普通物理实验

Putong Wuli Shiyan

纪　红
韩　力
王学凤 ◆ 主编

吉林大学出版社
JILIN UNIVERSITY PRESS

普通物理实验

Putong Wuli Shiyan

责任编辑／李国宏
封面设计／孙　群

ISBN 978-7-5601-4690-4

9 787560 146904 >

定价：28.00 元

第一章　实验误差及数据处理

§1　测量与误差

物理学是以实验为本的科学,从经典的伽利略自由落体实验、库仑定律的验证、法拉第电磁感应现象的发现到现代的X射线的发现、广义相对论的建立及实验检验等,都建立在实验基础上。在实验中需要对各种物理量进行测量,如长度、质量、杨氏模量、电流、电阻、居里温度等等,测量分为两种:直接测量和间接测量。直接从仪器上读出测量结果的叫**直接测量**,如用米尺测量长度,用天平测量物体的质量,电流表测量电流的大小。由直接测量结果经过函数关系式计算才能得出待测量的叫**间接测量**,如单摆实验中重力加速度的测量,伏安法中电阻的测量。物理实验中的测量多数是间接测量。

物理量本身存在着一个客观真值,严格来说真值是测不到的(真值不能以有限位数表示),我们只能测得其近真值,这是因为人的认识能力的局限,测量工作受技术水平的限制以及受测量者主观视听与环境条件偶然起伏的影响,这就使测量不可避免地伴随有误差产生。因此分析测量中产生的各种误差,设法消除其影响,并对测量结果中未能消除的误差作出估计,是科学实验不可缺少的工作。为此我们必须了解误差的概念、特性、产生的原因、消除及减少的办法,学习误差的估计方法等有关知识。

一、误差

测量中,由于各种原因测量值与真值总是存在差异,

$$\Delta x = x - x_0 \tag{1-1}$$

这里 x_0 为真值,x 为测量值,其差 Δx 就称为误差,也叫**绝对误差**。测量误差存在于一切测量之中,贯穿实验过程的始终,随着科学技术水平的不断进步,测量误差会越来越小,但却永远不能降低到零。

但是这里有一个问题需要注意:真值 x_0 是客观存在且又不可测知的。因此在

实际测量中,误差并不能由(1-1)式简单地计算出来。建立在统计学基础上的误差理论,是我们在实际测量中处理误差问题的理论基础。

绝对误差可以评价某一测量的可靠程度,但若要比较两个或两个以上的不同测量结果时,它就无能为力了,这就需要用相对误差来评价测量的优劣。相对误差定义为

$$\text{相对误差} = \frac{\text{绝对误差}}{\text{测量最佳值}} \times 100\%$$

二、误差与分类

从误差的性质上可分为两大类:系统误差和随机误差。

1. *系统误差*

在同样的条件下,对同一物理量进行多次测量时,误差的大小和正负总保持不变,或按一定规律变化,或是有规律地变化,或是有规律地重复,这种误差称为**系统误差**。

系统误差主要来自三个方面:

(1) 仪器误差。这是由于仪器本身的缺陷或没有按规定条件使用而引起的。如仪器零点不准,尺子长了或短了一点,天平不等臂或使用的砝码有误等等。

(2) 理论(方法)误差。这是由测量所依据的理论公式本身的近似性引起的,如单摆周期公式 $T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$ 成立的条件是摆角趋于零、摆绳质量为零等,这样的实验条件是不能完全满足的,势必要带来误差。

(3) 个人误差。这是由于观测人员生理或心理特点所造成的,这通常与观测人员的固有习惯和反应速度等有关,其结果是使测量数据总往一个方向偏。如用秒表测量固定时间间隔时,有人就总是偏大,而有人却总是偏小。

(4) 环境误差。这是由于仪器的使用环境(温度、湿度、电磁场)不符合仪器的原设计要求而产生的。例如要求在20 ℃ ±2 ℃ 条件下使用的仪器,放在 -20 ℃ 的环境下使用;磁电式仪表附近有强磁场等均会引进环境误差。

系统误差有些是定值的,如某些仪器的零点不准;有些是积累性的,如用受热膨胀的钢尺进行长度测量,随着测量时温度升高指示值就偏小,且误差值随待测长度成比例增加;有些是周期性或一定规律化的。

要减小系统误差,一般要在实验前对测量仪器进行校正,在实验时找出系统误差产生原因,采取一定的方法去消除或部分消除,或对测量结果进行修正。对于定

值系统误差，一般采用的技巧和方法有：交换法、替代法、异号法等。系统误差是有规律的，因此多次测量取平均值并不能减小系统误差。

2. 随机误差

如果实验中已理想地消除了系统误差，在相同条件下多次测量同一物理量时，还会发现各次测量值之间有差异，这种误差是由于人的感官灵敏程度和仪器精密程度有限，周围环境的干扰以及随测量而带来的其他不可预测的偶然因素造成的。这些由于偶然的或不确定的因素所造成的每一次测量值的无规则的涨落，称为偶然误差，也叫**随机误差**。

尽管这种误差是随机的，每次测量值时而偏大，时而偏小，但它服从一定的统计规律。常见的统计规律是比真值大和比真值小的测量值出现的几率相等；误差小的数据比误差大的数据出现的几率大；误差越大出现的几率越小，出现很大误差的几率趋于零。因此增加测量次数，可以减小随机误差，但是随机误差是不能完全消除的。当测量次数足够多时随机误差服从正态分布。随机误差主要来自下列三个方面：

(1) 主观因素。由于观测人员的感官灵敏程度和操作熟练程度的限制，使得主观判断出现不确定性。

(2) 测量仪器的影响。测量仪器精度不够高或工作状态不正常，使得示数不重复和不固定。

(3) 环境的影响。气流扰动、温度起伏、电磁场的不规则干扰等均会影响测量结果。

除了上述两类误差以外，还可能发生由于读数、记录上的错误，由于突发的不正常的条件变化，仪器工作不正常等因素造成的错误，而使数据序列中出现“坏值”。错误不同于误差，必须剔除。这种剔除要遵守一定的规则，而不能不恰当地、人为地把一组数据中离散较大的数据都去掉，那样就会使测量结果的可靠性失去标准。

总之，系统误差与随机误差性质不同，来源不同，处理方法也不同。

§2　误差基本理论

一、系统误差

在许多情况下，系统误差常常不会明显表示出来，却是影响测量结果精确度的

主要因素,有些系统误差给实验结果带来严重影响,因此对系统误差的处理是误差分析的一个很重要的内容。由于系统误差的处理涉及较深的知识,这里只作简单的介绍。

由于随机误差与系统误差是性质不同的两类误差,下面我们考虑系统误差时就暂不考虑随机误差。

1. 系统误差的发现

定值系统误差不能用多次重复测量发现,因为含有定值系统误差的量的多次测量结果仍服从正态分布,因此要想发现定值的系统误差,必须从研究系统误差的来源着手,仔细研究实验方法和测量所依据的理论公式的完善性,校准仪器,分析实验条件和每一步测量是否符合要求等等。具体做法通常采用“理论分析”与“对比测量”两种方法。

(1) 理论分析方法

① 分析测量所依据的理论公式要求的条件在实际测量中是否已满足。例如用伏安法所依据的公式 $R=\frac{V}{I}$,该公式是在电流表内阻为零、电压表内阻为无限大时才成立。而测量时这两个条件均不能实现,因此产生方法误差。

② 分析仪器所要求的使用条件是否满足,例如要求水平放置使用的电子天平、电表等没有水平放置,测高仪不垂直地面使用时,则测得的结果一定含有系统误差。

(2) 对比测量方法

① 实验方法与测量方法对比:用不同的实验方法测量同一个物理量,看测量结果是否一致。例如用三种不同方法测同一电阻,伏安法测得 $R=100\pm1(\Omega)$,电桥法测得 $R=100.1\pm0.1(\Omega)$,电位差计法测得 $R=100.05\pm0.02(\Omega)$,这说明用伏安法测量时存在较大误差。

同一种实验方法,有时改变测量方法也可以发现系统误差。例如用伏安法测电阻,安培表内接同安培表外接测得的 R 值不同可发现线路误差,再如霍耳效应实验中改变通过霍耳片的电流方向进行测量,可以发现不等位电位的系统误差。

② 仪器的对比:一个量用不同的仪器进行测量可以发现仪器的系统误差,若其中一个为标准仪器,则可以得出另一个仪器的修正值。例如把一块 0.5 级电流表同一块 2.5 级的电流表串联在一个电路中,结果读数不同,说明至少有一块不准,若将 0.5 级电流表作为标准表,则 2.5 级电流表的修正值便可得出。

③ 改变实验参数进行对比:在实验中改变某个参量的数值,如测量结果有单

调的或规律性的变化,则表明存在某种系统误差。

④ 人的对比:换人测量进行比较可发现人员误差。

变值的系统误差可以由多次重复测量发现。因为含有变值系统误差的量的多次测量结果不服从正态分布,这样便可以通过分析数据的方法来发现变值系统误差。例如数据呈单向性或周期性变化,说明测量中存在线性或周期性系统误差。

2. 系统误差的消除

系统误差的特点是它的确定性。因此不能用重复多次测量的办法来消除或减弱它,处理系统误差是个测量技术问题,它不能像随机误差那样有一个统一的处理方法,只能针对不同情形采用不同的措施。处理是否得当主要取决于观测者的实验经验、学识和技巧,下面介绍几种消除系统误差的常用方法。

(1) 消除产生系统误差的根源,如采用符合实际的理论公式,改进测量方法,重新测量仪器保证仪器装置良好以及在规定条件下进行测量等等。

(2) 找出修正值对测量结果进行修正,如用标准仪器校正实验中所使用仪器或修正曲线进行修正。

(3) 选择适当的测量方法修正误差,使其不带入到测量结果中,常用方法如下:

① 交换法(又称对置法):交换测量中的某些条件(如被测物位置),使产生系统误差的因素从相反的方向影响测量结果,从而抵消系统误差。如用天平称量物体质量,为了消除两臂不等引进的系统误差,将被测物与砝码互换位置进行两次测量,两次测量砝码质量数为 m_1、m_2,则被测物质量为 $\sqrt{m_1m_2}$,这样便消除了不等臂引入的误差。

② 替代法:其做法是在测量条件不变的情况下,用某一已知标准量取代被测量而不引起测量指示值的改变,于是被测量就等于这个已知标准量。如用惠斯通电桥测电阻,当电桥平衡后,用一可变标准电阻取代被测电阻,其它条件不变,调节标准电阻的阻值,使电桥重新达到平衡,则被测电阻就等于标准电阻的示值,这种办法可以消除桥臂阻值不准引进的系统误差。

③ 异号法:其做法是改变测量中的某些条件做两次测量,使两次测量中产生的系统误差符号相反,取两次测量结果的平均值作为测量值,便可以消除系统误差。如在霍耳效应实验中,改变通过霍耳片的电流方向,测两次霍耳电动势,取其平均值作为霍耳电动势的测量值便可消除不等位电位差引入的系统误差。

以上只是几种常用的消除系统误差的方法,对某些变值的系统误差则有专门的方法予以消除。实际上任何方法都不能做到将系统误差消除干净。所谓消除只是

把系统误差减弱到与随机误差相比小到可以忽略不计，否则应估算出系统误差的数值。

3. 系统误差的传递和合成

直接测量结果的系统误差也会影响间接测量结果，但不同的是几项系统误差的合成可能加大结果的误差，也可能相互抵消一部分，是代数公式。传递公式如下：

$$\Delta^* N = \frac{\partial f}{\partial x}\Delta^* x + \frac{\partial f}{\partial y}\Delta^* y + \frac{\partial f}{\partial z}\Delta^* z + \cdots$$

$$\frac{\Delta^* N}{N} = \frac{\partial \ln f}{\partial x}\Delta^* x + \frac{\partial \ln f}{\partial y}\Delta^* y + \frac{\partial \ln f}{\partial z}\Delta^* z + \cdots$$

这是 $\Delta^* x$、$\Delta^* y$、$\Delta^* z$ 为直接测量量 x、y、z 的系统误差，其定义为测量值与真值的差；$\Delta^* N$ 为间接测量量 N 的系统误差。

4. 系统误差的修正

任何实验仪器，任何理论模型、任何实验条件，都不可能理想到不产生系统误差的程度。对于系统误差，一是进行修正，二是消除其影响，这里的消除是指让其影响减小到随机误差以下。消除系统误差一般采用以下方法：

(1) 消除产生系统误差的根源

找到产生系统误差的根源，无论是理论模型、实验仪器还是实验条件，我们都可以使其更完善，从而减少系统误差的影响。

(2) 找出修正值，对测量结果进行修正

可采用标准仪器或测量标准量，找出修正值或校准曲线，对结果进行修正；或通过理论分析，对理论公式的近似造成的误差进行修正。

(3) 从测量方法上或仪器设计上消除

在实验中，采用对称测量法（如开特摆）、正负误差补偿法等消除系统误差。

二、随机误差

实验中总会有随机误差出现，即使系统误差减少到最小，在相同条件下对同一量重复测量，每次测量的结果可能还会不一样，这就是所谓的随机性。但当测量次数很多时，实验误差的随机性便会显示出一定的统计规律，我们据此可以根据统计理论对实验结果的随机误差作出估算。

1. 标准误差和标准偏差

在相同条件下，对某物理量 x 进行 n 次测量，如每次测量值分别为 $x_1, x_2, x_3, \cdots, x_k$，$\bar{x}$ 表示算术平均值

$$\bar{x} = (x_1 + x_2 + x_3 + \cdots + x_n)/n = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i \qquad (1-2)$$

算术平均值只是真值的估计值,不能反映各次测量值的分散程度。标准误差则可以评价测量值的分散程度。对物理量 x 进行 n 次测量,其某一次测量结果的**标准误差(标准差)**定义为

$$\sigma_x = \lim_{n\to\infty}\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2}{n}} \qquad (1-3)$$

实际物理测量中,测量次数总是有限的,因此标准误差只是理论上的定义。对标准误差要进行估算,常用的是贝塞尔法,即用实验标准偏差 s_x 近似替代标准误差 σ_x。若 $x_1, x_2, \cdots, x_n$ 是独立的随机变量,$\bar{x}$ 为样本算术平均值,则某一次测量结果标准偏差

$$s_x = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2}{n-1}} \qquad (1-4)$$

我们用此公式计算直接测量量的实验标准差。

当进行了有限次测量后,得到的算术平均值 $\bar{x}$ 也是一个随机变量。在完全相同条件下,多次进行重复测量,每次得到的 $\bar{x}$ 也不尽相同,这说明 $\bar{x}$ 本身也具有离散性。理论证明**算术平均值 $\bar{x}$ 的标准偏差**为

$$s_{\bar{x}} = \frac{s_x}{\sqrt{n}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2}{n(n-1)}} \qquad (1-5)$$

由(1-5)式可以看出,平均值的标准偏差比任一次的标准偏差都要小,随着测量次数增多,平均值的标准偏差也在减小。

2. 随机误差的正态分布

对一个物理量进行一次测量,随机误差(偶然误差)的出现没有规律性,但在相同条件下,对同一物理量进行多次测量时,当测量次数足够多时随机误差的分布就表现出统计规律性。在多数情况下,随机误差服从**正态分布**(亦称高斯分布),其概率密度函数 $\varphi(x)$ 由下式给出:

$$\varphi(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-(x-\bar{x})^2/2\sigma^2} \qquad (1-6)$$

式中 x 为随机变量,$\bar{x}$ 是正态分布曲线峰值的横坐标,即为平均值。这里,σ 为

有限次(n 次)测量中单次测量的标准误差。如果已知 $\bar{x}$ 和 σ,由(1-6)式可计算出实验值落在某特定区间的几率。实验值落在$[a,b]$范围内的几率

$$p[a,b] = \int_a^b \varphi(x)\,\mathrm{d}x \tag{1-7}$$

等于 $x=a$,$x=b$ 两直线与横坐标轴及曲线所包围的面积(图1-1),这里将$p[a,b]$称为**置信概率**,将$[a,b]$称为置信概率 p 所对应的**置信区间**。按照概率理论,x 出现在区间$[-\infty,\infty]$内是必然的,也就是其概率为100%,即满足归一性

$$\int_{-\infty}^{\infty} \varphi(x)\,\mathrm{d}x = 1$$

利用(1-7)式可计算出 x 出现在$[\bar{x}-\sigma,\bar{x}+\sigma]$区间的几率是68.3%,出现在$[\bar{x}-2\sigma,\bar{x}+2\sigma]$内的几率为95.5%,出现在$[\bar{x}-3\sigma,\bar{x}+3\sigma]$内的几率为99.7%。由此可以看出 x 落在$[\bar{x}-3\sigma,\bar{x}+3\sigma]$区间外的可能性非常小,这就是所谓的**"$3\sigma$"准则**。

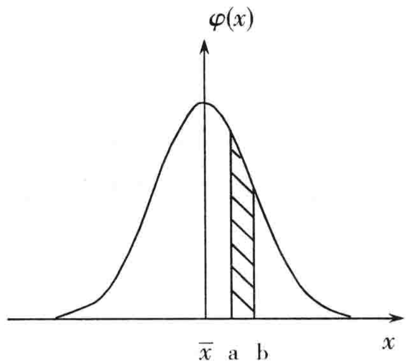

图1-1　正态分布曲线

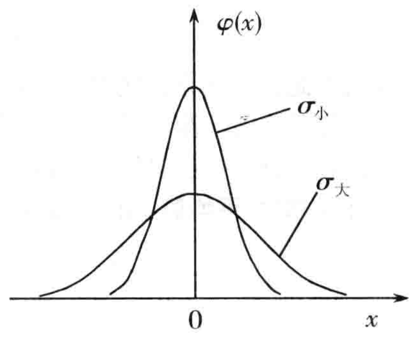

图1-2　σ 的物理意义

正态分布函数中有两个参数 $\bar{x}$ 和 σ,$\bar{x}$ 决定了曲线中心的位置,σ 决定了曲线的形状,σ 越大,曲线越平坦,曲线峰值低;σ 越小,曲线越陡峭,峰值越高。如图1-2所示。

对于随机误差的分布,有以下几条重要性质:

(1) 单峰性　绝对值小的误差出现的概率比绝对值大的误差出现的概率大,与平均值之差越大,出现的概率越小。

(2) 对称性　大小相等、符号相反的正负误差出现的概率基本相等。

(3) 有界性　极大正误差与负误差出现的概率很小,误差的绝对值不会超过某一范围。

3. 有限数据随机误差的 t 分布

根据误差理论，当测量次数很少时，测量列的误差分布将偏离正态分布，这时测量值的随机误差将遵从 t 分布。这个分布是1908年由英国统计学家威廉·西利·戈塞特首先提出的，由于发表时用了笔名“student”，所以也称“学生分布”。

在讲解 t 分布之前，先引入两个数学概念：数学期望 μ 和方差 $D(x)$。设 $\varphi(x)$ 是随机变量 x 的概率密度函数，则

$$\mu = \int_{-\infty}^{+\infty} x\varphi(x)\,\mathrm{d}x \tag{1-8}$$

称为变量 x 的**数学期望**。其物理意义就是待测物理量的真值（当不存在系统误差时）。

$$D(x) = \int_{-\infty}^{+\infty} (x-\mu)^2\varphi(x)\,\mathrm{d}x = {\sigma_x}^2 \tag{1-9}$$

称为 x **的方差**，这也是 σ_x 的数学定义。

令 $t = \dfrac{\bar{x}-\mu}{s_{\bar{x}}}$，则随机变量 t 满足概率密度为

$$\varphi(t) = \frac{\Gamma\left(\frac{\gamma+1}{2}\right)}{\sqrt{\gamma\pi}\left(\frac{\gamma}{2}\right)}\left(1+\frac{t^2}{\gamma}\right)^{-\frac{\gamma+1}{2}} \tag{1-10}$$

的 t 分布，其中 $\gamma = n-1$ 称为自由度，而

$$\Gamma\left(\frac{\gamma+1}{2}\right)\int_0^{\infty} x^{\frac{\gamma-1}{2}}\mathrm{e}^{-x}\mathrm{d}x \tag{1-11}$$

为 Γ 函数。

从 $\varphi(t)$ 的表达式可以知道，$\varphi(t)$ 只与测量次数有关，当测量次数 $n\to\infty$ 时，t 分布趋于正态分布。t 出现在任意区间 $[a,b]$ 的概率为 $p[a,b] = \int_a^b \varphi(t)\,\mathrm{d}t$。

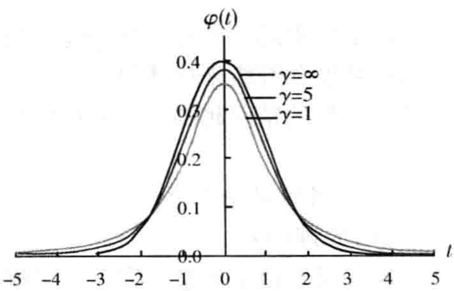

图1-3　t 分布

t 分布有如下特征：

（1）以0为中心，左右对称的单峰分布；

（2）t 分布是一簇曲线，其形态变化与 n（确切地说与自由度 γ）大小有关。自由度 γ 越小，t 分布曲线越低、平；自由度 γ 越大，t 分布曲线越接近标准正态分布曲线。

对应于每一个自由度γ,就有一条t分布曲线,每条曲线都有其曲线下统计量t的分布规律,计算较复杂。因此,统计学家上根据自由度γ的大小与t分布曲线下面积的关系,编制了附录表6即t分布表,以便于应用。

三、精密度、准确度和精确度

在实验中,常用到准确度、精密度和精确度三个不同的概念来评价测量结果。准确度高,是指测量结果与真值的符合程度高,反映了测量结果的系统误差小。精密度高,是指重复测量所得结果相互接近程度高(即离散程度小),反映了随机误差小。精确度高,是指测量数据比较集中,且逼近于真值,反映了测量的随机误差和系统误差都比较小。我们希望获得精确度高的测量结果,精准度是精密度和准确度、偶然误差与系统误差的综合反映。

图1-4用打靶的例子来说明精密度,准确度和精确度

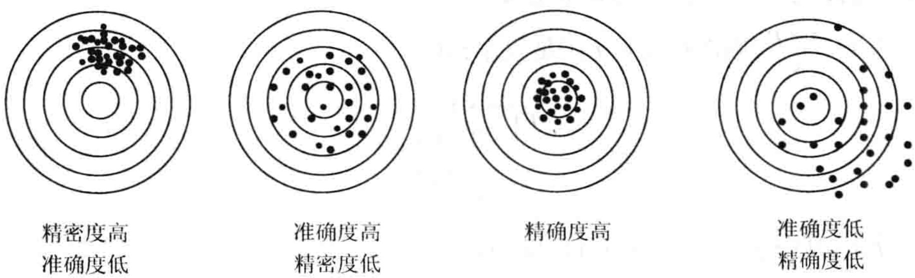

图1-4　打靶示意图

四、仪器误差

测量结果的精密度和准确度是与测量仪器的精确度等级密切相关的,通常用仪器的精度和等级来描述仪器的这种性质。仪器的精度是指它能分辨物理量的最小值。仪器的精度越高,它的分度越细,允许的偏差越小。仪器的级别和最大允差有关。

1. 仪器的误差来源

(1)原理误差

原理误差由于理论不完善或采取近似理论而产生。它与制造精度无关,而是由设计决定。仪器采取何种方案,进行何种近似处理,便会产生何种原理误差。

(2)制造误差

由于材料、加工尺寸和相互位置的误差而产生的仪器误差,统称为制造误差。

制造误差是不可避免的,但并不是所有的零件误差都造成仪器误差,起主要作用的是构成测量链的零部件。所以设计时要注意结构的合理性,要注意基面统一等。

(3)运行误差

运行误差产生于仪器的使用过程中,主要分为以下几类:

①变形误差。由于载荷、接触变形、自重等原因而产生弹性形变引起的误差。

②磨损引起的误差。

③温度变化引起的误差。温度变化不仅会引起机身热变形,还会引起周围介质的折射率发生变化,后者对于干涉长度测量仪器会引入误差。

④振动引起的误差。

2. 仪器误差的表示

在物理实验中一般将国家技术标准或检定规程规定的计量器具最大允许误差称为**仪器示值误差**(限)$\Delta_{仪}$,它表示在仪器正常使用条件下,仪器示值与被测量量真值之间可能产生的最大误差的绝对值。它是由制造工厂或计量部门使用更精确的仪器、量具,经过比对后给出的,可在产品说明书上、仪器标牌上或仪器手册中查到。

仪器的示值误差与仪器的准确度等级有关,一般由仪器的量程和准确度等级可以求出仪器的示值误差。不同的仪器量具,其示值误差有不同的规定,如对于模拟式(即指针式)电表级别分别为5.0,2.0,1.5,1.0,0.5,0.2,0.1等,其示值误差为:

$$\Delta_{仪} = 量程 \times 准确度等级\% \tag{1-12}$$

而数字式的电表则较为复杂。常用仪器量具的主要技术要求和仪器最大允差见表1-1。

如果测量仪器用具是数字式仪表,一般取其末位数最小分度单位为示值误差。而在我们不能知道仪器示值误差或仪器准确度等级情况时,可以取其分度值的一半作为示值误差。

仪器示值误差提供的是误差绝对值的极限值,而不是测量的真实误差,其正负也无法确定。一般而言,测量值与真值的误差在$[-\Delta_{仪},\Delta_{仪}]$内的置信概率为1。和随机误差是用标准误差来估算一样,也需要知道仪器的标准差。实际上仪器的误差在$[-\Delta_{仪},\Delta_{仪}]$区间内是按一定概率分布的,不同仪器用具概率密度函数不同,有的满足正态分布,有的满足均匀分布。对于概率密度函数满足正态分布的,其仪器用具的标准差与仪器示值误差关系为:$\sigma_{仪} = \dfrac{\Delta_{仪}}{3}$。而均匀分布的概率密度

表 1-1　常用实验仪器的主要技术要求和最大允差

仪器名称	量　程	最小分度值	最大允差
木尺(竹尺)	30～50 cm 60～100 cm	1 mm 1 mm	±1.0 mm ±1.5 mm
钢板尺	150 mm 500 mm 1000 mm	1 mm 1 mm 1 mm	±0.10 mm ±0.15 mm ±0.20 mm
钢卷尺	1 m 2 m	1 mm 1 mm	±0.8 mm ±1.2 mm
游标卡尺	125 mm	0.02 mm 0.05 mm	±0.02 mm ±0.05 mm
螺旋测微器	0～25 mm	0.01 mm	±0.004 mm
七级天平	500 g	0.05 g	0.08 g(满量程) 0.06 g(1/2 量程) 0.04 g(1/3 量程)
三级天平	200 g	0.1 mg	1.3 mg(满量程) 1.0 mg(1/2 量程) 0.7 mg(1/3 量程)
普通温度计 精密温度计	0～100 ℃ 0～100 ℃	1 ℃ 0.1 ℃	±1 ℃ ±0.2 ℃
电表(0.5 级) 电表(1.0 级)			0.5% ×量程 1.0% ×量程
数字万用表			$\alpha\% \cdot U_x + \beta\% \cdot U_m$(其中 U_x 表示测量值即读数，U_m 示满度值即量程，α,β 对不同的测量功能有不同的数值。通常将 $\beta\% \cdot U_m$ 用“字数”表示，如“2 个字”等)

函数为

$$f(\Delta)=\begin{cases}\dfrac{1}{2\Delta_{仪}} & |\Delta|\leqslant\Delta_{仪}\\ 0 & |\Delta|>\Delta_{仪}\end{cases} \tag{1-12}$$

其分布曲线如图 1-5。根据概率统计理论，对于均匀分布函数仪器用具的标准差为 $\sigma_{仪}=\frac{\Delta_{仪}}{\sqrt{3}}$。我们通常将仪器用具的误差当成均匀分布。

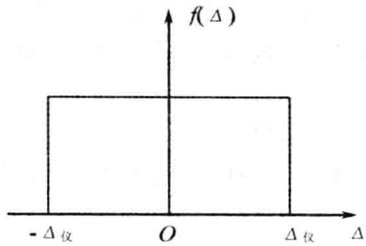

图 1-5　均匀分布曲线

五、坏值的剔除

前面已经讲过，对于坏值应当剔除，才能使实验结果符合实际情况。但另一方面，由于偶然误差的存在，测量数据具有一定的离散程度是符合统计规律的，可以存在个别或少量偏离平值较大的数据，因此也不能把一组数据中离散较大的数据都归于坏值而剔除。剔除坏值要规定一个判别规则，规定一个限度。超出这个限度，就认为是坏值而予以剔除。

下面介绍几个常用的判断规则：

1. 3σ 准则（Pauta 准则）　如果测量数据与平均值之差大于标准偏差的 3 倍，即 3σ，就剔除这个数据，这是一个很粗略的方法，当 $n\to\infty$，数据为正态分布时，数据落在 $(x-3\sigma, x+3\sigma)$ 中的几率为 99.7096%，但当 n 较小时，这个标准就不可靠了。

表 1-2　肖维勒系数表

n	ω_n	n	ω_n	n	ω_n
5	1.65	18	2.20	35	2.45
6	1.73	19	2.22	40	2.50
7	1.70	20	2.24	50	2.53
8	1.86	21	2.26	60	2.64
9	1.92	22	2.28	80	2.74
10	1.96	23	2.30	100	2.81
11	2.00	24	2.33	150	2.93
12	2.04	25	2.34	200	3.02
13	2.07	26	2.53	500	3.29
14	2.10	27	2.37	1000	3.48
15	2.13	28	2.38	2000	3.66
16	2.16	29	2.38	5000	3.89
17	2.18	30	2.39		

2. 肖维勒准则　前面讲过的 3σ 标准不适用于测量次数较少的情况。用肖维勒准则时，要考虑测量次数的影响。对某一测量数据，如果有

$$|x_i - \bar{x}| > \bar{\omega}_n \sigma$$

则 x_i 就予以剔除。$\bar{\omega}_n$ 为与测量次数有关的系数，由表 1-2 给出。从表中可以看出，当 n 为 200 时，此准则与 3σ 准则相当。

§3　不确定度

对物理量测量结果可靠程度的描述，是个非常重要的问题。对此过去各国有不同的看法和规定，因而影响了国际间的交流。各国为了使所进行的测量和所测得的结果具有统一的评定标准，以便能够互相对比，互相承认，由多个国际组织联合制定了“测量不确定度的表示指南(GUM)”，供各国使用。

用不确定度取代误差是国际上推行的表示测量结果的形式，误差概念和误差分析在用于评定测量结果时有时显得既不完备，也不易操作，而不确定度是一个合理表征测量结果分散性的参数，它是一个容易定量、便于操作的质量指标。测量结果是否有用，在很大程度上取决于不确定度的大小，所以测量结果必须有不确定度说明时才是完整和有意义的。完整的测量结果应包括数值、不确定度和单位。

一、测量不确定度简介

1. 定义

测量不确定度是指“表征合理地赋予被测量之值的分散性，与测量结果相联系的参数”。

下面对不确定度的定义给予说明：

(1)此参数可以是标准偏差或其倍数，或说明了置信概率的区间的半宽度；

(2)此参数一般由多个分量组成，其中一些分量可用于测量结果的统计分布评定，以实验标准偏差表示，另一些分量由基于经验或其它信息假定的概率分布评定，也可用标准偏差表征。

(3)仪器的测量不确定度与给定测量条件下所得的测量结果密切相关，因此应指明测量条件，也可以泛指需用测量条件下所得的测量结果的不确定度。

(4)完整的测量结果应包含被测量值的估计及其分散性参数两部分。

2. 来源

测量过程中不确定度的来源如下：

(1)被测量量的定义不完整。

例如测量一根标称值为1米长的铜棒长度，若要求测准到微米级，则该被测量的定义就不完整，因为铜棒受温度和压力的影响已比较明显，完整的定义为：标称值为1米的铜棒在25.00 ℃和一个标准大气压下的长度。

(2)被测量的定义值很难实现，即方法不理想。

如上例中测量的温度和压力若达不到要求，就会引入不确定度。

(3)被测量的物体不能完全代表定义的被测量。

(4)环境条件的影响。

(5)人员对模拟式仪器的读数偏差。

(6)测量仪器的分辨力限制。

(7)测量标准和标准物质的给定值或标定值不准确。

(8)数据处理时所引用的常数和其它参数不准确。

(9)测量方法、测量系统和测量程序引起的不确定度。

(10)同一条件下被测量的各种随机因素影响。

(11)修正系统误差的不完善。

(12)不明显的粗大误差。

3. 测量不确定度分类

测量结果的不确定度一般包含若干个分量，它不像误差那样按性质分为随机和系统两类，而是按照数值评定办法分为“A类”和“B类”两类。A类：由样本观测值统计分析评定的不确定度，也称**统计不确定度**，用实验标准偏差表征。B类：指用不同于统计分析的其它方法评定的不确定度，也称**非统计不确定度**，用根据经验或资料及假设的概率分布估计的标准偏差来表征。

测量不确定度在使用中根据表示的方式有三种术语：**标准不确定度**、**合成不确定度**和**扩展不确定度**。

标准不确定度：测量结果的不确定度用标准偏差表示。

合成不确定度：在各不确定度分量相互独立的情况下，将各类不确定度分量按“方和根”的方法合成。

扩展不确定度：为了提高置信概率，用包含因子k乘以合成标准不确定度得到的一个区间来表示的测量不确定度。

除此之外为了比较测量结果准确程度的高低，常常使用相对不确定度，相对不确定度的定义是