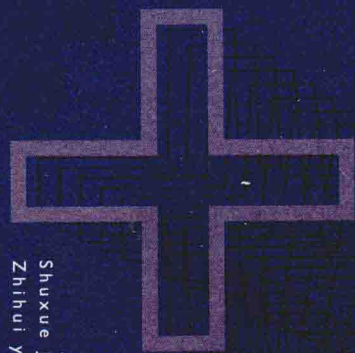




大夏书系·数学教学培训用书

数学教育的 智慧与境界

任勇 著



Shuxue jiaoyu de
Zhihui yu Jingjie



华东师范大学出版社
全国百佳图书出版单位



大夏书系·数学教学培训用书

数学教育的 智慧与境界

Shuxue Jiaoyu de
Zhihui yu Jingjie

任勇
著



华东师范大学出版社
全国百佳图书出版单位

图书在版编目 (CIP) 数据

数学教育的智慧与境界/任勇著. —上海: 华东师范大学出版社, 2014. 3

ISBN 978-7-5675-1900-8

I. ①数... II. ①任... III. ①数学教学—教学研究 IV. ①O1

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2014) 第 051822 号

大夏书系·数学教学培训用书
数学教育的智慧与境界

著 者 任 勇
策划编辑 朱永通
审读编辑 卢风保
封面设计 奇文云海·设计顾问
责任印制 殷艳红

出版发行 华东师范大学出版社
社 址 上海市中山北路 3663 号 邮编 200062
网 址 www.ecnupress.com.cn
电 话 021-60821666 行政传真 021-62572105
客服电话 021-62865537
邮购电话 021-62869887 地址 上海市中山北路 3663 号华东师范大学校内先锋路口
网 店 <http://hdsdcbs.tmall.com>

印 刷 者 北京季蜂印刷有限公司
开 本 700×1000 16 开
插 页 1
印 张 18
字 数 314 千字
版 次 2014 年 8 月第一版
印 次 2014 年 8 月第一次
印 数 7 100
书 号 ISBN 978-7-5675-1900-8/G·7262
定 价 39.80 元

出 版 人 王 焰

(如发现本版图书有印订质量问题, 请寄回本社市场部调换或电话 021-62865537 联系)

前言 回顾中凝思，凝思中展望

作为一名数学教师，能在为师为学的过程中，对涉及数学教育的相关问题进行研究和探索，发表了400余篇文章，算是给数学教育留下了一些文字，我欣慰之。

这些文章，大致可分为四类。一是数学教育类，如《数学学习学试探》《数学多维教育实验的理论与实践》《追求数学教育的真谛》等；二是数学教学类，如《新课改：课当如何备之？》《公式教学教什么》《期盼寒假作业多样化》等；三是数学解题类，如《用分部换元法解无理方程》《在退中寻找解题思路》《“设而不求”巧解题》等；四是数学文化类，如《数苑中的“五朵金花”》《马能跳回原位吗？》《从“数学好玩”到“玩好数学”》等。

这些文章，有些发表在《数学通报》《数学教学》等杂志上，有些发表在《人民教育》《福建教育》等杂志上，有些发表在《科学与文化》《中华谜艺》等杂志上。这些杂志，有数学类的，有教育类的，也有文化类的。

我从数学教育、数学教学、数学解题和数学文化等四类文章中遴选出60篇，做了以下“功课”：摘要、回顾、凝思和展望。

摘要，顾名思义，择文章要者而摘之，阐述文章的基本观点和看法，为大家呈现文章的概貌和要点。

回顾，就是回顾当时写这篇文章的一些情况，如怎么选题、怎么思考、怎么写作、怎么投稿、写作背景和写作时的一些其他情况等，反映出一个“学做学者”的数学教师的探索之路、研究之路和成长之路。

凝思，是基于今日之视角的凝思，即今观此文，有什么新的想法，有什么新的感受，有什么新的疑惑，有什么新的评价，都写下来，引起重视，引发新的实践和探索。

展望，是基于未来视角的展望，即当年的研究与实践，还可以怎么深化，

还可以怎么完善，还可以怎么提升，还可以怎么突破，期许有志者进行新的研究和新的推进。

期盼在追求数学教育的真谛、激活数学教学的智慧、探索数学解题的奥秘、感受数学文化的意蕴中，我们走向数学教育的新境界。

回顾、凝思、展望，好似昨天、今天、明天，也似过去、现在、未来。数学教育，不能没有昨天的积累，不能没有今天的思考，更不能没有明天的新探索。

探索，需要远见和坚守。

没有远见，探索之路走不远；但仅有远见是不够的，探索还特别需要坚守。坚守非常重要，成功往往在“再坚持一下”的努力之后来到。

荀子说：“骐骥一跃，不能十步；驽马十驾，功在不舍。”说的就是坚守。

坚守，是一种耐力，即以一種顽强不屈的精神去做自己想做的事。能否坚守下去，往往是卓越与平庸的分水岭，因为“在这个世界上，没有什么比坚守对成功的意义更大”。

目 录

前 言 回顾中凝思，凝思中展望 | 1

第一辑 追求数学教育的真谛

趣味数学与智力发展 | 3

数学学习学试探 | 6

数学多维教育实验的理论与实践 | 8

男女智力差异与数学学习 | 11

数学作业再生法 | 13

数学情境三例 | 15

追求数学教育的真谛 | 17

我的数学教育教学教研观 | 20

数学教学中的“科际联系” | 23

培养初中生探究能力的几点做法 | 26

编选初中数学题应注意的几个问题 | 28

限制解题方法，培养创造能力 | 31

初中数学学习指导的一种综合模式 | 34

浅谈中学数学学习指导教材建设问题 | 37

数学“双基”教学要有新的发展 | 39

第二辑 激活数学教学的智慧

我教数学的“土”经验 | 45

新课改：课当如何备之？ | 51

用“引趣”的方法上好初中数学课 | 56

数学解题教学中的引深艺术 | 59

数学作业中的题外题 | 62

初中数学教学分化点的表现及其教学 | 66

公式教学教什么 | 69

数学课结尾的教学设计 | 73

有意差错在数学解题教学中的应用 | 75

期盼寒假作业多样化 | 79

数学活动课：铺砌问题 | 82

数学探索课：路在何方？ | 85

数学复习课：借题发挥 | 91

从“四等分圆面积”说起 | 99

数学方法课：“变”的魅力 | 109

第三辑 探索数学解题的奥秘

二元一次方程组的一种“列表解法” | 115

用分部换元法解无理方程 | 119

求一类最值问题的一般方法浅谈 | 124

用参数法求轨迹方程的选参类说 | 130

证明组合恒等式的若干方法 | 136

“重合”在解析几何解题中的应用 | 139

用放缩法证明不等式的若干技巧 | 146

在退中寻找解题思路 | 151

是3圈还是4圈? | 156

用计算的方法巧证立体几何题 | 162

整体思维帮助解题 | 168

利用平方法求最值 | 173

一类不等式的“取等”证法 | 177

“设而不求”巧解题 | 182

数学解题中的联想 | 187

第四辑 感悟数学文化的意蕴

岁首漫话年份题 | 197

回文年说回文数 | 203

数苑中的“五朵金花” | 207

趣味数学与创造 | 212

马能跳回原位吗? | 217

漫话数学猜想 | 221

0.618 的自述 | 228

猜谜也能用数学 | 233

从“数学好玩”到“玩好数学” | 240

数独游戏 | 248

神秘吉祥的六阶幻方 | 254

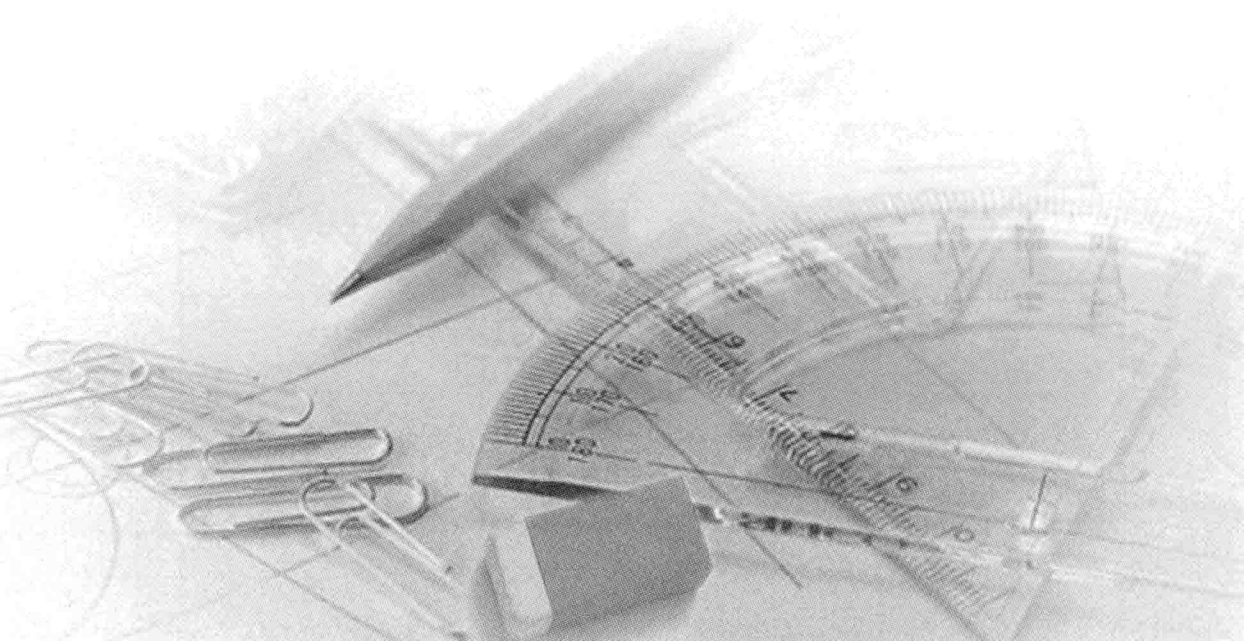
见死不救与道德沦丧 | 259

在用数学中体悟数学 | 264

一次智慧挑战 | 270

迷倒数学名师的扑克游戏 | 275

第一辑
追求数学教育的真谛



趣味数学与智力发展

摘 要

所谓智力,简单地说,就是一个人的各种认识能力的总和,即智慧力量的总和。智力的结构是一个完整的结构。一般说来,它包括观察能力、记忆能力、想象能力和思维能力。

天才的秘密就在于有强烈的兴趣和爱好,而趣味数学正是培养学生的兴趣和爱好的重要方法之一。我们应当把学生的兴趣和爱好作为形成某种智力的契机来培养。

本文探讨了趣味数学在培养学生观察能力、记忆能力、想象能力和思维能力方面的运用,还探讨了一些趣味数学题的深刻的理论和实践背景,并就趣味数学普及提出了自己的见解。

(原文详见《数学教学》,1984年第3期)

回 顾

这是我在杂志上发表的第一篇文章。

作为师范专科学生,我1979年到龙岩一中实习半年后,就留校了。我在教学过程中非常喜欢利用趣味数学之“趣”:以趣导趣,以趣育情,以趣启智。

学校鼓励老师们总结教育教学经验,鼓励老师们著书立说,我就尝试写了这篇文章,交了上去。没过多久,校刊刊登了这篇文章,数学组的老师们说这篇文章写得不错,让我很受鼓舞。我订阅的《中学数学研究》杂志当时正在征稿,我就将这篇文章寄去。那段时间,我天天到收发室看有没有我的信件,其实是想看有没有录用通知书。三个月过去了,杳无音信,这让我有点失望。

就在这时,我发现《数学教学》那段时间几乎每期都刊登一篇趣味数学

理论方面的文章，我的文章恰好符合栏目要求。于是，我决定立刻投稿。不到半个月，我收到稿件录用通知书，不久文章发表了！这是我的处女作，我兴奋、激动，我感到了自己的力量。

文章发表后，杂志社寄来了 18 元的稿费，我的弟弟任军（比我小 9 岁，也是我的学生）在窄小的屋子里拿着稿费领取单挥舞着。那一周，我们的生活得到了很大的改善。

后来，时任龙岩一中教研室主任的江剑峰送来 10 元钱，说学校鼓励老师们著书立说，在杂志上发表论文奖励 10 元，在报纸上发表论文奖励 5 元。刚好弟弟期中考考得不错，我奖励他 10 元，让他买书去。

凝 思

现在再读这篇文章，我觉得一点都没有过时，觉得文字还算顺畅，文风也蛮朴实。我甚至觉得，如果今天我再写这篇文章，可能会写得更“理论”些，但绝不会像现在这么好读。当然，如果今天写，例子会更生动些，因为这些年来我又积累了不少令人拍案叫绝的“经典趣题”。文中说，我们应当把学生的兴趣和爱好作为形成某种智力的契机来培养，这正是我们今天所缺少的。我的处女作选择了“趣味”，与我日后的“引趣”教学风格，不能说一点关系都没有吧？

展 望

近年来趣味数学方面的书籍多了，杂志也乐意刊登些趣味数学题。就书籍而言，就有张景中先生主编的“好玩的数学”丛书，姜伯驹先生主编的“七彩数学”丛书，沈康身先生的著作《数学的魅力》四册，趣味数学精品译丛等。但书籍也好，文章也罢，基本上是问题的“堆砌”，而对趣味数学进行研究的文章少，书籍更少。为写现在这篇文章，我又在自家书架上找趣味数学方面的书，忽然发现一本赵刊、周宝成编著的《数学趣味史话》，心想可能会有一些趣味数学方面的理论研究吧，打开一看，令我失望——又是“堆砌”，没有趣味数学方面的理论研究。

在京城淘书时，忽见《数学与智力游戏》一书，目录来不及看，即买下此书。打车回宾馆的路上，翻看目录：一、国际象棋盘上的皇后；二、九连环与梵塔；三、称球问题；四、围棋盘上的游戏；五、移棋问题；六、猜年龄、生肖、姓氏；七、若干游戏欣赏。

我“审题”不清，“上当”了，再次失望了，这是趣味数学方面的理论研究吗？

我以为，对趣味数学在理论上进行一番研究是很有意义的。一是可以充实这方面的研究成果，如写一篇《趣味的数学和数学的趣味》就挺有意思；二是趣味数学的价值我们还远远没有发掘出来，如写一篇《趣味数学的教学价值》就很有“价值”；三是研究的人不多，你就容易出成果，甚至可称为“史上第一”，那么写一本《趣味数学概论》，如何？

数学学习学试探

摘 要

本文探讨了建立“数学学习学”问题，认为学习学和数学教学的一个重要内容就是，建立一门与数学教育学平行的重要学科——数学学习学。

提出：

$$\{\text{数学学习学}\} = \{\text{数学科学}\} \cap \{\text{学习科学}\}$$

$$\{\text{数学教学}\} = \{\text{数学科学}\} \cap \{\text{教育科学}\} \cap \{\text{学习科学}\}$$

文中就数学学习学的研究内容、数学学习学的特点、数学学习学的研究方法、数学学习学的体系、建立数学学习学的重要作用和建立数学学习学的可行性进行了充分的论述。

(原文详见《数学教师》，1990年第9期)

回 顾

1987年6月，我参加了全国首届学习科学学术研讨会，这次会议被称为“我国学习科学史上第一次具有里程碑意义的重要会议”。受到这次会议的激励，一年后，我出版了我的第一本书《初中学习方法与能力培养》，受到教育界好评。由于身为数学教师，我很自然地把学习科学引入数学教育领域，研究中我发现：

$$\{\text{数学学习学}\} = \{\text{数学科学}\} \cap \{\text{学习科学}\}$$

$$\{\text{数学教学}\} = \{\text{数学科学}\} \cap \{\text{教育科学}\} \cap \{\text{学习科学}\}$$

其中“数学学习学”研究的人很少，甚至还找不到有谁提出“数学学习学”。既然没什么人研究这个问题，我就大胆进行研究，提出了自己的观点。

不想此文一发表，《上海教育情报》首先进行了转载，中国人民大学《复印报刊资料》全文转载。黑龙江教育出版社的数学编辑看了我的论文后，写了热情洋溢的信，希望我按文中的“数学学习学的体系”展开、丰

富，形成一本书，交由他们出版社出版。我很激动，也雄心万丈，真想抓紧时间把书写完。但当时的确忙，要完成高三的教学任务，要带奥数班，何况一深入研究下去，才发现不是我这个水平的中学数学教师能“展开”的。构建体系容易，完成体系谈何容易！

凝 思

我再次走进数学学习科学，心想这些年来应该有不少人研究数学学习学。我在百度上搜索“数学学习学”，你们猜猜看，我搜索到了什么？第一条是“数学学习学什么”，第三条是“好孩子爱学习学数学”，我看了真是哭笑不得。

是这个课题没有研究的价值？好像不是。是这个课题太难研究？好像也不是。

那是什么问题呢？

展 望

其实，“数学学习”是一个很有研究价值的课题，课程改革就强调“学生学习方式的转变”。就实践层面而言，鹭江出版社还出版了我写的《高中新课程数学学习法》一书，这本书是“厦门一中课程资源书系”中的一本，学生用了都说好。当然，“学习法”与“学习学”是大不相同的，写“法”容易写“学”难。许多“数学教育学”教材中，都论及“数学学习”，何时才能有一本真正意义上的《数学学习学》？进而希望有人写《语文学习学》之类。倘若如此，《学科学习学》就呼之欲出了。

数学多维教育实验的理论与实践

摘 要

本文首先提出了“数学多维教育”的概念，并在所教的高中 1989 届（1）班、1992 届（2）班和 2002 届（3）班进行了三轮实验。

所谓数学多维教育，就是一种多目的、多渠道、多层次的教育教学活动。包括教育目的维——德、智、体、美、劳；教育渠道维——课堂教学、课外活动、社会教育、家庭教育；教育层次维——知识、方法、能力、修养。数学多维教育，体现数学教育的整体性，是实现数学教育目的的多种教学方法和手段的优化组合。

数学多维教育的特点，一是寓德、智、体、美、劳于数学教学之中；二是既加强知识的传授，又重视方法的渗透、能力的培养和修养的提高；三是以课堂教学为主，课外活动、社会教育、家庭教育相配合；四是既发挥教师的主导作用，又重视学生的主体作用；五是既注意面向全体，搞好一般教学，又要重视学生个体，搞好因材施教；六是充分发挥数学知识的智力价值和非智力价值。

文中还对数学多维教育的实施和效果的初步定性分析作了详细的论述。

（原文详见《福建中学教学》，1991 年第 11 期）

回 顾

研究数学教育，可以从教育目的——德、智、体、美、劳进行探讨，也可以从教育渠道——课堂教学、课外活动、社会教育、家庭教育进行探讨，也可以从教育层次——知识、方法、能力、修养进行探讨。三者是否可以有机融合？我想到了“维”，从一个方面进行探讨叫“一维”，从多个方面探讨可谓“多维”。

论文先是以“试论数学多维教育”为题写完，参加福建省数学教学研讨