

王金战
图书

金牌学习方法 备战考试升学

轻松搞定专题系列



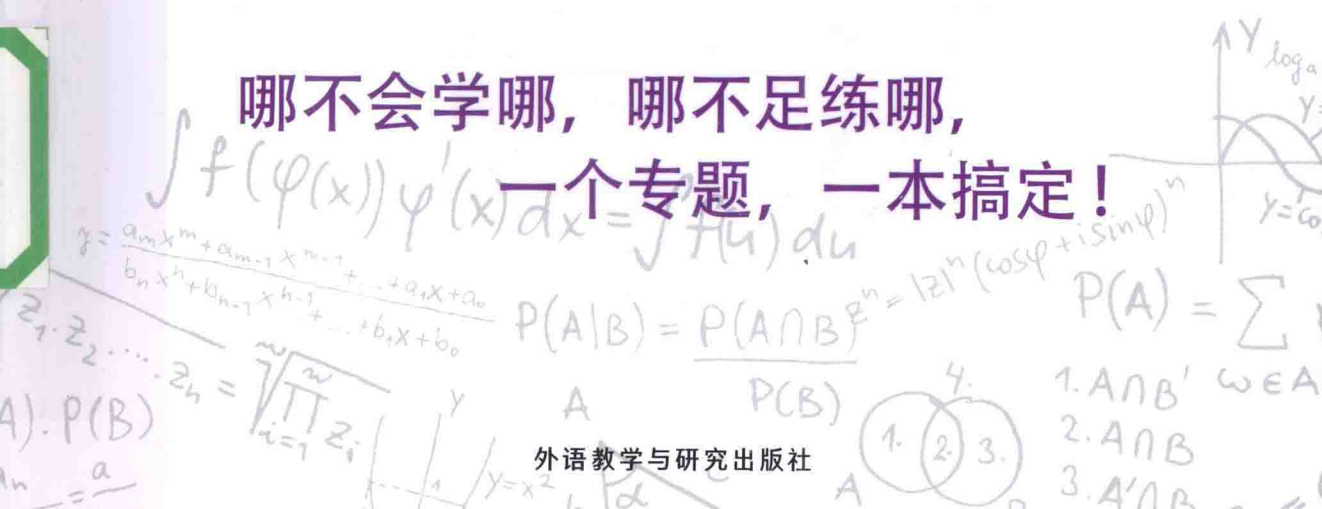
轻松搞定

高中数学

立体几何与空间向量

主 编：王金战
本册主编：赵维悦

哪不会学哪，哪不足练哪，
一个专题，一本搞定！



外语教学与研究出版社

王金战
图书

金牌学习方法 备战考试升学

轻松搞定专题系列

轻松搞定

高中数学

立体几何与空间向量

主 编：王金战
本册主编：赵维悦

外语教学与研究出版社
北京

图书在版编目 (CIP) 数据

轻松搞定高中数学立体几何与空间向量 / 赵维悦主编. — 北京: 外语教学与研究出版社, 2014.6

(轻松搞定专题系列 / 王金战主编)

ISBN 978-7-5135-4792-5

I. ①轻… II. ①赵… III. ①立体几何课—高中—教学参考资料 IV. ①G634.633

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2014) 第 133388 号

出版人 蔡剑峰
总策划 关 淼
责任编辑 潘瑞芳
执行编辑 刘梅霞
封面设计 高 佳
出版发行 外语教学与研究出版社
社 址 北京市西三环北路 19 号 (100089)
网 址 <http://www.fltrp.com>
印 刷 保定市中画美凯印刷有限公司
开 本 787×1092 1/16
印 张 11.5
版 次 2014 年 7 月第 1 版 2014 年 7 月第 1 次印刷
书 号 ISBN 978-7-5135-4792-5
定 价 26.80 元

外研社教辅出版分社:

咨询电话: 010-88819610 (编辑部) 010-88819436 / 9050 (市场部)

传 真: 010-68469248

新浪 / 腾讯官方微博: @外研社教辅 (更多信息, 更多交流)

电子信箱: jiaofu@fltrp.com

购书电话: 010-88819928 / 9929 / 9930 (邮购部)

购书咨询: (010) 88819929 电子邮箱: club@fltrp.com

外研书店: <http://www.fltrpstore.com>

凡印刷、装订质量问题, 请联系我社印制部

联系电话: (010) 61207896 电子邮箱: zhijian@fltrp.com

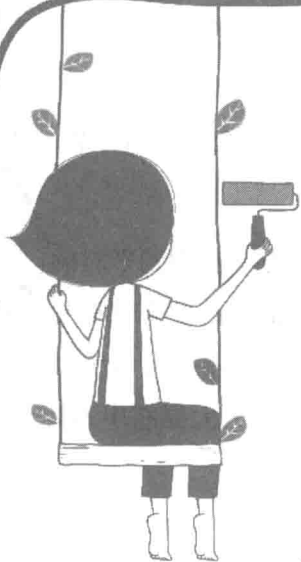
凡侵权、盗版书籍线索, 请联系我社法律事务部

举报电话: (010) 88817519 电子邮箱: banquan@fltrp.com

法律顾问: 立方律师事务所 刘旭东律师

中咨律师事务所 殷 斌律师

物料号: 247920001



学会学习，轻松学习

谁都想轻松把学习搞好，但当过学生的人都知道，仅靠一套课本是很难学好的，所以一定要有一些辅助的参考书，其中要包括对重点难点深入浅出的剖析、对重要知识点的针对性训练以及基于课本知识的加深拓宽。参考书多了不但会增加学习负担、造成重复性的劳动，而且一旦质量不好还会误导学习，所以挑选一套合适的参考书是学习中的一件大事。作为教师，多少年来我一直在帮学生寻找这样的书，但很少能选到理想的，后来我就干脆自己编写，讲到哪里编到哪里，并以讲义的形式发给学生，效果非常好。

2010年，我与外研社合作，将我的讲义书稿按专题整理出来，定名为《轻松搞定高中数学》系列，同时把我书稿中的理念和体例拓展到了初中数学，定名为《轻松搞定初中数学》系列。这两个系列出版后均受到广泛好评，许多学生反映这套书给他们的学习带来了很大的帮助，让他们既可以轻松、全面、深刻、系统地掌握课本的内容，又能够针对自己的弱项进行专门的学习和训练。近两年来，一直有很多学生呼吁把数学系列拓展到其他学科。

十八大以后，我们国家在各行各业都开始了深度改革，中高考的改革更会有大动作，其中最引人注目的一点就是：很多学科将采取学完就考、考完就清的模式，这样会在很大程度上解决一次考试决定命运的弊端，也能在很大程度上减轻学生中高考的压力。但这样的变化也对学生平时的学习提出了更高的要求，为了不留后患，必须做到一步到位，门门过关，于是我们的这套专题辅导材料就显得尤为重要了。

我们挑选了一批工作在第一线的初、高中各科骨干教师，经过一年多的研究，终于推出了这套《轻松搞定》专题系列丛书，其核心理念就是帮助学生学会学习，轻松学习。

本套丛书共包括初中系列5个学科19册，高中系列9个学科34册。与同类图书相比，本套丛书有如下突出的创新点：

1. 哪不会学哪，哪不足练哪，一个专题，一本搞定

我们将每个学科的重要知识、技能划分成若干专题模块，对每一个专题模块进行专讲专练，将轻松的学习方法、记忆方法渗透其中，力求让学生轻松吃透每个模块的

重要知识、技能。哪不会学哪，哪不足练哪，一个专题，一本搞定，轻松拿下薄弱环节。

2. 平时学习时的得力助手，中 / 高考复习时的重要法宝

本套丛书力求成为同学们平时学习的得力助手，将轻松学习的方法贯彻到平时的学习中，帮助同学们轻松突破学科中的重要知识、技能，轻松应对期中、期末等重要考试。本套丛书也是同学们中 / 高考复习时的重要法宝，它可以帮助中 / 高考考生在复习之初将各学科知识技能、重难点点进行快速系统的梳理和学习，大大提高中 / 高考复习效率。

3. 最科学的专题划分，最完整的专项宝典

本套丛书专题模块的划分，除了考虑到学科本身的知识结构体系外，还充分结合了教学实际，基本符合学生各个学段的学习顺序，学生在每个学段都可以找到相应的专题分册。它涵盖了学生各个学段的重点专题模块，是一套完整的专项学习宝典。

4. 简洁清晰的层次安排，轻松明快的栏目设置

各分册层次安排简洁清晰，一目了然；各讲内的栏目编排充分体现出轻松明快的特点，“基础知识·轻松学”、“重难点·轻松破”、“课时作业·轻松练”、“中 / 高考试题初体验”、“我的错题本”等栏目，都让学生体会到轻松学习的乐趣。

本套丛书还配有“轻松搞定”系列名师视频课程，同学们可以登录宽高学习网 <http://www.kgedu.net> 或拨打 400-686-8661 咨询。如果你在学习中还有什么困难，也可以给我来信，我的邮箱地址是 wangjinzhan100@sina.com，或到我的博客 <http://blog.sina.com.cn/wangjinzhan> 中留言。

让学生在这套书中享受到轻松学习的快乐，让这套书成为学生不二的选择，让学生一旦拥有此书便可以轻松搞定所有学科，是我们编写这套丛书的初衷。期待你的好消息！

王进战





编者序

——爱上数学，享受数学

“不求面面俱到，但求招招有效。”

这是我们的教育专家王金战老师经常提到的一句话。在这个理念之下，王老师与全国数学名师一起编写了《轻松搞定高中数学》系列图书，将高中数学知识按专题模块划分，专讲专练，旨在帮助同学们轻松学好高中数学。

《轻松搞定高中数学》系列图书包括《轻松搞定高中数学·函数与导数》《轻松搞定高中数学·立体几何与空间向量》《轻松搞定高中数学·三角函数与平面向量》《轻松搞定高中数学·解析几何》《轻松搞定高中数学·数列与不等式》和《轻松搞定高中数学·概率统计与排列组合》，共6册。

本系列图书按照新课标编写，为通用的专题类图书，适合高中全程使用。既可以在高一、高二同步学习时使用（具有一定的综合性），也可以在高考复习初期使用，尤其适合中等学生。

“专题+方法”是我们帮助同学实现轻松学习的基本思路。

高中数学是按知识模块来划分的，而在高考中常常是将不同模块的知识综合考查（例如：函数与导数、数列与不等式等）。本书按专题划分，将知识结合紧密的模块放在同一专题中讲解，能够加深同学们对该部分内容的理解，理解知识间的关联，提高解决综合问题的能力。同时这种专题分册也方便同学们有针对性地选择，做到“哪里不会学哪里，哪里不足练哪里”，轻松搞定薄弱环节。

不讲究方法的学习是枯燥的，好的学习方法可以使学习变得简单，提高同学们的学习效率。每册图书我们都针对该模块知识的重难点进行精讲，指导解题方法，并精选了有代表性的习题，通过习题巩固知识、提炼方法。比如：在《轻松搞定高中数学·数列与不等式》一书中的第2讲等差数列中，老师总结了基本量法和数列性质法两种求解数列通项公式的方法，并映射到后面等比数列的学习中。诸如此类的方法会使数学学习变

得不再枯燥,变得轻松有趣。

本系列图书主要的特色栏目:

【篇首语】总体介绍本篇内容的重要程度、知识框架及学习重点,使同学们在进入该篇的具体学习之前先对要学习的内容有一个总体的了解,帮助同学理顺学习思路、把握学习重点。

【学习目标】通过分析课标,用简洁的语言列出本讲要学习的主要知识、技能以及要达到的学习效果,指明学习方向。既可提高学习的针对性,又便于同学检测学习效果。

【考情分析】概括分析本讲内容在高考中的考查方向、考查特点,及其在高考中所占的比例和重要程度,将平时学习与最后高考紧密结合。

【基础知识·轻松学】将重要的基础知识进行系统地提炼、归纳,列出知识清单。在重要知识点后面配以精讲,并在梳理基础知识的同时进行知识关联、学法指导、易错提醒、技巧点拨等,以帮助同学们轻松、快速地掌握本讲知识内容。

【重难点·轻松破】针对本讲的重点、难点和疑点进行专门讲解,总结解题方法,整理解题技巧和易错点攻克方法,轻松提升解题能力。

【变式练习】针对例题设置变式练习,变换考查方式,拓展相似、相关联知识点或题目类型,以帮助同学们理解并掌握该知识点或题型。

【课时作业·轻松练】本部分练习充分、全面,包括A基础题组和B提升题组两个等级,涵盖本讲涉及的重要考点或考查方式,目的是让同学们循序渐进地将该讲内容彻底掌握。

【高考试题·初体验】选取典型高考试题,让同学们初步了解本讲内容在高考中是如何考查的,体验高考试题的形式及难度,使同学们的学习与高考紧密结合。

【我的错题本】每讲最后设置“我的错题本”,方便同学对做错的题目进行记录,分析错误原因,统计错误知识点,便于后期进行错题回顾,避免再错。

【阶段检测和综合检测】书中穿插设置了阶段检测,以便对前一段的学习效果进行检测,了解不足,及时改进。书中最后设置了综合检测,目的在于整体检验同学们的学习效果,查漏补缺。

我们希望,《轻松搞定高中数学》系列图书,可以让更多的同学踏上轻松学习数学之路,从此不再惧怕数学,爱上数学,学好数学,享受数学带来的无穷乐趣!

学会学习,轻松学习(丛书序)	I
爱上数学,享受数学(编者序)	III

1 第一篇 立体几何

第1讲 空间几何体的结构	2
第2讲 空间几何体三视图和直观图	7
第3讲 直线与直线的位置关系、异面直线所成的角	13
第4讲 直线与平面平行的判定、性质	17
第5讲 直线与平面垂直的判定、性质	22
第6讲 直线与平面的位置关系、直线与平面所成的角	27
第7讲 平面与平面的位置关系、二面角	32
第8讲 平面与平面平行的判定、性质	37
第9讲 平面与平面垂直的判定、性质	42
阶段检测一	47
第10讲 面积和体积的计算	49
第11讲 侧面展开、图形翻折	57
第12讲 空间的距离	63
第13讲 球	68
第14讲 多面体与球	71
阶段检测二	75

78 第二篇 空间向量

第15讲 空间向量及其运算	79
第16讲 用空间向量证明平行和垂直	83
第17讲 用空间向量方法求角	90
第18讲 用空间向量求距离	98
阶段检测三	106
综合检测	108
参考答案	111

新课标必修2第一章、第二章,介绍了立体几何的有关知识和方法,本书第一部分作为立体几何学习的辅助教材和练习册,为同学们进一步学习好立体几何基本知识和解题方法提供一些帮助,帮助同学们打好高中数学的学习基础.

在人类文明开始阶段,人们就已经开始研究几何学了,直到今日,人们都是一直在学习和发展这门古老的学问,这足以说明这门学问的重要性.立体几何是高中课程的重要组成部分,对于同学们掌握空间图形的知识和规律有很高的要求,学好这些内容对同学们今后的发展有很好的帮助.另外从能力方面,学习立体几何能够帮助同学们更好地展开空间想象和推理,提高我们的空间想象能力和逻辑推理能力.

在课本必修2第一章介绍了空间几何体结构,直观图和三视图,表面积和体积计算,第二章介绍了空间中点、线、面的位置关系、性质和有关计算,这是立体几何的基础内容,也是学习中的难点,是高考考试中重点考查的内容.同学们在学习中,一定要重视课本知识,注意仔细研读课本,在此基础上,通过本书习题的学习练习,提高自己的分析能力和计算能力,达到学好立体几何的目的.

本书安排18讲内容,第3讲至第12讲对应于课本必修2第二章内容,是立体几何的基础内容;第1讲、第2讲,第13讲、第14讲是多面体和旋转体线面关系的证明和计算;第11讲翻折与展开对于同学们空间想象能力要求较高.

通过学习本书内容后,希望同学们对于高中课程中的立体几何问题,做到轻轻松松地给予解答,如果同学们做到了这一点,我们这本书也就起到了它的作用,达到了我们的目的.

第1讲

空间几何体的结构

学习目标

1. 理解并能归纳出柱体、锥体、台体、球的结构特征,并能运用这些特征描述简单组合体的结构.
2. 通过对柱体、锥体、台体、球的结构观察分析,培养同学们的观察能力和抽象概括能力.

考情分析

空间几何体的结构特征是掌握空间线面位置关系的一个特殊载体,在高考中专门考查结构的问题很少见,主要与位置关系问题结合考查,或与三视图结合考查几何体的表面积、体积等.

基础知识



一、棱柱的结构特征

有两个面互相平行,其余各面都是四边形,并且每相邻两个四边形公共边都互相平行,由这些面所围成的几何体叫做棱柱.

棱柱的分类:

1. 底面是三角形、四边形、五边形…的棱柱分别叫做三棱柱、四棱柱、五棱柱…
2. 侧棱垂直于底面的棱柱叫直棱柱;底面是正多边形的直棱柱叫正棱柱.

二、棱锥的结构特征

有一个面是多边形,其余各面都是有一个公共顶点的三角形,由这些面所围成的多面体叫做棱锥.

棱锥的分类:

1. 底面是三角形、四边形、五边形…的棱锥分别叫做三棱锥、四棱锥、五棱锥…

2. 底面是正多边形,并且顶点在底面上的投影是底面的中心,这样的棱锥叫正棱锥.

3. 特别地,三棱锥又叫四面体,所有棱长都相等的四面体叫正四面体.

三、棱台的结构特征

用一个平行于棱锥底面的平面去截棱锥,底面与截面之间的部分叫做棱台.

棱台的分类:

1. 由三棱锥、四棱锥、五棱锥…截得的棱台分别叫做三棱台、四棱台、五棱台.
2. 由正棱锥截得的棱台叫做正棱台.

四、圆柱的结构特征

以矩形一边所在直线为旋转轴,其余三边旋转形成的面所围成的旋转体叫做圆柱.

五、圆锥的结构特征

以直角三角形一条直角边所在直线为旋转轴,其余两边旋转形成的面所围成的旋转体叫做圆锥.

六、圆台的结构特征

用一个平行于圆锥底面的平面去截圆锥,

底面与截面之间的部分叫做圆台.

七、球的结构特征

以半圆的直径所在直线为旋转轴,半圆面旋转一周形成的旋转体叫做球体(简称球).

八、简单组合体的结构特征

现实世界中物体表示的几何体,除柱体、锥体、台体和球体等简单几何体外,还有大量的几何体是由简单几何体组合而成,这些几何体叫做简单组合体.

一种是由简单几何体拼接而成;另一种是由简单几何体截去或挖去一部分而成.

重难点 轻松破

一、几何体的结构特征

考查几何体结构特征的问题应该都属于简单题,解决此类题目需准确理解定义,把握几何体的结构特征,并学会通过反例对概念进行辨析,即要说明一个命题是错误的,设法举出反例否定即可.

例 1 如图 1-1 模块①~⑤均由 4 个棱长为 1 的小正方体构成,模块⑥由 15 个棱长为 1 的小正方体构成.现从模块①~⑤中选出三个放到模块⑥上,使得模块⑥成为一个棱长为 3 的大正方体.则下列选择方案中,能够完成任务的为()

- A. 模块①②⑤ B. 模块①③⑤
C. 模块②④⑥ D. 模块③④⑤

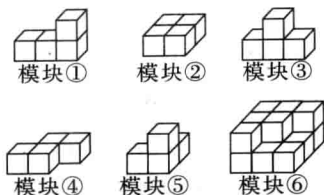


图 1-1

分析:尝试摆放,使之构成正方体.

答案:A

解析:将模块⑤①③逐一摆放到模块⑥上,可以形成正方体.

变式练习 1 在底面为正方形的长方体上任意选择 4 个顶点,它们可能是如下几种几何体的 4 个顶点:①矩形;②不是矩形的平行四边形;③有三个面为直角三角形,有一个面为等腰三角形的四面体;④每个面都是等腰三角形的四面体;⑤每个面都是直角三角形的四面体.这些几何体是()

- A. ①②④⑤ B. ①③③⑤
C. ①②③④ D. ①③④⑤

二、几何体的截面

解决几何体截面的问题:一要充分利用空间想象能力;二要熟练应用平面的基本性质及面面平行的性质寻找关系.

例 2 如图 1-2 在正方体 $ABCD-A'B'C'D'$ 中,过对角线 BD' 的一个平面交 AA' 于 E ,交 CC' 于 F ,则

- ①四边形 $BFD'E$ 一定是平行四边形;
②四边形 $BFD'E$ 有可能是正方形;
③四边形 $BFD'E$ 在底面 $ABCD$ 内的投影一定是正方形;
④四边形 $BFD'E$ 有可能垂直于平面 $BB'D'D$.

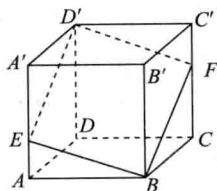


图 1-2

以上结论正确的为_____ (写出所有正确结论的编号).

分析:考虑到所作平面四边形对角线 $EF \leq BD'$,再考虑正方体的对称性,可以作出判断.

答案:①②④

解析:由对称性, EF 与 BD' 互相平分,且 $EF \leq BD'$. 易知②不正确. ①③④正确.

点评:正方体、长方体等几何图形有很好的对

称性,学会用好对称解决问题.

变式练习 2 对于四面体 $ABCD$, 下列命题正确的是 _____ (写出所有正确命题的编号).

- ①相对棱 AB 与 CD 所在的直线是异面直线;
- ②由顶点 A 作四面体的高,其垂足是 $\triangle BCD$ 的三条高线的交点;
- ③若分别作 $\triangle ABC$ 和 $\triangle ABD$ 的边 AB 上的高,则这两条高的垂足重合;
- ④任何三个面的面积之和都大于第四个面的面积;
- ⑤分别作三组相对棱中点的连线,所得的三条线段相交于一点.

三、几何体的表面积与体积

涉及到几何体表面积或体积计算的问题要善于从中找出一些基本图形,并能找到几何体基本量的关系,从而利用公式解题.

例 3 如图 1-3,在四面体 $ABCD$ 中,截面 AEF 经过四面体的内切球(与四个面都相切的球)球心 O ,且与 BC,DC 分别截于 E,F ,如果截面将四面体分成体积相等的两部分,设四棱锥 $A-BEFD$ 与三棱锥 $A-EFC$ 的表面积分别是 S_1, S_2 ,则必有()

- A. $S_1 < S_2$
- B. $S_1 > S_2$
- C. $S_1 = S_2$
- D. S_1, S_2 的大小关系不能确定

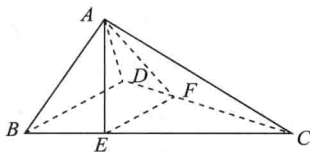


图 1-3

分析: 以内切球球

心为公共顶点,可将多面体切割成若干个等高棱锥,进行体积计算.

答案: C

解析: 连结 OA, OB, OC, OD , 则 $V_{A-BEFD} = V_{O-ABD} + V_{O-ABE} + V_{O-ADF} + V_{O-BEFD}$; $V_{A-EFC} = V_{O-AFC} + V_{O-AEC} + V_{O-EFC}$, 又 $V_{A-BEFD} = V_{A-EFC}$. 而每个三棱

锥的高都是原四面体的内切球的半径,故 $S_{ABD} + S_{ABE} + S_{ABF} + S_{BEFD} = S_{AFC} + S_{AEC} + S_{EFC}$. 又面 AEF 为公共面,所以 $S_1 = S_2$.

点评: 多面体内切球的特征: 球心到各个切面距离相等,可用于体积计算.

变式练习 3 如图 1-4, 设四面体的六条棱的长分别为 $1, 1, 1, 1, \sqrt{2}$ 和 a , 且长为 a 的棱与长为 $\sqrt{2}$ 的棱异面, 则 a 的取值范围是()

- A. $(0, \sqrt{2})$
- B. $(0, \sqrt{3})$
- C. $(1, \sqrt{2})$
- D. $(1, \sqrt{3})$

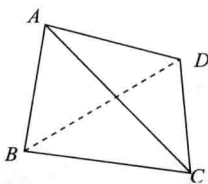


图 1-4

课时作业

A. 基础题组

1. 一个长方体共一顶点的三个面的面积分别是 $\sqrt{2}, \sqrt{3}, \sqrt{6}$, 则这个长方体对角线的长是()
A. $2\sqrt{3}$ B. $3\sqrt{2}$ C. $\sqrt{6}$ D. 8
2. 用一个平面去截正方体, 所得截面不可能是()
A. 平面六边形
B. 菱形
C. 梯形
D. 直角三角形
3. 在正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, P, Q, R 分别是 AB, AD, B_1C_1 的中点. 那么正方体的过 P, Q, R 的截面图形是()
A. 三角形 B. 四边形
C. 五边形 D. 六边形
4. 一个等腰直角三角形的三个顶点分别在正三棱柱的三条侧棱上, 已知正三棱柱的底面边长为 2, 则该三角形的斜边长为 _____.

5. 下面是关于四棱柱的四个命题:

- ①若有两个侧面垂直于底面,则该四棱柱为直四棱柱;
 ②若两个过相对侧棱的截面都垂直于底面,则该四棱柱为直四棱柱;
 ③四个侧面两两全等,则该四棱柱为直四棱柱;
 ④四棱柱的四条对角线两两相等,则该四棱柱为直四棱柱.

其中真命题的编号是_____ (写出所有真命题的编号).

B. 提升题组

6. 如图 1-5,四面体 $O-ABC$ 的三条棱 OA, OB, OC 两两垂直, $OA=OB=2, OC=3, D$ 为四面体 $O-ABC$ 外一点. 给出下列命题:

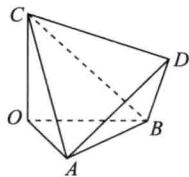


图 1-5

- ①不存在点 D , 使四面体 $ABCD$ 有三个面是直角三角形;
 ②不存在点 D , 使四面体 $ABCD$ 是正三棱锥;
 ③存在点 D , 使 CD 与 AB 垂直并且相等;
 ④存在无数个点 D , 使点 O 在四面体 $ABCD$ 的外接球面上.

其中真命题的序号是()

- A. ①② B. ②③ C. ③ D. ③④

7. 下面是关于三棱锥的四个命题:

- ①底面是等边三角形,侧面与底面所成的二面角都相等的三棱锥是正三棱锥;

②底面是等边三角形,侧面都是等腰三角形的三棱锥是正三棱锥;

③底面是等边三角形,侧面的面积都相等的三棱锥是正三棱锥;

④侧棱与底面所成的角都相等,且侧面与底面所成的二面角都相等的三棱锥是正三棱锥.

其中,真命题的编号是_____ (写出所有真命题的编号).

8. 如图 1-6,正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的棱长为 1, P 为 BC 的中点, Q 为 CC_1 上的动点,过点 A, P, Q 的平面截该正方体所得的截面记为 S , 则下列命题正确的是_____ (写出所有正确命题的编号).

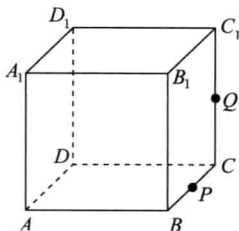


图 1-6

- ①当 $0 < CQ < \frac{1}{2}$ 时, S 为四边形;
 ②当 $CQ = \frac{1}{2}$ 时, S 为等腰梯形;
 ③当 $CQ = \frac{3}{4}$ 时, S 与 C_1D_1 的交点 R 满足 $C_1R = \frac{1}{3}$;
 ④当 $\frac{3}{4} < CQ < 1$ 时, S 为六边形;
 ⑤当 $CQ = 1$ 时, S 的面积为 $\frac{\sqrt{6}}{2}$.

高考试题初体验

如图 1-9, 在四面体 $P-ABC$ 中, $PC \perp AB, PA \perp BC$, 点 D, E, F, G 分别是棱 AP, AC, BC, PB 的中点.

- (1) 求证: $DE \parallel$ 平面 BCP ;
- (2) 求证: 四边形 $DEFG$ 为矩形;
- (3) 是否存在点 Q , 到四面体 $P-ABC$ 六条棱的中点的距离相等? 说明理由.

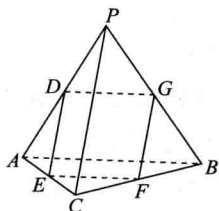


图 1-9

我的错题本

	错题题号	做错原因	错题知识点	错题回顾记录
变式练习				
课时作业				

做错题不可怕, 可怕的是一错再错!

小小错题本, 帮你将错题轻松搞定!

1. 能画出简单几何体的三视图,能识别三视图表示的空间立体模型.
2. 能由三视图用斜二测画法画出空间图形的直观图.

考情分析

三视图与直观图作为空间几何的基础,在每年的高考中几乎必考,常在选择或填空题中与体积、表面积结合,分值约为5分.

基础知识

轻

松

一、中心投影与平行投影

1. 我们把光由一点向外散射形成的投影叫做中心投影;中心投影的投影线交于一点.

2. 我们把在一束平行光照射下形成的投影,叫做平行投影;平行投影的投影线是平行的.在平行投影中,投影线正对着投影面时,叫做正投影,否则叫做斜投影.

二、三视图

1. 几何体的三视图包括正(主)视图、侧(左)视图、俯视图,分别是几何体的正前方、正左方、正上方观察几何体画出的轮廓线.

2. 三视图的画法:

(1)基本要求:长对正,高平齐,宽相等.

(2)画法规则:正侧一样高,正俯一样长,侧俯一样宽;看不到的线画虚线.

三、直观图

1. 画法:常用斜二测画法.

2. 规则:

(1)原图形中 x 轴、 y 轴、 z 轴两两垂直,直观图中, x' 轴、 y' 轴的夹角为 45° (或 135°), z' 轴

与 x' 轴和 y' 轴所在平面垂直.

(2)原图形中平行于坐标轴的线段,直观图中仍平行于坐标轴.平行于 x 轴和 z 轴的线段在直观图中保持原长度不变,平行于 y 轴的线段长度在直观图中变为原来的一半.

重难点

轻

松

一、三视图

在三视图的简单问题中要增强空间想象能力,对于一些稍复杂的三视图可分解为简单的图形去找,也就是先找熟悉的部分,再将其合并.同时对三视图的要求要掌握“长对正、宽相等、高平齐”的基本规则去判断三视图的正误及数量关系.

例1 已知一个三棱锥的三视图如图所示,其中三个视图都是直角三角形,则在该三棱锥的四个面中,直角三角形的个数为()

- A. 1
B. 2
C. 3
D. 4

分析:由题意可知,几何体为三棱锥,将其放置在长方体模型中即可得出正确答案.

答案:D

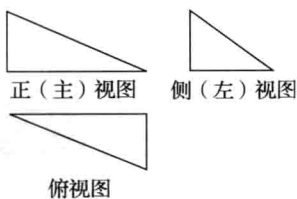


图 2-1

解析:由题意可知,几何体是三棱锥,其放置在长方体中形状如图 2-2 所示,利用长方体模型可知,此三棱锥的四个面中,全部是直角三角形. 故选 D.

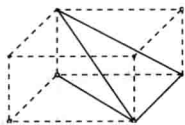


图 2-2

变式练习 1 (1) 一个长方体去掉一个小长方体, 所得几何体的正(主)视图与侧(左)视图分别如图 2-3 所示, 则该几何体的俯视图为()

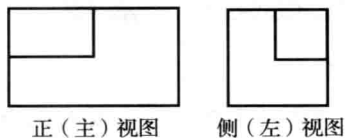


图 2-3

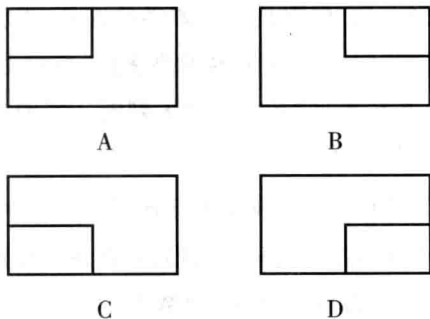


图 2-4

(2) 用单位立方块搭一个几何体, 使它的正视图和俯视图如图 2-5 所示, 则它的体积的最小值与最大值分别为()

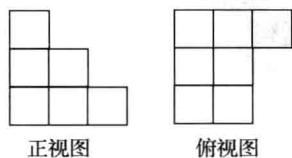


图 2-5

- A. 9 与 13 B. 7 与 10
C. 10 与 16 D. 10 与 15

二、根据三视图求直观图的体积与表面积

三视图常与表面积、体积的问题结合考虑, 此时注意, 若是求体积可简单找出底面和高即可, 不必还原几何体, 但若是求表面积问题, 必须将直观图画出, 逐个求解各面面积.

例 2 某三棱锥的三视图如图 2-6 所示, 该三棱锥的表面积是()

- A. $28 + 6\sqrt{5}$
B. $30 + 6\sqrt{5}$
C. $56 + 12\sqrt{5}$
D. $60 + 12\sqrt{5}$

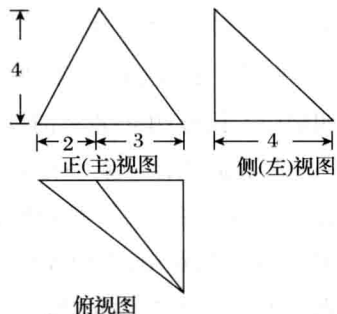


图 2-6

分析: 由三视图知此三棱锥的底面是直角边长度

分别为 4, 5 的直角三角形, 有一个侧面(后面)垂直于底面.

答案: B

解析: 从所给的三视图可以得到该几何体为三棱锥(直观如图 2-7), 本题所求表面积为三棱锥四个面的面积之和. 利用垂直关系和三角形面积公式, 可得 $S_{\text{底}} = 10, S_{\text{后}} = 10, S_{\text{右}} = 10,$

$S_{\text{左}} = 6\sqrt{5}$, 因此该几何体表面积 $S = 30 + 6\sqrt{5}$.

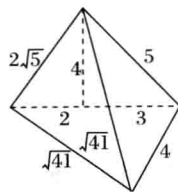


图 2-7

点评:要能作出直观图,问题就不难解决.

变式练习 2 若某几何体的三视图(单位:cm)如图 2-8 所示,则此几何体的体积是_____ cm^3 .

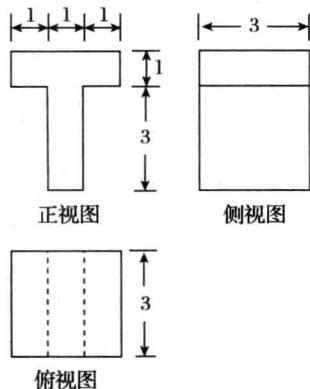


图 2-8

例 3 一个简单多面体的直观图和三视图如图 2-9 所示,它的正视图和侧视图都是腰长为 1 的等腰直角三角形,俯视图为正方形, E 是 PD 的中点. 求三棱锥 $C-PAB$ 的体积.

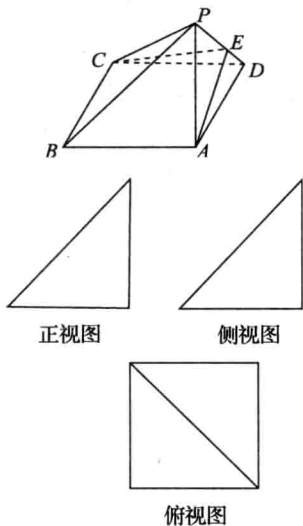


图 2-9

分析:从三视图和直观图知, $PA \perp$ 平面 $ABCD$.

解: $\because PA \perp$ 平面 $ABCD, PA = AB = BC = 1,$

$$V_{C-PAB} = V_{P-ABC} = \frac{1}{3} \times S_{\triangle ABC} \times PA = \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} \times 1 = \frac{1}{6}.$$

\therefore 三棱锥 $C-PAB$ 的体积为 $\frac{1}{6}$.

点评:三棱锥的体积为三分之一底乘高,其中底面可根据情况选择.

变式练习 3 如下的三个图中,分别是一个长方体截去一个角所得多面体的直观图以及它的主视图和左视图(单位:cm).

- (1) 按照画三视图的要求画出该多面体的俯视图;
- (2) 按照给出的尺寸,求该多面体的体积.

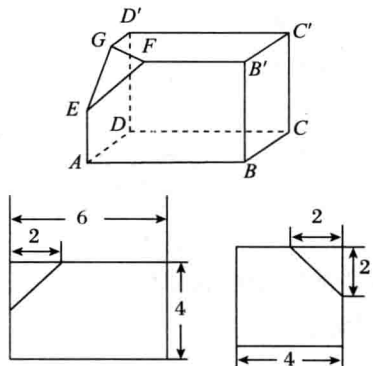


图 2-10