



寻找隐藏在美丽图形中的数学原理！

圆形和矩形展示了完全对称的美，

正多面体中蕴含着宇宙的神秘。

让我们走入用图形构成的美丽数学、几何学的世界吧！

有趣的 数学旅行

几何的世界

[韩]金容国 [韩]金容云 著
杨竹君 译

九州出版社
JIUZHOU PRESS



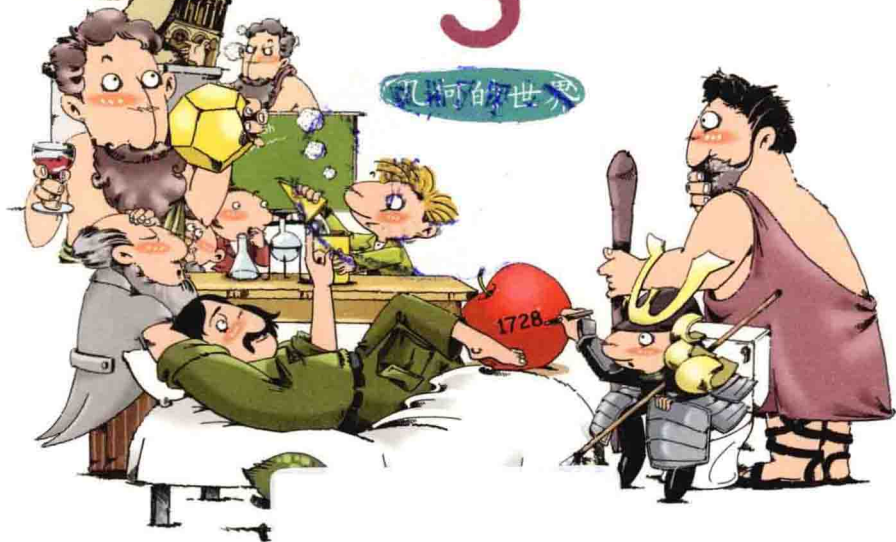
有趣的 数学旅行

[韩]金容国 [韩]金容云 著

杨竹君 译

3

乳河的世界



图书在版编目 (CIP) 数据

有趣的数学旅行. 3, 几何的世界 / (韩) 金容国,
(韩) 金容云著; 杨竹君译. -- 北京: 九州出版社,
2014.7

ISBN 978-7-5108-3162-1

I. ①有… II. ①金… ②金… ③杨… III. ①几何—
普及读物 IV. ①O1-49

中国版本图书馆CIP数据核字(2014)第179494号

재미있는 수학여행3 © 2007 by Kim Young Woon, Kim Young Kuck
All rights reserved.

Translation rights arranged by Gimm-Young Publishers, Inc
through Shinwon Agency Co., Korea

Simplified Chinese Translation Copyright © 2014 by Beijing Double
Spiral Culture & Exchange Company Ltd

开始一段全新的数学旅行



韩国学生的数学分数很高，经常在国际数学大赛上获奖。但是有国际数学教育专家认为，韩国学生的学习动机和好奇心在世界上不占上风，这是无法用分数计算的。这个问题被提出后受到关注，韩国学生的创造性能力令人堪忧。

关于国家各领域创造能力，经常在诺贝尔奖上有所体现。但是，一直以掀起世界顶尖教育热潮为傲的韩国，却从来没有人摘得过诺贝尔科学奖。而犹太人中，获得诺贝尔医学、生理、物理和化学奖项的共有 119 人，诺贝尔经济学奖获奖者也超过了 20 人。这个现象和与创造性有很大关系的深度数学教育息息相关。

中国有一句古话：“授人以鱼，不如授之以渔。”有创造性的数学便起到了一个“渔具”的作用。笔者着笔写这本书，也是由衷地希望能有后来人通过阅读本书走上一条正确的数学学习之路。

之前有过很多学生对我说：“读过老师的书后，在数学方面大开眼界。”这对我来说是最大的鼓励，也是我最珍惜的。从此，我似乎感觉到身上的责任又重了一些。

本书于 1991 年初版，作于 16 年前，虽然这许多年数学的基本方向没有改变，但是数学，尤其是电脑方面的很多新知识如雨后春笋般不断为人所掌握，之前困扰着我们的一些难题也已经被解开了。因此，笔者对原版进行了修改和完善，希望阅读本书后，能有读者成为可以“驾馭渔具，垂钓大鱼”的人才。

金容云
2007 年





登山过程中，越往高处攀爬，氧气越稀薄，登山者很容易患上高山病。同样，日趋复杂的数学体系随着时间的推移，变得愈发抽象。如果是一般人，绝大部分开始接触到现代数学的时候，会像患高山病一样患上一种抽象病。

但是，无论多高的山都会有树木丛生，都会有生命存活并奔跑。即使空气稀薄的悬崖陡峭，还是会有潺潺流水，生机盎然。

之前大家在学校学到的数学，就好像高地的山峰被局部扩大，仅仅是一个夸张了的构造。如果给一个人缓缓呈现陡峭的山崖和高不可攀的山峰，他必然会心生恐惧，掉头而去。这是因为他们没有看到在那山崖之外，存在着的清澈溪水和那生机勃勃的一片景象。

笔者常看到很多学生不明这座“山”的本来面目而受到打击和挫折，不由心生遗憾。

笔者执笔此书的最大动机，是想要尽最大能力将数学的整个面貌展现出来。目前，有太多暂时只是靠将数学公式熟记于心而掌握了数学的学生，他们还无法领略数学文化的博大精深。笔者希望通过本书，帮助学生最大程度理解数学的本来面貌。

并且，本书将站在一个比较高的层次，以俯瞰的角度讲解各个阶段的意义。这样可以向读者展示很多课堂上学习不

到的重要内容和活生生的数学知识。

对于心中没有想法的人，夜空虽然神秘，也只不过是有一些星星在没有秩序地闪耀罢了。其实，每颗星星都有自己的轨道，遵循着自己在世界上起到的作用而前行。而整个宇宙，却是一个神秘的难以完全破解的谜。

数学，就是一个人工的宇宙。它可以与自然界的宇宙媲美，隐藏着无数秘密。这其中的秘密又与真实世界紧密相连，蕴藏着深深的智慧，被广泛应用。

本书既适合数学专业的学生阅读，同时也能给有着深深好奇心的数学爱好者带来乐趣。在这样一个信息化时代，人们越来越需要一个合理的思考方式，本书可以培养读者的数学素养，在这一方面带来帮助。

如若读者能从本书中对数学的真相有进一步的了解，作者也就别无所求了。

金容国 金容云

1991 年



1. 历史上的几何学

在欧几里得之前，人们已经知晓了很多几何学知识。特别是埃及用来测量土地，或者是建造金字塔时使用的数学原理已经非常发达。这一章中，我们会了解到为什么这些几何学问能给生活带来这么多便利。

几何的基本图形是圆形和直线，只用圆规和尺子解决的3大难题登场了。人类在2000年间一直在探索这3个问题的答案，执著的探索最终促进了数学的发展。我们将在这一章中了解到难题的出现和对几何学意义的深度思考。

接下来我们将接触到正多面体和宇宙观的关系，学习到三角函数的知识。几何与代数是数学的两大分支，两大分支汇合于解析几何这条滚滚江水中。下面，就要考虑几何学发展的意义了！通过这一章的学习，我们会意识到人类精神遗产的伟大。

2. 生活中的几何学

在这一章中，我们将看到生活中随处可见的一些几何问题。

自然界中存在很多几何问题，我们将通过简单的图形学习“向量”这一比较复杂的知识，进行一些轻松的头脑训练，培养直观的数学能力。（火柴棍中的几何学）

探求分解与综合的意义，了解几何学的精神与科学之间的关系。在轻松的问题中，隐藏着深刻的数学意义，让我们动脑去思考吧。（挂谷宗一的问题，镜像原理）

7 历史上的几何学 -011

埃及与希腊的几何学研究 —012

金字塔的秘密 —020

圆与球 —024

泰勒斯的半圆 —029

可怕的毕达哥拉斯定理 —033

希波克拉底月牙 —037

古希腊 3 大几何难题 —041

图形的基础是三角形 —052

承载着宇宙神秘性的图形 —056

阿基米德的墓碑 —062

古希腊人的穷竭法 —065

海伦公式 —072

三角学的历史 —077

比例和天文学的故事 —081

2000 年前的解析几何 —087

自由落体中的几何概念 —091

笛卡尔的解析几何学 —095

美术与几何—100

卡瓦列利原理 —104

牛顿和莱布尼茨 —111

数学的发展过程中没有飞跃 —117



2 生活中的几何学 -121

- 桌腿与数学 —122
旋转的圆盘 —125
罪犯因何不能逃脱 —130
1m 的定义 —134
火柴棍与几何(1) —139
火柴棍与几何(2) —144
从正方形着手求图形面积 —147
测量面积的“尺子” —152
贪婪的帕霍姆 —156
分解与综合算法 —161
将复杂的问题转化为图形 —166
生活中的相似比 —169
自然中的正多边形 —174
梦幻多面体 —181
生活中的毕达哥拉斯定理 —184
《格列佛游记》中的数学 —188
正四面体和正四棱锥 —191
诞生于卫生间的几何题 —198
镜像原理 —206
黄金分割 —214
生活中的数学公式 —224
何为向量 —237
熵与数学 —243





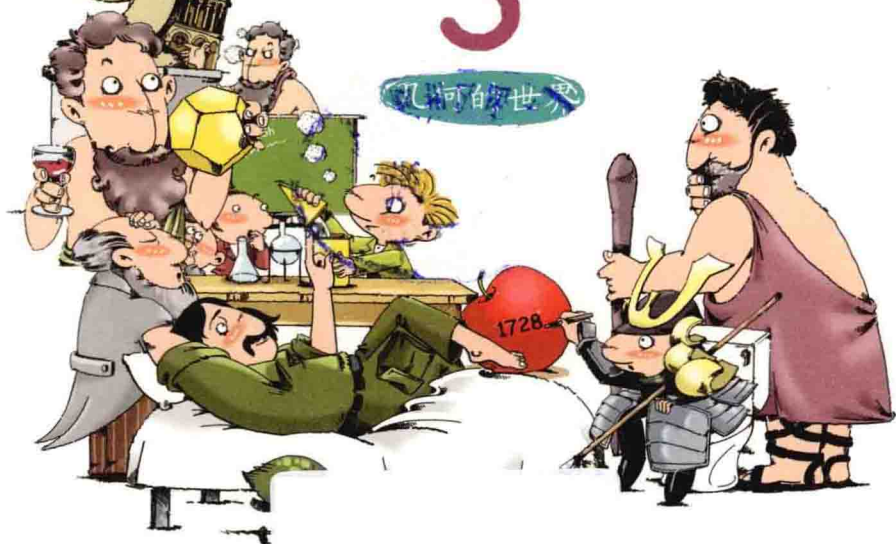
有趣的 数学旅行

[韩]金容国 [韩]金容云 著

杨竹君 译

3

乳河的世界



九州出版社
JIUZHOU PRESS

九州出版社
JIUZHOU PRESS

图书在版编目 (CIP) 数据

有趣的数学旅行. 3, 几何的世界 / (韩) 金容国,
(韩) 金容云著; 杨竹君译. -- 北京: 九州出版社,
2014.7

ISBN 978-7-5108-3162-1

I. ①有… II. ①金… ②金… ③杨… III. ①几何—
普及读物 IV. ①O1-49

中国版本图书馆CIP数据核字(2014)第179494号

재미있는 수학여행3 © 2007 by Kim Young Woon, Kim Young Kuck
All rights reserved.

Translation rights arranged by Gimm-Young Publishers, Inc
through Shinwon Agency Co., Korea

Simplified Chinese Translation Copyright © 2014 by Beijing Double
Spiral Culture & Exchange Company Ltd

开始一段全新的数学旅行



韩国学生的数学分数很高，经常在国际数学大赛上获奖。但是有国际数学教育专家认为，韩国学生的学习动机和好奇心在世界上不占上风，这是无法用分数计算的。这个问题被提出后受到关注，韩国学生的创造性能力令人堪忧。

关于国家各领域创造能力，经常在诺贝尔奖上有所体现。但是，一直以掀起世界顶尖教育热潮为傲的韩国，却从来没有人摘得过诺贝尔科学奖。而犹太人中，获得诺贝尔医学、生理、物理和化学奖项的共有 119 人，诺贝尔经济学奖获奖者也超过了 20 人。这个现象和与创造性有很大关系的深度数学教育息息相关。

中国有一句古话：“授人以鱼，不如授之以渔。”有创造性的数学便起到了一个“渔具”的作用。笔者着笔写这本书，也是由衷地希望能有后来人通过阅读本书走上一条正确的数学学习之路。

之前有过很多学生对我说：“读过老师的书后，在数学方面大开眼界。”这对我来说是最大的鼓励，也是我最珍惜的。从此，我似乎感觉到身上的责任又重了一些。

本书于 1991 年初版，作于 16 年前，虽然这许多年数学的基本方向没有改变，但是数学，尤其是电脑方面的很多新知识如雨后春笋般不断为人所掌握，之前困扰着我们的一些难题也已经被解开了。因此，笔者对原版进行了修改和完善，希望阅读本书后，能有读者成为可以“驾驭渔具，垂钓大鱼”的人才。

金容云
2007 年





登山过程中，越往高处攀爬，氧气越稀薄，登山者很容易患上高山病。同样，日趋复杂的数学体系随着时间的推移，变得愈发抽象。如果是一般人，绝大部分开始接触到现代数学的时候，会像患高山病一样患上一种抽象病。

但是，无论多高的山都会有树木丛生，都会有生命存活并奔跑。即使空气稀薄的悬崖陡峭，还是会有潺潺流水，生机盎然。

之前大家在学校学到的数学，就好像高地的山峰被局部扩大，仅仅是一个夸张了的构造。如果给一个人缓缓呈现陡峭的山崖和高不可攀的山峰，他必然会心生恐惧，掉头而去。这是因为他们没有看到在那山崖之外，存在着的清澈溪水和那生机勃勃的一片景象。

笔者常看到很多学生不明这座“山”的本来面目而受到打击和挫折，不由心生遗憾。

笔者执笔此书的最大动机，是想要尽最大能力将数学的整个面貌展现出来。目前，有太多暂时只是靠将数学公式熟记于心而掌握了数学的学生，他们还无法领略数学文化的博大精深。笔者希望通过本书，帮助学生最大程度理解数学的本来面貌。

并且，本书将站在一个比较高的层次，以俯瞰的角度讲解各个阶段的意义。这样可以向读者展示很多课堂上学习不

到的重要内容和活生生的数学知识。

对于心中没有想法的人，夜空虽然神秘，也只不过是有一些星星在没有秩序地闪耀罢了。其实，每颗星星都有自己的轨道，遵循着自己在世界上起到的作用而前行。而整个宇宙，却是一个神秘的难以完全破解的谜。

数学，就是一个人工的宇宙。它可以与自然界的宇宙媲美，隐藏着无数秘密。这其中的秘密又与真实世界紧密相连，蕴藏着深深的智慧，被广泛应用。

本书既适合数学专业的学生阅读，同时也能给有着深深好奇心的数学爱好者带来乐趣。在这样一个信息化时代，人们越来越需要一个合理的思考方式，本书可以培养读者的数学素养，在这一方面带来帮助。

如若读者能从本书中对数学的真相有进一步的了解，作者也就别无所求了。

金容国 金容云
1991 年



7 历史上的几何学 —011

埃及与希腊的几何学研究 —012

金字塔的秘密 —020

圆与球 —024

泰勒斯的半圆 —029

可怕的毕达哥拉斯定理 —033

希波克拉底月牙 —037

古希腊 3 大几何难题 —041

图形的基础是三角形 —052

承载着宇宙神秘性的图形 —056

阿基米德的墓碑 —062

古希腊人的穷竭法 —065

海伦公式 —072

三角学的历史 —077

比例和天文学的故事 —081

2000 年前的解析几何 —087

自由落体中的几何概念 —091

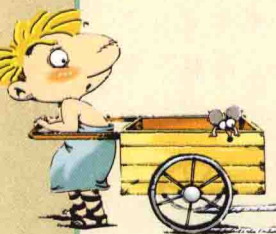
笛卡尔的解析几何学 —095

美术与几何—100

卡瓦列利原理 —104

牛顿和莱布尼茨 —111

数学的发展过程中没有飞跃 —117



2 生活中的几何学 -121

- 桌腿与数学 — 122
- 旋转的圆盘 — 125
- 罪犯因何不能逃脱 — 130
- 1m 的定义 — 134
- 火柴棍与几何 (1) — 139
- 火柴棍与几何 (2) — 144
- 从正方形着手求图形面积 — 147
- 测量面积的“尺子” — 152
- 贪婪的帕霍姆 — 156
- 分解与综合算法 — 161
- 将复杂的问题转化为图形 — 166
- 生活中的相似比 — 169
- 自然中的正多边形 — 174
- 梦幻多面体 — 181
- 生活中的毕达哥拉斯定理 — 184
- 《格列佛游记》中的数学 — 188
- 正四面体和正四棱锥 — 191
- 诞生于卫生间的几何题 — 198
- 镜像原理 — 206
- 黄金分割 — 214
- 生活中的数学公式 — 224
- 何为向量 — 237
- 熵与数学 — 243

