年份、卷型、题序	分值
集合的概念	2004 湖北(文)(1)2005 北京(1) 2005 湖北(1) 2006 上海(1)	5
集合的运算	2004 浙江(1)2004 广东(2) 2004 江苏(1)2004 湖北(15) 2005 江苏(1)2005 天津(1 2006 湖南(文)(1) 2005 湖北(1)2005 全国(Ⅰ)(2) 2005 浙江(9)2005 重庆(11) 2006 全国(Ⅰ)(1)2006 重庆(1)	5、4、14
充要条件	2004 天津(文)(3) 2004 重庆(文)(理)(7) 2004 湖南(9)2005 湖北(2) 2005 福建(文)(8)理(7) 2005 湖南(8) 2006 天津(文)(5)理(4) 2006 安徽(4)2006 湖南(4)	5
命题	2004 福建(4)2005 江苏(13) 2005 福建(16)	5、4

集合、充要条件常以小题形式考查,有时也以其为载体与其他知识综合出现在解答题中,考查学生的综合推理能力.

主干知识整合

1. 集合与简易逻辑要解决的问题主要有三类

(1)运用集合的语言、符号和"或""且""非"等逻辑联结词来解答有关集合和简易逻辑的基本概念的问题;(2)解含绝对值不等式、一元二次不等式以及高次不等式和分式不等式;(3)运用二次函数、一元二次方程、一元二次不等式的相互关系解决不等式或方程中的参数问题.

解决上述三类问题的关键,一是要深刻理解、准确掌握集合、元素、子交并补、命题、充要条件等基本概念和"或""且""非"等逻辑联结词的概念问题;二是强化数形结合思想,自觉运用Venn图、数轴、二次函数图象的直观性进行分析和理解,提高形象思维能力,进一步提高抽象思维能力.

2. 集合的主要性质和运算律

包含关系:U(全集)

$A\subseteq A,\varnothing\subseteq A,A\subseteq U,\complement_U A\subseteq U,$

$A\subseteq B,B\subseteq C\Rightarrow A\subseteq C;(A\cap B)\subseteq A,$

$(A\cap B)\subseteq B;A\subseteq(A\cup B),B\subseteq(A\cup B).$

集合的运算律:

交换律:$A\cap B=B\cap A;A\cup B=B\cup A.$

结合律:$(A\cap B)\cap C=A\cap(B\cap C);$

$(A\cup B)\cup C=A\cup(B\cup C).$

分配律:$A\cap(B\cup C)=(A\cap B)\cup(A\cap C);$

$A\cup(B\cap C)=(A\cup B)\cap(A\cup C).$

0—1律:$\varnothing\cup A=A,\varnothing\cap A=\varnothing,U\cap A=A,$

$U\cup A=U.$

求补律:$A\cap\complement_U A=\varnothing,A\cup\complement_U A=U,\complement_U(\complement_U A)=A.$

反演律:$(\complement_U A)\cap(\complement_U B)=\complement_U(A\cup B),$

$(\complement_U A)\cup(\complement_U B)=\complement_U(A\cap B).$

要点热点探究

探究点一 ▶▶ 集合主干知识运用

例1 已知全集 $U=R$,$\{x\,|\,|x-1|>2\}$,$B=\{x\,|\,x^2-6x+8<0\}$,则$\complement_U A\cap B=$ (C)

A. $[-1,4)$ B. $(2,3)$

C. $(2,3]$ D. $(-1,4)$

例2 已知集合 $G=\{x\,|\,|\cos x|=\frac{1}{2},x\in(-\frac{5\pi}{12},\frac{17\pi}{12})\}$,则集合$G$的真子集的个数是 (C)

A. 7 B. 8

C. 15 D. 16

探究点二 ▶▶ 四种命题形式及命题真假的判定

例3 设有两个命题,p:不等式$|x|+|x+1|>a$的解集为$\mathbf{R}$;q:函数$f(x)=\log_{(7-3a)}x$在$(0,+\infty)$是增函数,若p或q为真命题,p且q为假命题,那么实数a的取值范围是 (A)

A. $[1,2)$ B. $(2,\frac{7}{3}]$

C. $[2,\frac{7}{3}]$ D. $(1,2]$

探究点三 充要条件及判定

例4 有限集合 S 中元素的个数记作 card(S). 设 A、B 都为有限集合，给出下列命题：

①$A\cap B=\varnothing$的充要条件是 $\text{card}(A\cup B)=\text{card}(A)+\text{card}(B)$；

②$A\subseteq B$ 的必要条件是 $\text{card}(A)\leqslant\text{card}(B)$；

③$A\subseteq B$ 的充分条件是 $\text{card}(A)\leqslant\text{card}(B)$；

④$A=B$ 的充要条件是 $\text{card}(A)=\text{card}(B)$.

其中真命题的序号是 （ C ）

A. ③、④ B. ①、②

C. ①、④ D. ②、③

探究点四 与集合有关的综合问题

例5 已知集合 M 是满足下列性质的函数 $f(x)$ 的全体：存在非零常数 T，对任意 $x\in\mathbf{R}$，有 $f(x+T)=Tf(x)$ 成立.

(1)函数 $f(x)=x$ 是否属于集合 M? 说明理由；

(2)设函数 $f(x)=a^x(a>0$ 且 $a\neq1)$ 的图象与 $y=x$ 的图象有公共点，证明：$f(x)=a^x\in M$；

(3)若函数 $f(x)=\sin kx\in M$，求实数 k 的取值范围.

解:(1) $f(x+T)=Tf(x)=x+T=Tx\ (x+1)$

$\therefore f(x)=x\notin M$

课标新题借鉴

设函数 $f(x)=|x^2-4x-5|$.

(1)在区间$[-2,6]$上画出函数 $f(x)$ 的图象；

(2)设集合 $A=\{x|f(x)\geqslant5\}$，集合 $B=(-\infty,-2]\cup[0,4]\cup[6,+\infty)$，试判断集合 A 和 B 之间的关系，并给出证明；

(3)当 $k>2$ 时，求证：在区间$[-1,5]$上，$y=kx+3k$ 的图象位于函数 $f(x)$ 图象的上方.

解:(1)

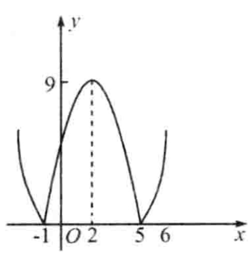


图 1－1－1

(2)方程 $f(x)=5$ 的解分别是 $2-\sqrt{14},0,4$ 和 $2+\sqrt{14}$.

$\because f(x)$ 在$(-\infty,-1]$和$[2,5]$上单调递减，在$[-1,2]$和$[5,+\infty)$上单调递增.

$\therefore A=(-\infty,2-\sqrt{14}]\cup[0,4]\cup[2+\sqrt{14},+\infty)$.

$\therefore 2-\sqrt{14}>-2, 2+\sqrt{14}<6$，$\therefore B\subsetneqq A$.

(3)当 $x\in[-1,5]$ 时，$f(x)=-x^2+4x+5$.

由 $\begin{cases}y=k(x+3)\\y=-x^2+4x+5\end{cases}$ 得 $x^2+(k-4)x+3k-5=0$

令 $\Delta=(k-4)^2-4(3k-5)=0$，解得 $k=2$ 或 $k=18$.

在区间$[-1,5]$上，当 $k=2$ 时，$y=2(x+3)$ 的图象与 $f(x)$ 的图象只交于一点$(1,8)$；当 $k=18$ 时，$y=18(x+3)$ 与 $f(x)$ 的图象没有交点.

由于直线 $y=k(x+3)$ 过点$(-3,0)$，当 $k>2$ 时，直线 $y=k(x+3)$ 是由直线 $y=2(x+3)$ 绕点$(-3,0)$逆时针旋转得到.

故在区间$[-1,5]$上，$y=k(x+3)$ 的图象位于 $f(x)$ 图象的上方.

规律技巧提炼

1. 解答集合有关问题，理解集合的意义是关键，其次注意集合中元素的互异性，空集是任何集合的子集等问题，此外还要注意转化和化归，分类与整合，数形结合等数学思想的运用.

2. 命题真假的判断，应先分清所给命题是简单命题还是复合命题，若是复合命题则依据复合命题真值表来判定.

3. 充分、必要、充要、非充分非必要条件的判定必须坚持"双向"考查的原则，也可以转化为判断原命题与其等价的逆命题的真假.

综合创新应用

一、选择题

1. 设 I 为全集，S_1,S_2,S_3 是 I 的三个非空子集，且 $S_1\cup S_2\cup S_3=I$，则下列论断正确的是 （ C ）

A. $\complement_I S_1\cap(S_2\cup S_3)=\varnothing$

B. $S_1\subseteq(\complement_I S_2\cap\complement_I S_3)$

C. $\complement_I S_1\cap\complement_I S_2\cap\complement_I S_3=\varnothing$

D. $S_1\subseteq(\complement_I S_2\cup\complement_I S_3)$

2. 设 $f(n)=2n+1(n\in\mathbf{N})$，$P=\{1,2,3,4,5\}$，$Q=\{3,4,5,6,7\}$，记 $\hat{P}=\{n\in\mathbf{N}|f(n)\in P\}$，$\hat{Q}=\{n\in\mathbf{N}|f(n)\in Q\}$，则$(\hat{P}\cap\complement_{\mathbf{N}}\hat{Q})\cup(\hat{Q}\cap\complement_{\mathbf{N}}\hat{P})=$ （ A ）

0, 1, 2　1, 2, 3

A. $\{0,3\}$ B. $\{1,2\}$

C. $\{3,4,5\}$ D. $\{1,2,6,7\}$

3. 设 P、Q 是两个非空实数集合,定义集合 $P+Q=\{a+b|a\in P,b\in Q\}$,$P=\{0,2,5\}$,若 $Q=\{1,2,6\}$,则 $P+Q$ 中元素的个数是 (B)

A. 9　　B. 8

C. 7　　D. 6

4. 若 A、B、C 为三个集合,$A\cup B=B\cap C$,则一定有 (A)

A. $A\subseteq C$　　B. $C\subseteq A$

C. $A\neq C$　　D. $A=\varnothing$

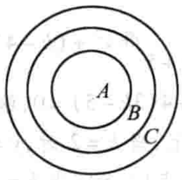


图 1－1－2

二、填空题

5. 命题:若 $a>b$,则 $2^a>2^b-1$ 的否命题为 若$a\leq b$,则$2^a\leq 2^b-1$.

6. 下列四个命题中,真命题的序号有 ③④ (写出所有真命题的序号).

× ①将函数 $y=|x+1|$ 的图象按向量 $v=(-1,0)$ (1,0) 平移,得到的图象对应的函数表达式为 $y=|x|$;

× ②圆 $x^2+y^2+4x+2y+1=0$ 与直线 $y=\frac{1}{2}x$ 相交,所得弦长为2;

$\sin\alpha\cos\beta=\frac{5}{12}$ $\cos\alpha\sin\beta=\frac{1}{12}$

√ ③若 $\sin(\alpha+\beta)=\frac{1}{2}$,$\sin(\alpha-\beta)=\frac{1}{3}$,则 $\tan\alpha\cot\beta=5$;

√ ④如图 1－1－3,已知正方体 $ABCD—A_1B_1C_1D_1$,P 为底面 $ABCD$ 内一动点,P 到平面 AA_1D_1D 的距离与到直线 CC_1 的距离相等,则 P 点的轨迹是抛物线的一部分.

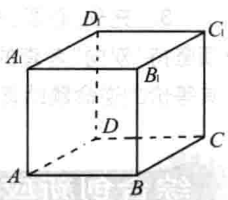


图 1－1－3

三、解答题

7. 已知 $p:|1-\frac{x-1}{3}|\leq 2$,$q:x^2-2x+1-m^2\leq 0(m>0)$,若 $\neg p$ 是 $\neg q$ 的充分而不必要条件,求实数 m 的取值范围.

8. 已知 $m\in\mathbf{R}$,设命题 p:x_1 和 x_2 是方程 $x^2-ax-2=0$ 的两个实根,不等式 $|m^2-5m-3|\geq|x_1-x_2|$ 对任意 $a\in[-1,1]$ 恒成立;命题 q:函数 $f(x)=x^3+mx^2+(m+\frac{4}{3})x+6$ 在 $(-\infty,+\infty)$ 上有极值,求使 p 正确且 q 正确的 m 的取值范围.

第2课时 函数图象与性质(一)

考情深度解读

考点与命题测试点	高考试题回顾	
	年份、卷型、题序	分值
函数的概念(映射定义域、值域、解析式)	2004湖南(文)(1) 2004浙江(文)(9)2004浙江(12) 2004上海(19)2004福建(文)(14) 2005浙江(文)(4)(理)(13) 2005湖南(2)2005江西(文)(4) 2005北京(文)(11) 2005江苏(17)2006陕西(文)(2) 2006安徽(15)	5、4、14
反函数	2004广东(16) 2004全国(Ⅰ)(文)(4) 2005江苏(2)2005辽宁(5) 2005湖南(14)2006四川(文)(2) 2006安徽(文)(3)(理)(5) 2006江西(14)	5、4、
函数的性质	2004天津(5)2004湖北(7) 2004湖南(文)(7)2005重庆(3) 2005山东(4)2005辽宁(10) 2005天津(10)2005天津(文)(9) 2006江苏(1)2006辽宁(2) 2006广东(3)2006山东(6) 2006湖南(文)(15)2006浙江(12)	5、4、14
函数的图象	2004福建(7)2004江苏(11) 2004全国(文)(Ⅲ)(5) 2005福建(5)2005北京(文)(2)2005湖北(4)2005广东(9) 2006广东(7)2006重庆(文)(6) 2006全国(Ⅰ)(2)2006山东(2) 2006北京(文)(11)	5
指数函数	2004全国(Ⅲ)(文)(5) 2005全国(Ⅰ)(13) 2006天津(文)(10)2006辽宁(7) 2006上海(文)(11) 2006全国(Ⅰ)(文)(13)	5、4
对数函数	2004全国(文)(理)(2) 2004全国(Ⅲ)(文)(7) 2005全国(Ⅰ)(9)2006广东(1) 2006湖南(1)2006浙江(3) 2006湖北(4)2006陕西(4) 2006北京(5)2006辽宁(13)	5
方程	2004北京(文)(理)(10) 2004湖南(10) 2006上海(8)2006辽宁(文)(13)2006湖北(10)	5、4

函数的性质与图象是高考考查的重点，多以小题形式出现，有时也与不等式、导数综合出现在解答题中.

主干知识整合

1. 原函数$f(x)$及其反函数$f^{-1}(x)$

函数	定义域	值域	对应法则
$f(x)$	X	Y	$f:X\to Y, f(a)=b$
$f^{-1}(x)$	Y	X	$f^{-1}:Y\to X; f^{-1}(b)=a$
互反	互换		互逆
$f(x)$与$f^{-1}(x)$的图象关于直线$y=x$对称			

2. 函数复习的重点是：①理解函数有关概念：定义、三要素、表示方法，特别是函数的解析式；②掌握函数的单调性和奇偶性的概念、基本的判定方法和步骤，并会运用.应熟练掌握二次函数、反比例函数、指数函数、对数函数以及形如$y=x+\dfrac{1}{x}$的函数等一些常见函数的性质，归纳提炼函数性质的应用规律；③理解掌握反函数的概念，明确反函数的意义，掌握求反函数的方法步骤，理解反函数与原函数的关系等；④理解掌握指数函数、对数函数的概念、图象及性质，能运用性质熟练地进行大小比较，方程求解等.

3. 准确理解函数的概念，充分揭示函数与各章知识的联系，强化应用意识，自觉养成运用函数观点处理问题的习惯. 所谓函数观点就是将问题放在动态背景上去考虑，从较高的角度处理方程、不等式、数列、曲线等问题.

4. 以函数为依托，、强化思想方法的训练. ①函数是考查数形结合思想的载体. 充分注意函数的图象题型，理解掌握常见函数图象的平移变换、伸缩变换、对称变换. 学会分析“读图题型”，强化由图到式和由式到图的转化训练，培养运用数形结合思想解题的能力. 要善于借助函数图象解答方程、不等式、参数讨论等有关问题. ②要抓住含参变量的函数问题，掌握含参变量的分离、集中、代换、化归、分类等解题方法和技巧. 含参数的函数讨论问题是高考的热点问题，应高度重视. ③有重点地加强函数主体知识的理解和把握，提高思维层次，善于总结常见题型的解题策略，掌握通性通法，构建思维模块，并以此为基础转化发展，运用运动变化的观点解决数学问题，发展思维能力，重视开放性和综合性问题的研究.

5. 平移变换与对称变换

(1)平移变换

$y=f(x)\xrightarrow{\text{左移}|a|\text{个单位}}y=f(x+|a|)$,

$y=f(x)\xrightarrow{\text{右移}|a|\text{个单位}}y=f(x-|a|)$,

$y=f(x)y=\xrightarrow{\text{上移}|a|\text{个单位}}f(x)+|a|$,

$y=f(x)\xrightarrow{\text{下移}|a|\text{个单位}}y=f(x)-|a|$.

(2)对称变换

$y=f(x)\xrightarrow{\text{关于}y\text{轴对称}}y=f(-x)$,

$y=f(x)\xrightarrow{\text{关于}x\text{轴对称}}y=-f(x)$,

$y=f(x)\xrightarrow{\text{关于原点中心对称}}y=-f(-x)$.

要点热点探究

探究点一 ▶▶ 函数的概念及应用

例1 设 $f^{-1}(x)$ 是函数 $f(x)=\frac{1}{2}(a^x-a^{-x})(a>1)$ 的反函数，则使 $f^{-1}(x)>1$ 成立的 x 的取值范围为（　　）

A. $(\frac{a^2-1}{2a},+\infty)$　　B. $(-\infty,\frac{a^2-1}{2a})$

C. $(\frac{a^2-1}{2a},a)$　　D. $[a,+\infty)$

探究点二 ▶▶ 函数的图象及应用

例2 如图1-2-1，虚线部分是四个象限的角平分线，实线部分是函数 $y=f(x)$ 的图象，则 $f(x)$ 只可能是（　　）

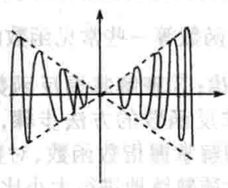


图1-2-1

A. $x\sin\frac{1}{x}$　　B. $x\cos\frac{1}{x}$

C. $x^2\sin\frac{1}{x}$　　D. $x^2\cos\frac{1}{x}$

例3 如图1-2-2所示，单位圆中弧 AB 的长为 x，$f(x)$ 表示弧 AB 与弦 AB 所围成的弓形面积的2倍，则函数 $y=f(x)$ 的图象是（　　）

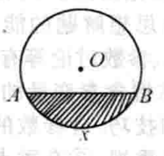


图1-2-2

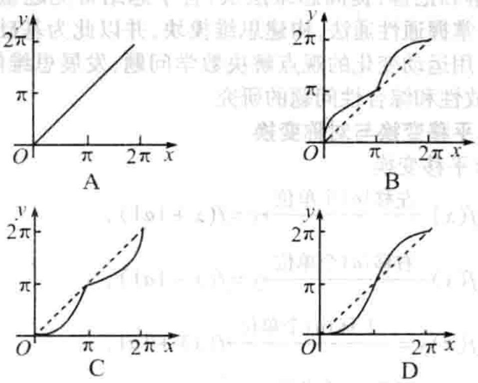


图1-2-3

探究点三 ▶▶ 函数的综合问题

例4 对定义域分别是 D_f,D_g 的函数 $y=f(x)$，$y=g(x)$. 规定：函数

$$h(x)=\begin{cases}f(x)\cdot g(x), & \text{当}x\in D_f,\ \text{且}x\in D_g,\\ f(x), & \text{当}x\in D_f,\ \text{且}x\notin D_g,\\ g(x), & \text{当}x\notin D_f,\ \text{且}x\in D_g.\end{cases}$$

(1)若函数 $f(x)=\frac{1}{x-1}$，$g(x)=x^2$，写出函数 $h(x)$ 的解析式；

(2)求问题(1)中函数 $h(x)$ 的值域；

(3)若 $g(x)=f(x+\alpha)$，其中 α 是常数，且 $\alpha\in[0,\pi]$，请设计一个定义域为 $\mathbf{R}$ 的函数 $y=f(x)$ 及一个 α 的值，使得 $h(x)=\cos4x$，并予以证明.

例5 已知定义域为 $\mathbf{R}$ 的函数 $f(x)$ 满足 $f(f(x)-x^2+x)=f(x)-x^2+x$.

(1)若 $f(2)=3$，求 $f(1)$；又若 $f(0)=a$，求 $f(a)$；

(2)设有且仅有一个实数 x_0，使得 $f(x_0)=x_0$，求函数 $f(x)$ 的解析表达式.

▶▶ 规律技巧提炼

1. 《考试大纲》要求"理解函数的概念"的内涵,不仅包括准确理解函数的概念,更包括函数概念的灵活应用,在新课标中,分段函数有所加强,望复习时特别注意.

2. 函数图象是理解函数概念的又一个具体的内涵,又是数形结合的基础,因此必须熟练掌握函数图象的作法,并能灵活运用图象来分析解决问题.

3. 作函数图象常用的方法有描点作图法和变换作图法.

4. 解决函数图象问题常用的方法有:定量分析法、函数模型法和定性分析法.定性分析法,就是利用图象进行定性地分析,而不需要具体计算,这是一种重要的思想方法.

综合创新应用

一、选择题

1. 对于任意的两个实数对(a,b)和(c,d),规定:$(a,b)=(c,d)$,当且仅当$a=c,b=d$;运算"⊗"为:$(a,b)\otimes(c,d)=(ac-bd,bc+ad)$;运算"⊕"为:$(a,b)\oplus(c,d)=(a+c,b+d)$.设$p,q\in\mathbf{R}$,若$(1,2)\otimes(p,q)=(5,0)$,则$(1,2)\oplus(p,q)=$　(　　)

A. $(4,0)$　　B. $(2,0)$

C. $(0,2)$　　D. $(0,-4)$

2. 函数$f:\{1,2,3\}\to\{1,2,3\}$满足$f(f(x))=f(x)$,则这样的函数个数共有　(　　)

A. 1个　　B. 2个

C. 8个　　D. 10个

3. 在同一平面直角坐标系中,函数$y=f(x)$和$y=g(x)$的图象关于直线$y=x$对称,现将$y=g(x)$的图象沿x轴向左平移2个单位,再沿y轴向上平移1个单位,所得图象是由两条线段组成的折线(1-2-4所示),则函数$f(x)$的表达式为　(　　)

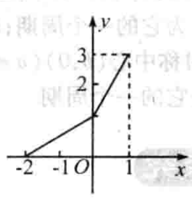


图1-2-4

A. $f(x)=\begin{cases}2x+2,-1\leqslant x\leqslant 0\\ \dfrac{x}{2}+2,0<x\leqslant 2\end{cases}$

B. $f(x)=\begin{cases}2x+2,-1\leqslant x\leqslant 0,\\ \dfrac{x}{2}-2,0<x\leqslant 2\end{cases}$

C. $f(x)=\begin{cases}2x-2,1\leqslant x\leqslant 2,\\ \dfrac{x}{2}+1,2<x\leqslant 4\end{cases}$

D. $f(x)=\begin{cases}2x-6,1\leqslant x\leqslant 2,\\ \dfrac{x}{2}-3,2<x\leqslant 4\end{cases}$

4. 设函数$f(x)=-\dfrac{x}{1+|x|}(x\in\mathbf{R})$,区间$M=[a,b](a<b)$,集合$N=\{y|y=f(x),x\in M\}$,则使$M=N$成立的实数对$(a,b)$有　(　　)

A. 0个　　B. 1个

C. 2个　　D. 无数个

二、填空题

5. 函数$f(x)$对于任意实数x满足条件$f(x+2)=\dfrac{1}{f(x)}$,若$f(1)=-5$,则$f(f(5))=$________.

6. 设$f(x)=\begin{cases}-\log_3(x+1)\ (x>6),\\ 3^{x-6}-1\quad(x\leqslant 6)\end{cases}$的反函数为$f^{-1}(x)$,若$f(m)=-2,f^{-1}\left(-\dfrac{8}{9}\right)=n$,则$m=$________;$f(n+4)=$________.

三、解答题

7. 设$f(x)=3ax^2+2bx+c$,且$a+b+c=0,f(0)>0,f(1)>0$,求证:

(1)$a>0$且$-2<\dfrac{b}{a}<-1$;

(2)方程$f(x)=0$在$(0,1)$内有两个实根.

8. 已知$f(x)=4x+ax^2-\frac{2}{3}x^3(x\in\mathbf{R})$在区间$[-1,1]$上是增函数.

(1)求实数a的值组成的集合A;

(2)设关于x的方程$f(x)=2x+\frac{1}{3}x^3$的两个非零根为x_1,x_2试问是否存在实数m,使得不等式$m^2+tm+1\geq|x_1-x_2|$对任意$a\in A$及$t\in[-1,1]$恒成立?若存在,求m的值的取值范围;若不存在,请说明理由.

第3课时 函数图象与性质(二)

主干知识整合

1. 判断函数单调性的方法有定义法、图象法、导数法和复合函数法,其中证明函数的单调性只能用定义法和导数法,图象法侧重图形直观,复合函数法侧重逻辑推理.

(1)定义法:作差$(f(x_1)-f(x_2))$;

变形(将差分解为几个能够判断正负的因式乘积的形式);定号(确定差值的正负);判断(结合定义下结论).

(2)图象法:作出函数图象,观察函数图象的上升与下降.

(3)导数法:一般地,若函数$y=f(x)$在某区间内可导,如果$f'(x)>0$,则$f(x)$为在该区间内增函数;如果$f'(x)<0$,则$f(x)$为在该区间内减函数(注意函数的定义域).

(4)复合函数法:"同增异减",即内外函数单调性相同时为增函数,内外函数单调性相反为减函数.

2. 了解函数周期性的定义,熟记如下几个重要结论.一般地,对于函数$f(x)$,如果对于定义域中的任意一个x的值.

若$f(x+T)=f(x)(T\neq0)$,则$f(x)$是周期函数,T是它的一个周期.

若$f(x+a)=f(x+b)(a\neq b)$,则$f(x)$是周期函数,$|b-a|$是它的一个周期;

若$f(x+a)=-f(x)(a\neq0)$,则$f(x)$是周期函数,$2a$是它的一个周期.

若$f(x+a)=\frac{1}{f(x)}(a\neq0$,且$f(x)\neq0)$,则$f(x)$是周期函数,$2a$是它的一个周期.

若$f(x+a)=\frac{1+f(x)}{1-f(x)}(a\neq0$且$f(x)\neq1)$,则$f(x)$是周期函数,$4a$是它的一个周期.

3. 掌握有关中心对称、轴对称的几个重要结论.一般地,对于函数$f(x)$,如果对于定义域内的任意一个x的值.

若$f(x+a)=f(b-x)$,则函数$f(x)$的图象关于直线$x=\frac{a+b}{2}$对称,特别地,若$f(a+x)=f(a-x)$函数$f(x)$的图象关于直线$x=a$对称;

若有$f(a+x)=-f(b-x)$,则函数$f(x)$的图象关于点$(\frac{a+b}{2},0)$中心对称,特别地,若$f(a+x)=-f(a-x)$,则函数$f(x)$的图象关于点$(a,0)$中心对称.

4. 周期性与对称性是相互联系、紧密相关的.一般地,若$f(x)$的图象有两条对称轴$x=a$和$x=b(a\neq b)$,则$f(x)$必为周期函数,且$2|b-a|$是它的一个周期;若$f(x)$的图象有两个对称中心$(a,0)$和$(b,0)(a\neq b)$,则$f(x)$必为周期函数,且$2|b-a|$为它的一个周期;若$f(x)$的图象有一对称轴$x=a$和一个对称中心$(b,0)(a\neq b)$,则$f(x)$必为周期函数,且$4|b-a|$是它的一个周期.

要点热点探究

探究点一 ▶▶ 函数的基本性质

例1 已知函数$f(x)$的定义域为$\{x|x\in\mathbf{R}$且$x\neq1\}$,$f(x+1)$为奇函数,当$x<1$时,$f(x)=2x^2-x+1$,则当$x>1$时,$f(x)$的递减区间是 ( )

A. $[\frac{5}{4},+\infty)$　　B. $(1,\frac{5}{4}]$

C. $[\frac{7}{4},+\infty)$　　D. $(1,\frac{7}{4}]$

例2 已知定义在 **R** 上的函数 $f(x)$ 的图象关于点 $(-\frac{3}{4},0)$ 对称，且满足 $f(x)=-f(x+\frac{3}{2})$，$f(-1)=1$，$f(0)=-2$，则 $f(1)+f(2)+f(3)+\cdots+f(2006)$ 的值为（　　）

A. -2　　B. 2

C. 0　　D. 1

探究点二 ▶▶ 函数性质综合应用

例3 对函数 $f(x)$，当 $x\in(-\infty,+\infty)$ 时，$f(2-x)=f(2+x)$，$f(7-x)=f(7+x)$，在闭区间 $[0,7]$ 上，只有 $f(1)=f(3)=0$.

(1)试判断函数 $y=f(x)$ 的奇偶性；

(2)试求方程 $f(x)=0$ 在闭区间 $[-2005,2005]$ 上的根的个数，并证明你的结论.

例4 已知函数 $f(x)=x+\frac{a}{x}$ 有如下性质：如果常数 $a>0$，那么该函数在 $(0,\sqrt{a})$ 上是减函数，在 $[\sqrt{a},+\infty)$ 上是增函数.

(1)如果函数 $y=x+\frac{2^b}{x}(x>0)$ 的值域为 $[6,+\infty)$，求 b 的值.

(2)研究函数 $y=x^2+\frac{c}{x^2}$(常数 $c>0$)在定义域内的单调性，并说明理由.

(3)对函数 $y=x+\frac{a}{x}$ 和 $y=x^2+\frac{a}{x^2}$(常数 $a>0$)作出推广，使它们都是你所推广的函数的特例，研究推广后函数的单调性(只须写出结论，不必证明)，并求函数

$F(x)=(x^2+\frac{1}{x})^n+(x+\frac{1}{x^2})^n(n\in\mathbf{N}^*)$ 在区间 $[\frac{1}{2},2]$ 上的最大值和最小值(可利用你的研究结论).

探究点三 ▶▶ 应用导数探究函数性质

例5 已知函数 $f(x)=\frac{4x^2-7}{2-x}$，$x\in[0,1]$.

(1)求 $f(x)$ 的单调区间和值域；

(2)设 $a\geq1$，函数 $g(x)=x^3-3a^2x-2a$，$x\in[0,1]$，若对于任意 $x_1\in[0,1]$，总存在 $x_0\in[0,1]$，使得 $g(x_0)=f(x_1)$ 成立，求 a 的取值范围.

▶▶ 规律技巧提炼

1. 讨论函数的性质必须坚持定义域优先原则，对于函数实际问题，注意挖掘隐含在实际中的条件，避免忽略实际意义对定义域的影响.

2. 对称性与周期性结论要分清，即“内同表示周期性，内反表示对称性”；中心对称与轴对称的结论不要混淆，“内反外同轴对称，内外都反中心对称”.

3. 若函数图象同时具备两种对称性，两条对称轴，或两个对称中心，或一条对称轴，一个对称中心，则函数一定是同期函数，反之亦然.

4. 运用函数性质解题时，应注意：①数形结合，扬长避短；②等价转化，迅速破解；③含参变量，分类讨论，全面考虑.

综合创新应用

一、选择题

1. 关于 x 的方程 $(x^2-1)^2-|x^2-1|+k=0$，给出下列四个命题：
①存在实数 k，使得方程恰有 2 个不同的实根；
②存在实数 k，使得方程恰有 4 个不同的实根；
③存在实数 k，使得方程恰有 5 个不同的实根；
④存在实数 k，使得方程恰有 8 个不同的实根.
其中假命题的个数是　(　　)
A. 0　　B. 1
C. 2　　D. 3

2. 下列函数中既是奇函数，又是区间 $[-1,1]$ 上单调递减的是　(　　)
A. $f(x)=\sin x$
B. $f(x)=-|x+1|$
C. $f(x)=\frac{1}{2}(a^x+a^{-x})$
D. $f(x)=\ln\frac{2-x}{2+x}$

3. 已知 $y=f(x)$ 对任意 x 都有 $f(-x)=f(x)$，$f(x)=-f(x+1)$，且在 $[0,1]$ 为上减函数，则　(　　)
A. $f(\frac{7}{2})<f(\frac{7}{3})<f(\frac{7}{5})$
B. $f(\frac{7}{5})<f(\frac{7}{2})<f(\frac{7}{3})$
C. $f(\frac{7}{3})<f(\frac{7}{2})<f(\frac{7}{5})$
D. $f(\frac{7}{5})<f(\frac{7}{3})<f(\frac{7}{2})$

4. $f(x)$ 是定义在区间 $[-c,c]$ 上的奇函数，其图象如图 1-3-1所示，令 $g(x)=af(x)+b$，则下列关于函数 $g(x)$ 的叙述正确的是　(　　)

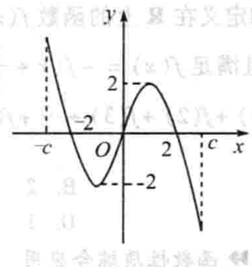


图 1-3-1

A. 若 $a<0$，则函数 $g(x)$ 的图象关于原点对称.
B. 若 $a=-1$，$-2<b<0$，则方程 $g(x)=0$ 有大于 2 的实根.
C. 若 $a\neq0$，$b=2$，则方程 $g(x)=0$ 有两个实根.
D. 若 $a\geqslant1$，$b<2$，则方程 $g(x)=0$ 有三个实根.

二、填空题

5. 设函数 $f(x)$ 的图象关于点 $(1,2)$ 对称，且存在反函数，$f(4)=0$，则 $f^{-1}(4)=$________.

6. 若存在常数 $p>0$，使得函数 $f(px)=f(px-\frac{p}{2})$ $(x\in\mathbf{R})$，则 $f(x)$ 的一个正周期为________.

三、解答题

7. 设 a 为实数，设函数 $f(x)=a\sqrt{1-x^2}+\sqrt{1+x}+\sqrt{1-x}$ 的最大值为 $g(a)$.
(1) 设 $t=\sqrt{1+x}+\sqrt{1-x}$，求 t 的取值范围，并把 $f(x)$ 表示为 t 的函数 $m(t)$；
(2) 求 $g(a)$.

8. 设 a 为实数，函数 $f(x)=x|x-a|$.

(1)讨论 $f(x)$ 的奇偶性；

(2)当 $0\leqslant x\leqslant 1$ 时，求 $f(x)$ 的最大值.

第4课时　不等式的性质及解法

考情深度解读

考点与命题测试点	高考试题回顾	
	年份、卷型、题序	分值
不等式的性质	2004 北京(文)(4) 2004 湖北(5) 2004 湖南(7) 2005 山东(11) 2005 天津(文)(2) 2005 山东(文)(2) 2005 江西(10) 2006 江苏(8) 2006 上海(12) 2006 福建(12) 2006 江西(3)	5
不等式的解法	2004 重庆(4) 2004 天津(2) 2004 浙江(13) 2005 天津(文)(2) 2005 重庆(文)(5) 2005 福建(文)(2) 2005 辽宁(7) 2005 江苏(17) 2006 江西(1) 2006 四川(1) 2006 山东(3) 2006 福建(4) 2006 江西(6) 2006 上海(15) 2006 重庆(15) 2006 江苏(16)	5,4,12
不等式的应用	2004 湖北(文)(8) 2004 重庆(文)(14) 2004 辽宁(19) 2004 北京(19)(20) 2005 重庆(5) 2005 福建(文)(5) 2005 湖北(16) 2005 上海(20) 2006 北京(8) 2006 陕西(8) 2006 重庆(10) 2006 天津(15) 2006 湖南(20)	5,4,14

不等式作为工具渗透到其他单元知识之中，考查形式灵活，高考命题中常有1道与不等式性质及解法有关的小题.

主干知识整合

1. 不等式的性质主要是指三条基本性质(对称性、传递性、加减(乘)性)和运算性质(加、减、乘、除、乘方、开方及倒数法则)，它是解(证)不等式的基础和依据.

2. 解不等式是研究函数与方程的重要工具，其基本思想是等价转化，即利用不等式的性质及有关函数的性质把问题转化为一元一次不等式、一元二次不等式求解，因而一元一次不等式、一元二次不等式的解法是基础，解含参数的不等式时，一般需分类讨论，它是这一部分的难点. 高考中解不等式的题常与函数、导数、方程和数列等知识综合.

3. 不等式在中学中有最广泛的应用，其中主要表现在：(1)求函数的定义域、值域；(2)求函数的最值；(3)讨论函数单调性；(4)研究方程的实根分布；(5)求参数取值范围；(6)解决与不等式有关的应用性问题等. 其中含参数的讨论和不等式在实际问题中的应用是高考命题的热点，也是学习中的难点.

要点热点探究

探究点一 ▶▶ 不等式的性质

例1 在下列命题：(1)若 $x<y$，则 $a^2x<a^2y$；(2)若 $x<y$，则 $x^{2n+1}<y^{2n+1}(n\in\mathbf{N}^*)$；(3)若 $c>x>y>0$，则 $\frac{x}{c-x}>\frac{y}{c-y}$；(4)若 $x>y>1$，则 $\log_{\frac{1}{x}}x>\log_{\frac{1}{y}}x$ 中，真命题的个数是　(　　)

A. 1　　B. 2　　C. 3　　D. 4

▌探究点二 ▶▶ 不等式的解法

例2 不等式组$\begin{cases}|x-2|<2,\\ \log_2(x^2-1)>1\end{cases}$的解集是 (　　)

A. $(0,\sqrt{3})$　　B. $(\sqrt{3},2)$

C. $(\sqrt{3},4)$　　D. $(2,4)$

例3 设全集 $U=\mathbf{R}$.

(1)解关于 x 的不等式 $|x-1|+a-1>0(a\in\mathbf{R})$;

(2)设 A 为(1)中不等式的解集，集合 $B=\{x|\sin(\pi x-\frac{\pi}{3})+\sqrt{3}\cos(\pi x-\frac{\pi}{3})=0\}$.

若 $(\complement_U A)\cap B$ 含有 3 个元素，求 a 的取值范围.

▌探究点三 ▶▶ 函数与不等式的综合问题

例4 已知函数 $f(x)$ 和 $g(x)$ 的图象关于原点对称，且 $f(x)=x^2+2x$.

(1)求函数 $g(x)$ 的解析式；

(2)解不等式 $g(x)\geqslant f(x)-|x-1|$;

(3)若 $h(x)=g(x)-\lambda f(x)+1$ 在 $[-1,1]$ 上是增函数，求实数 λ 的取值范围.

例5 定义在 $\mathbf{R}$ 上的单调函数 $f(x)$ 满足 $f(3)=\log_2 3$，且对任意 $x,y\in\mathbf{R}$ 都有 $f(x+y)=f(x)+f(y)$.

(1)求证：$f(x)$ 为奇函数；

(2)若 $f(k\cdot 3^x)+f(3^x-9^x-2)<0$ 对任意 $x\in\mathbf{R}$ 恒成立，求实数 k 的取值范围.

课标新题借鉴

给定有限个正数满足条件 T：每个数都不大于 50 且总和 $L=1275$. 现将这些数按下列要求进行分组，每组数之和不大于 150 且分组的步骤是：

首先，从这些数中选择这样一些数构成第一组，使得 150 与这组数之和的差 r_1 与所有可能的其他选择相比是最小的，r_1 称为第一组余差；

然后，在去掉已选入第一组的数后，对余下的数按第一组的选择方式构成第二组，这时的余差为 r_2；如此继续构成第三组(余差为 r_3)、第四组(余差为 r_4)、…，直至第 N 组(余差为 r_N)把这些数全部分完为止.

(1)判断 $r_1,r_2,\cdots,r_N$ 的大小关系，并指出除第 N 组外的每组至少含有几个数；

(2)当构成第 $n(n<N)$ 组后，指出余下的每个数与 r_n 的大小关系，并证明 $r_{n-1}>\frac{150n-L}{n-1}$;

(3)对任何满足条件 T 的有限个正数，证明：$N\leqslant 11$.

解：(1)$r_1\leqslant r_2\leqslant\cdots r_N$，除第 N 组外的每组至少含有 $\frac{150}{50}=3$ 个数.

(2)当第 n 组形成后，因为 $n<N$，所以还有数没分完，这时余下的每个数必大于余差 r_n，余下数之和也大于第 n 组的余差 r_n，即