University Physics

大学物理学

上册

廖旭　范云霞

高等教育出版社

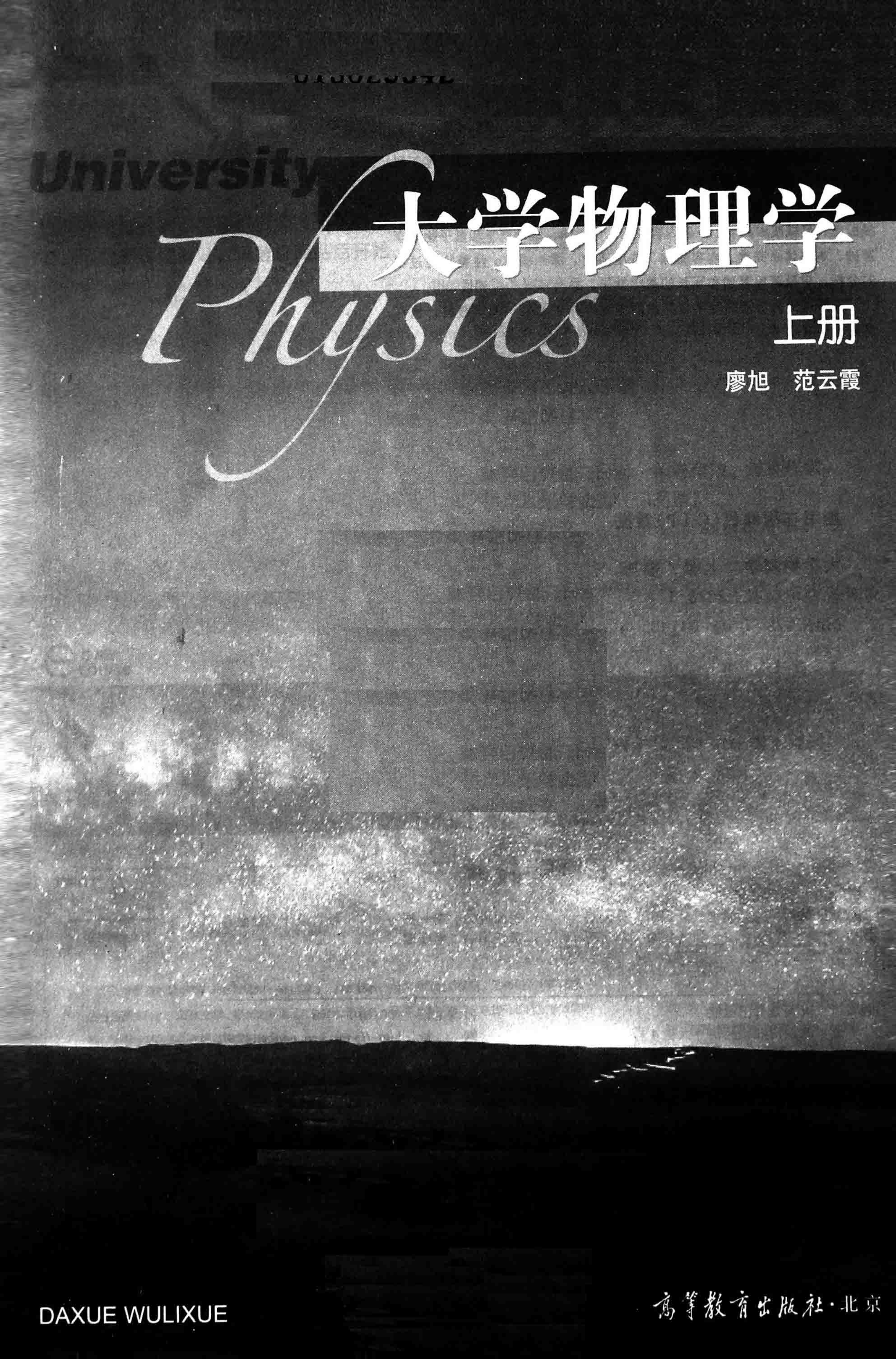
University

Physics

大学物理学

上册

廖旭　范云霞



DAXUE WULIXUE

高等教育出版社·北京

内容提要

本书是根据教育部物理基础课程教学指导分委员会制定的《理工科类大学物理课程教学基本要求》(2010 版)，结合编者多年来的教学实践编写而成。全书分为上、下两册，上册内容包括：力学、狭义相对论、机械振动、机械波和热学；下册内容包括：电磁学、波动光学和量子物理学基础。本书体系完整、内容简练、难度适中、深入浅出，注重物理过程的分析，尽量避免繁琐和冗长的数学推导，具有较好的可读性。

本书可作为普通高等学校非物理专业本科生的大学物理教材，也可供其他读者参考。

图书在版编目(CIP)数据

大学物理学. 上册 / 廖旭，范云霞主编. --北京 ：高等教育出版社，2015. 3

ISBN 978-7-04-041905-4

Ⅰ. ①大… Ⅱ. ①廖… ②范… Ⅲ. ①物理学－高等学校－教材 Ⅳ. ①O4

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2015)第 015954 号

策划编辑 缪可可　责任编辑 马天魁　封面设计 姜　磊　版式设计 杜微言

插图绘制 杜晓丹　责任校对 刘　莉　责任印制 毛斯璐

出版发行	高等教育出版社	咨询电话	400-810-0598
社　　址	北京市西城区德外大街 4 号	网　　址	http://www.hep.edu.cn
邮政编码	100120		http://www.hep.com.cn
印　　刷	国防工业出版社印刷厂	网上订购	http://www.landraco.com
开　　本	787mm × 1092mm　1/16		http://www.landraco.com.cn
印　　张	18.25	版　　次	2015 年 3 月第 1 版
字　　数	450 千字	印　　次	2015 年 3 月第 1 次印刷
购书热线	010-58581118	定　　价	31.90 元

本书如有缺页、倒页、脱页等质量问题，请到所购图书销售部门联系调换

物 料 号　41905-00

大学物理学
数字课程

廖旭　等

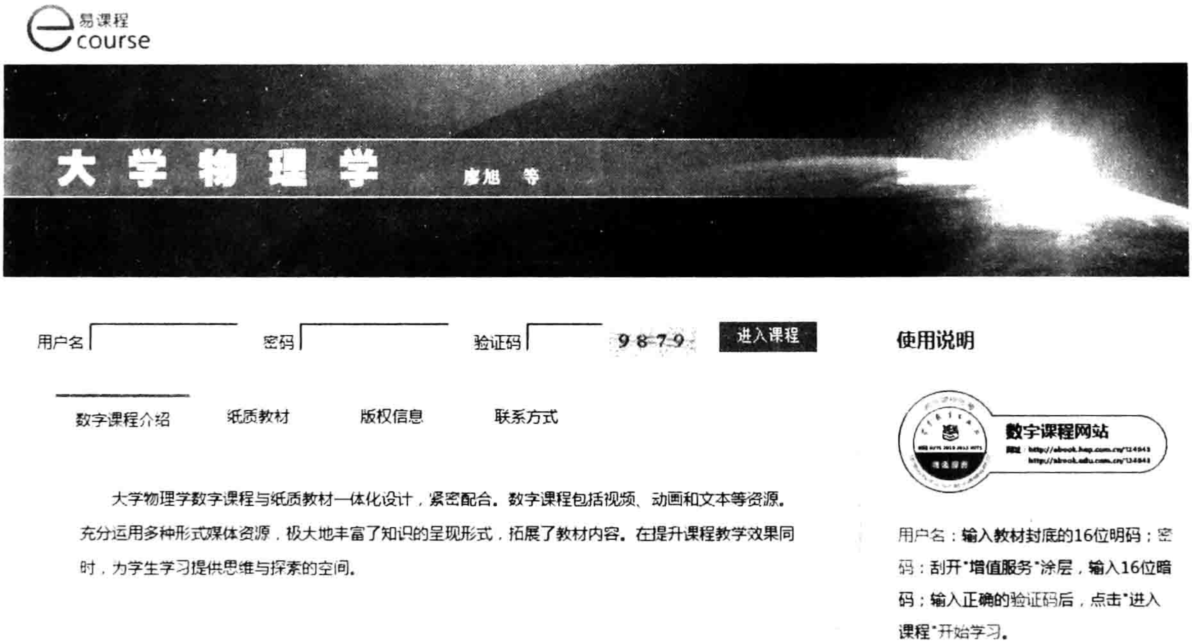
高等教育理工易课程网　易课程 ecourse

与本书配套的数字课程资源发布在高等教育出版社易课程网站，请登录网站后开始课程学习。

一、网站登录

1. 访问 http://abook.hep.com.cn/1249431/
2. 输入数字课程账号（见封底明码）、密码、验证码
3. 点击“进入课程”
4. 开始课程学习

账号自登录之日起一年内有效，过期作废。
使用本账号如有任何问题，
请发邮件至：ecourse@hep.com.cn。



http://abook.hep.com.cn/1249431/

二、资源使用

本书配套的数字资源包括6种类型：动画、视频、演示程序、补充阅读材料、图片和习题答案。

动画：在部分章节中配套了动画资源，您登录数字课程网站后，可以通过点击按钮或者输入参数，观看相应的物理现象演示。

视频：在部分章节中配套了视频资源，您可以通过扫描二维码或者登录数字课程网站观看，直观了解各类物理现象。

演示程序：在部分章节中配套了演示程序，您登录数字课程网站进行下载，通过安装相应插件，打开演示程序进行操作，观看相应的物理现象演示。

补充阅读材料：在部分章节中配套了补充阅读材料，对书中未涉及的物理概念、物理学名人轶事进行了补充。

图片：在部分章节中配套了精美图片，您可以通过扫描二维码或登录数字课程网站观看，直观了解物理现象。

习题答案：在数字课程中提供了每一章的习题答案，供您作业时参考。

前　言

本书是为了适应当前教学改革的需要，根据教育部物理基础课程教学指导分委员会制定的《理工科类大学物理课程教学基本要求》(2010年版)的精神，结合多年来精品课程建设成果及教学改革实践经验编写而成。在编写过程中，我们参考了当前部分国内外优秀教材，借鉴了一些思路与方法，力求做到既反映当前国内外教学改革成果又具有自己鲜明的特点。教材理论体系简洁而完整，同时加强了与工程技术的结合以及现代高新科技专题介绍，使全书的内容更为丰富，更符合工科大学物理教学的需要，对于拓宽学生视野，强化与生产实践和生活实际相结合，提高学生的学习兴趣都具有十分积极的意义。这套教材的主要特点是：

1. 精选和优化内容体系，更新教学内容。如在力学中削减了部分中学已经熟悉的内容，加强矢量性、守恒定律等重要内容的阐述，注重变化的物理量的处理方法，突出了大学物理的特点，使学生对大学物理的学习产生新鲜感。教材将狭义相对论纳入到力学部分，使牛顿力学的经典时空观与相对论时空观紧密相连、相互对比，有助于学生学习和理解。针对一般高校学生的实际情况，删除了部分偏深、偏难的内容。本书体系完整、内容简练、难度适中。

2. 具有较强的可读性。为了便于学生自学，采用学生更容易理解的方式深入浅出地诠释和推导物理概念及物理规律。注重物理过程的分析，突出物理思想和物理图像，尽量避免繁琐和冗长的数学推导过程，使教材更为通俗易懂、更贴近学生的实际水平和认知能力。为了更形象地展示物理现象，我们将表现物理现象的各种动画通过二维码的形式链接到教材的恰当位置。

3. 加强现代物理学重要思想的介绍，力图使教学内容与近、现代物理最新发展相结合，促进教学内容的现代化。教材介绍了一些当前新技术领域中的基础性物理原理，如激光技术、纳米技术、混沌等，在阅读材料中介绍了反常量子霍尔效应、电流基准、复杂网络系统、相对论中的质量以及时空对称性与守恒定律之间的关系等，使读者能尽早接触到现代高新科技发展的脉搏和现代物理的前沿课题，具有鲜明的时代特色。

4. 精选例题和习题。舍弃一些偏难、偏深的题目，重点选择与教材中的基本概念、基本规律紧密联系、对理解和掌握这些概念和规律有明显帮助的习题。同时，加强了例题、习题与工程技术的结合，通过这些题目，既能培养学生的分析问题、解决问题的能力，又能使学生了解这些知识是如何应用于工程技术之中的。例题的解答中注意对解题方法的分析，使学生能够触类旁通，避免陷于题海之中。

本书的教学参考学时数为128学时，部分章节的内容教师可自行取舍，特别是一些延伸性的内容即使除去，也不影响教材的完整性。

参加本书编写工作的有：廖旭(第1—6章)，范云霞(第7—8章)，邝向军(第9—11章)，刘昌富(第12章)，任学藻(第13章)。阅读材料由张伟(1、7)、马佩杰(2、6)、覃珍珍(3、5、11)、朱军芳(4)、邝向军(8)、贾连宝(9)、马延琴(10)编写。马延琴、余元斌、马佩杰、朱军芳、张伟等人编写了习题和思考题。贾连宝、覃珍珍对全书的例题进行了计算和核对。本书的编写和出版得

到西南科技大学理学院和教务处的大力支持和帮助，获得西南科技大学本科教材建设基金资助，高等教育出版社的编辑和有关人员在本书的编辑出版过程中付出了大量的劳动，编者在此一并表示诚挚的感谢！

编写一本符合时代发展需要的教材是一种探索，加之编者水平所限，难免有不妥、疏漏甚至错误之处，恳请读者批评指正。

编者

2014 年 9 月

目　录

第1章 运动的描述

自然界中的物质都处于永不停息地运动和变化之中。物质运动的形式多种多样,其中,最直观、最简单的是物体与物体之间或物体各部分之间相对位置随时间的变动,称为机械运动。在日常生活中见到的很多物体运动的形式都是机械运动,例如,汽车的行驶、河水的流动、地球的自转与公转等。力学就是研究物体机械运动规律的学科。

对于机械运动问题,通常分为两个方面:一是描述物体的位置随时间的变化规律,主要讨论物体在空间的位置、速度、加速度、运动轨道等问题,称为运动学;二是考虑物体间的相互作用,以及由此引起物体运动状态变化的规律,称为动力学。运动学的任务是描述运动,它定量地描绘出了物体是怎么运动的。动力学则是关于运动本质的规律,它回答了物体为什么会有这样的运动。

本章研究运动的描述,即运动学规律。

1-1 质点 参考系 运动方程

一、质点

大多真实的物理过程都是极其复杂的,为了突出所研究问题的主要方面,寻找过程中最本质、最基本的规律,物理学常常对其真实的过程进行简化,保留主要特征,忽略次要因素,使之抽象为理想化的模型可供数学描述。此类理想模型称之为“物理模型”。如质点、刚体、理想气体等,都是大学物理中主要的物理模型。

一般来说,在描述实际物体的运动时,其形状和大小都是需要考虑的。然而,如果物体的形状和大小对所研究问题没有影响(例如:物体上各部分具有相同的轨道、速度、加速度)或影响很小而可以忽略的情况下,这时,可以忽略物体的形状、大小,而把它看成一个具有一定质量的点,称之为**质点**。质点是一个只有质量而没有形状和大小的抽象的物理点,它保留了物体的两个主要特征:物体的质量和在空间的位置。

一个物体是否能当成质点,关键并不在于物体的大小,而在于所研究问题是否与物体的大小、形状无关。例如,我们讨论地球的公转的时候,尽管地球那么大,我们仍把它当作质点来处理,而几

乎不会引起什么误差。如果我们讨论的是分子的自转，尽管分子那么小，我们是不能把它当作质点来处理的，因为质点是无从考虑自转的。质点模型的优点是能使复杂问题在一定的条件下得以简化，使我们能够忽略那些次要因素而专注于问题的主要方面。

如果所研究的实际物体不能当成一个质点来处理，我们可以将其视为多个或无限多个质点的组合——质点组，研究其中每一个质点的运动情况，整个物体的运动也就清楚了。事实上，任何物体都能看作质点的集合。因此，讨论质点的运动规律，也就构成了讨论任何复杂事物运动规律的基础。

动画1－1　参考系

二、参考系　坐标系

运动是绝对的，是物质的固有属性及存在形式。但是，对物体运动情况的描述则具有相对性。例如，在匀速直线运动的火车车厢中，一物体自由下落，相对于车厢该物体作直线运动，相对于地面却是作抛体运动，其描述结果是完全不一样的。因此，在描述物体的位置及位置变化时，必须选择一个或者若干个无相对运动的物体群作基准。这个被选作基准的物体或物体群，称为**参考系**。

被选作参考系的物体，必须能够用来描述物体的运动，包括物体的空间位置和方位。依据研究问题的方便，参考系可以任意选择，选择不同的参考系，得到的物体运动参量可以是不同的，但不同参考系下得到的物体运动规律，必须是相同的，这称为物理规律的不变性。按照是否满足牛顿运动定律，参考系分为惯性参考系与非惯性参考系。满足牛顿三大定律的参考系，称为惯性参考系，反之称为非惯性参考系。

要想定量地描述运动，必须在参考系之上固定数学坐标，称为**坐标系**。坐标系是定量化的参考系，常见的坐标系有直角坐标系、自然坐标系、极坐标系、球坐标系与柱坐标系等。依据研究问题的方便，对物体不同的运动，需要选择不同类型的坐标系。下面，我们介绍最常见的直角坐标系与自然坐标系。

1. 直角坐标系

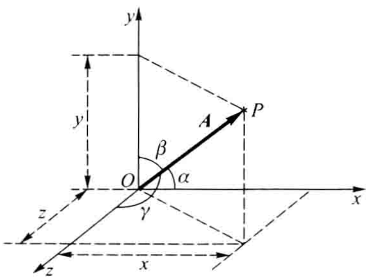


图1－1－1　直角坐标系

直角坐标系也称笛卡儿坐标系，它由三条共点且互相垂直的射线组成，如图1－1－1所示。三条射线的交点 O 称为坐标系的原点，每一条射线分别称为坐标系的 x、y、z 坐标轴，三个坐标轴的方向分别由三个单位常矢量 $\boldsymbol{i}$、$\boldsymbol{j}$、$\boldsymbol{k}$ 表示。

在直角坐标系中，任意矢量 $\boldsymbol{A}$ 可以表示为

$$\boldsymbol{A}=A_x\boldsymbol{i}+A_y\boldsymbol{j}+A_z\boldsymbol{k} \tag{1-1-1}$$

矢量的大小或模表示为

$$|\boldsymbol{A}|=\sqrt{A_x^2+A_y^2+A_z^2} \tag{1-1-2}$$

矢量的方向可以用它与三个坐标轴之间的夹角 α、β、γ 来表示，因此，这三个夹角的余弦也称矢量的方向余弦。在直角坐标系中，方向余弦满足关系

$$\cos^2\alpha+\cos^2\beta+\cos^2\gamma=1 \tag{1-1-3}$$

同时，直角坐标系中坐标轴的单位矢量是常矢量，因此满足

$$\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{i}}{\mathrm{d}t}=\mathbf{0},\quad \frac{\mathrm{d}\boldsymbol{j}}{\mathrm{d}t}=\mathbf{0},\quad \frac{\mathrm{d}\boldsymbol{k}}{\mathrm{d}t}=\mathbf{0} \tag{1-1-4}$$

2. 自然坐标系

质点作平面运动时，如果其运动轨道是已知的。在这种情况下，常常采用如下方法来描述质点的运动。如图 1－1－2 所示，在运动轨道上任取一点 O 为坐标原点，沿轨道的某一方向为正方向，以质点距离原点的轨道曲线长度 s 作为质点的坐标位置（以 O 点为界，质点在正方向一侧 $s>0$，反之，$s<0$），用轨道切向和法向的单位矢量（$\boldsymbol{e}_t$、$\boldsymbol{e}_n$）作为其独立的坐标方向。这样的坐标系称为**自然坐标系**，s 称为**自然坐标**。以后将会看到，用自然坐标描述轨道固定的平面曲线运动是非常方便的。

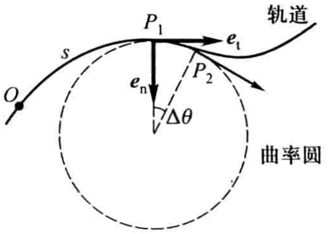


图 1－1－2 自然坐标系

自然坐标系将矢量分解到法向和切向进行研究，法向分量与轨道的曲率有关。设轨道上 P_1 点和邻近的 P_2 点的两条切线之间的夹角为 $\Delta\theta$，按几何关系，两点法线间的夹角亦为 $\Delta\theta$，路程为 Δs，则曲线在 P_1 点的曲率为

$$k=\lim_{\Delta s\to 0}\frac{\Delta\theta}{\Delta s}=\frac{\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}s} \tag{1-1-5}$$

P_1 点的曲率半径为

$$\rho=\frac{1}{k}=\frac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}\theta} \tag{1-1-6}$$

过轨道上一点 P_1，可以作很多与轨道相切的圆，如果圆的曲率半径与 P_1 点的曲率半径相等，称这个圆为 P_1 点的曲率圆。曲率和曲率半径反映了曲线的弯曲程度。

在自然坐标系中，任意矢量 $\boldsymbol{A}$ 可以表示为

$$\boldsymbol{A}=A_n\boldsymbol{e}_n+A_t\boldsymbol{e}_t \tag{1-1-7}$$

随着物体的运动，单位矢量 $\boldsymbol{e}_n$ 和 $\boldsymbol{e}_t$ 的方向不断地发生变化，显然，法向单位矢量 $\boldsymbol{e}_n$ 始终指向曲率圆的圆心。那么，切向单位矢量 $\boldsymbol{e}_t$ 的变化情况又怎么样呢？如图 1－1－3 所示，在较小的时间改变量 Δt 以内，$\Delta\theta$ 较小，所以 $\Delta\boldsymbol{e}_t$ 的方向近似与 $\boldsymbol{e}_t$ 垂直，而 $\Delta\boldsymbol{e}_t$ 的大小可以近似表示为 $|\Delta\boldsymbol{e}_t|\approx|\boldsymbol{e}_t|\Delta\theta=\Delta\theta$，即 $\Delta\boldsymbol{e}_t\approx\Delta\theta\boldsymbol{e}_n$。因此，切向单位矢量 $\boldsymbol{e}_t$ 的变化率可以表示为

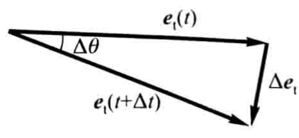


图 1－1－3 切向单位矢量的变化

$$\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{e}_t}{\mathrm{d}t}=\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta\boldsymbol{e}_t}{\Delta t}=\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta\theta}{\Delta t}\boldsymbol{e}_n=\frac{\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{e}_n \tag{1-1-8}$$

三、运动方程

1. 位置矢量

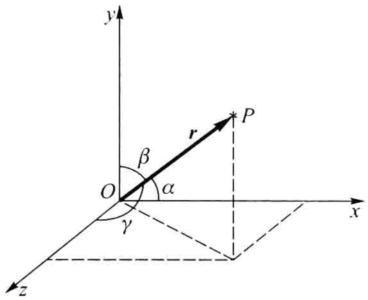


图1-1-4 位置矢量

对质点作机械运动规律的描述，最基本的就是指明某一时刻质点所处的空间位置以及位置随时间的变化规律。因此，首先需要确定质点的位置。在选定了坐标系后，质点的空间位置可以由坐标原点指向质点的有向线段来表示，这条有向线段称为该质点的**位置矢量**，简称**位矢**，用 $\boldsymbol{r}$ 表示。如图1-1-4所示，在直角坐标系中，质点 P 的位置矢量 $\boldsymbol{r}$ 可表示为

$$\boldsymbol{r}=x\boldsymbol{i}+y\boldsymbol{j}+z\boldsymbol{k} \tag{1-1-9}$$

位置矢量 $\boldsymbol{r}$ 的大小为

$$r=|\boldsymbol{r}|=\sqrt{x^2+y^2+z^2} \tag{1-1-10}$$

位置矢量 $\boldsymbol{r}$ 的方向由以下三个方向余弦确定：

$$\cos\alpha=x/r \quad \cos\beta=y/r \quad \cos\gamma=z/r \tag{1-1-11}$$

2. 运动方程与轨道方程

质点运动时，其位置矢量随时间的变化而变化，即位置矢量 $\boldsymbol{r}$ 是时间 t 的函数，其函数关系 $\boldsymbol{r}=\boldsymbol{r}(t)$ 称为质点的运动方程。在直角坐标系中，运动方程表示为

$$\boldsymbol{r}=\boldsymbol{r}(t)=x(t)\boldsymbol{i}+y(t)\boldsymbol{j}+z(t)\boldsymbol{k} \tag{1-1-12}$$

其中，

$$x=x(t),\quad y=y(t),\quad z=z(t) \tag{1-1-13}$$

反映了三个坐标轴方向的运动规律，称为运动方程的分量形式。

质点在空间运动的路径称为轨道，轨道为直线的称直线运动，轨道为曲线的称曲线运动。从分量式(1-1-13)中消去时间参量 t，可以得到质点的轨道方程 $f(x,y,z)=0$，所以，它们也是轨道方程的参量形式。例如，某质点的运动方程为：$\boldsymbol{r}=3\cos\pi t\boldsymbol{i}+3\sin\pi t\boldsymbol{j}$(SI单位)，则其分量形式为

$$x=3\cos\pi t,\quad y=3\sin\pi t,\quad z=0。$$

从以上分量表示式中消去时间 t，得到质点运动的轨道方程为

$$x^2+y^2=3^2,\quad z=0$$

表明质点在 $z=0$ 的平面内，作半径为3 m的圆周运动。

应当明确，运动学的重要任务之一就是找出各种具体运动所遵循的运动方程。

1－2　位移　速度　加速度

视频 1－2　速度

一、位移与路程

位置矢量给出了任意时刻质点所在的空间位置，要描述质点的运动，更重要的是知道某段时间以内质点位置的变化情况。如图 1－2－1 所示，设质点沿一确定的轨道运动，t 时刻质点位于 P_1 点，在 $t+\Delta t$ 时刻运动至 P_2 点，我们用 P_1 点指向 P_2 点的有向线段 $\overrightarrow{P_1P_2}$ 表示 Δt 时间内质点的位置矢量变化，称为质点在 Δt 时间以内的**位移**。由图可知，位移矢量与初、末时刻位置矢量的关系为 $\overrightarrow{P_1P_2}=\boldsymbol{r}_2-\boldsymbol{r}_1$，即位移是位置矢量的改变量，用 $\Delta\boldsymbol{r}$ 表示，所以，位移矢量可以表述为

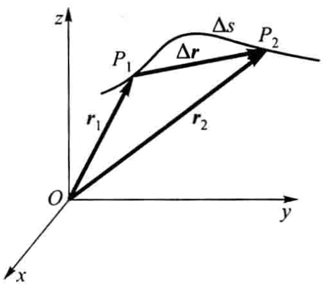


图 1－2－1　位移矢量

$$\Delta\boldsymbol{r}=\boldsymbol{r}_2-\boldsymbol{r}_1 \tag{1-2-1}$$

在直角坐标系中，

$$\boldsymbol{r}_1=x_1\boldsymbol{i}+y_1\boldsymbol{j}+z_1\boldsymbol{k}$$

$$\boldsymbol{r}_2=x_2\boldsymbol{i}+y_2\boldsymbol{j}+z_2\boldsymbol{k}$$

$$\Delta\boldsymbol{r}=(x_2-x_1)\boldsymbol{i}+(y_2-y_1)\boldsymbol{j}+(z_2-z_1)\boldsymbol{k}=\Delta x\boldsymbol{i}+\Delta y\boldsymbol{j}+\Delta z\boldsymbol{k} \tag{1-2-2}$$

位移矢量的模为

$$|\Delta\boldsymbol{r}|=\sqrt{\Delta x^2+\Delta y^2+\Delta z^2} \tag{1-2-3}$$

位移的方向为

$$\cos\alpha=\Delta x/|\Delta\boldsymbol{r}|,\quad \cos\beta=\Delta y/|\Delta\boldsymbol{r}|,\quad \cos\gamma=\Delta z/|\Delta\boldsymbol{r}| \tag{1-2-4}$$

应当明确，位移是描述质点位置变化的物理量，它表示的是 Δt 时间内质点位置变化的结果，而并非质点经历的实际路径。在图 1－2－1 中，曲线 $\overset{\frown}{P_1P_2}$ 所示的路径是 Δt 时间以内质点实际运动的轨道，该曲线的长度称 Δt 时间以内质点运动的**路程**，用 Δs 表示。位移与路程分别描述了在给定时间范围内，质点总体的位置改变结果与所经历的实际轨道。

讨论：

（1）位移 $\Delta\boldsymbol{r}$ 和路程 Δs 的区别与联系

位移 $\Delta\boldsymbol{r}$ 是矢量，路程 Δs 是标量，一般地，$|\Delta\boldsymbol{r}|\neq\Delta s$，当且仅当质点作单向直线运动时，$|\Delta\boldsymbol{r}|=\Delta s$。然而，在 $\Delta t\to 0$ 时，$|\Delta\boldsymbol{r}|\to\Delta s$，曲线 $\overset{\frown}{P_1P_2}$ 的长度与直线 P_1P_2 的长度趋于一致，$\lim\limits_{\Delta t\to 0}\dfrac{|\Delta\boldsymbol{r}|}{\Delta t}=\lim\limits_{\Delta t\to 0}\dfrac{\Delta s}{\Delta t}\Rightarrow$

$\dfrac{|\mathrm{d}\boldsymbol{r}|}{\mathrm{d}t}=\dfrac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}t}$，即

$$|d\boldsymbol{r}| = ds \tag{1-2-5}$$

（2） $|\Delta \boldsymbol{r}|$与 Δr 的联系与区别

$|\Delta \boldsymbol{r}|$是位移矢量的大小，在直角坐标系中，$|\Delta \boldsymbol{r}| = |\boldsymbol{r}_2 - \boldsymbol{r}_1| = \sqrt{\Delta x^2 + \Delta y^2 + \Delta z^2}$，而 Δr 表示位置矢量大小的增量，即 $\Delta r = |\boldsymbol{r}_2| - |\boldsymbol{r}_1| = \sqrt{x_2^2 + y_2^2 + z_2^2} - \sqrt{x_1^2 + y_1^2 + z_1^2}$，前者是矢量差的大小，后者是矢量大小的差。一般地，$|\Delta \boldsymbol{r}| \neq \Delta r$。即使在 $\Delta t \to 0$ 的情况下两者也不相等，即 $|d\boldsymbol{r}| \neq dr$。可以证明：$dr = |d\boldsymbol{r}|\cos\theta = \boldsymbol{e}_r \cdot d\boldsymbol{r}$，$\boldsymbol{e}_r$ 为位置矢量 $\boldsymbol{r}$ 的单位矢量，即 $\boldsymbol{r} = r\boldsymbol{e}_r$。下面对此进行分析。

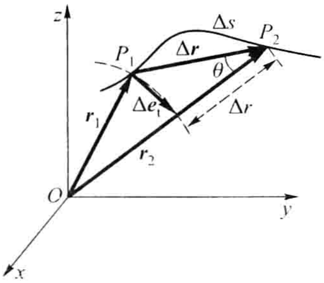


图 1-2-2 位移与路程

视频 1-3 牛奶皇冠

如图 1-2-2 所示，如果将位移矢量 $\Delta \boldsymbol{r}$ 沿$\boldsymbol{e}_r$ 方向和$\boldsymbol{e}_r$ 的法线方向分解，即

$$\Delta \boldsymbol{r} = \Delta r\, \boldsymbol{e}_r + \Delta \tau\, \boldsymbol{e}_t$$

这里 $\boldsymbol{e}_t$ 表示位置矢量法线方向的单位矢量，则位移矢量的模为

$$|\Delta \boldsymbol{r}| = \sqrt{(\Delta r)^2 + (\Delta \tau)^2}$$

在 $\Delta t \to 0$ 的情况下有 $\Delta r = |\Delta \boldsymbol{r}|\cos\theta$，即

$$dr = |d\boldsymbol{r}|\cos\theta = \boldsymbol{e}_r \cdot d\boldsymbol{r} \tag{1-2-6}$$

可见，仅在 $\theta = 0$ 的情况下，才有 $|d\boldsymbol{r}| = dr$。

二、速度与速率

描述质点的运动，不仅需要知道质点的位移或路程，还需要知道发生这段位移或路程的快慢。速度就是描述质点运动快慢和运动方向的物理量。

1. 平均速度

设质点在 t 到 $t + \Delta t$ 时间间隔内，发生了位移 $\Delta \boldsymbol{r}$，我们把 $\Delta \boldsymbol{r}$ 与 Δt 的比值，定义为质点在这段时间内的**平均速度**，用 $\overline{\boldsymbol{v}}$ 表示，即

$$\overline{\boldsymbol{v}} = \frac{\Delta \boldsymbol{r}}{\Delta t} \tag{1-2-7}$$

在直角坐标中，

$$\overline{\boldsymbol{v}} = \frac{\Delta \boldsymbol{r}}{\Delta t} = \frac{\Delta x}{\Delta t}\boldsymbol{i} + \frac{\Delta y}{\Delta t}\boldsymbol{j} + \frac{\Delta z}{\Delta t}\boldsymbol{k} = \overline{v}_x\boldsymbol{i} + \overline{v}_y\boldsymbol{j} + \overline{v}_z\boldsymbol{k} \tag{1-2-8}$$

其中，$\overline{v}_x$、$\overline{v}_y$、$\overline{v}_z$ 分别表示平均速度在三个坐标轴 x、y、z 上的分量。

平均速度是位置矢量在 Δt 时间内的平均变化率，也是矢量，它的方向与位移 $\Delta \boldsymbol{r}$ 的方向相同，大小为

$$|\overline{\boldsymbol{v}}| = \left|\frac{\Delta \boldsymbol{r}}{\Delta t}\right| = \sqrt{\overline{v}_x^2 + \overline{v}_y^2 + \overline{v}_z^2} \tag{1-2-9}$$

2. 瞬时速度

用平均速度反映质点运动的快慢程度是比较粗糙的，它反映的只是位矢在一段时间内的平均变化快慢。要精确地知道质点在某一时刻或某一位置的运动快慢，应使 $\Delta t \to 0$，因此，我们定义平

均速度的极限值为瞬时速度，简称速度，以反映位矢瞬时变化快慢。用 $\boldsymbol{v}$ 表示，即

$$\boldsymbol{v}=\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta \boldsymbol{r}}{\Delta t}=\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t} \qquad (1-2-10)$$

在直角坐标中，

$$\boldsymbol{v}=\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{i}+\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{j}+\frac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{k}=v_x\boldsymbol{i}+v_y\boldsymbol{j}+v_z\boldsymbol{k} \qquad (1-2-11)$$

速度是位矢对时间的变化率，同样也是矢量，其方向为 $\Delta t\to 0$ 时位移矢量 $\Delta\boldsymbol{r}$ 的极限方向。如图 1－2－3 所示，当 $\Delta t\to 0$ 时，位移 $\Delta\boldsymbol{r}$ 的极限方向就是轨道的切线方向（通常用 $\boldsymbol{e}_t$ 表示轨道的切线方向的单位矢量），即速度的方向沿该点处轨道的切线并指向质点前进的方向。速度的大小为

$$|\boldsymbol{v}|=\left|\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t}\right|=\sqrt{\left(\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}\right)^2+\left(\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t}\right)^2+\left(\frac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}t}\right)^2}=\sqrt{v_x^2+v_y^2+v_z^2} \qquad (1-2-12)$$

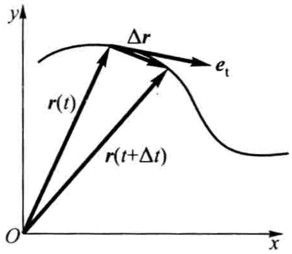


图 1－2－3　速度方向

动画 1－4　速度方向

3. 平均速率与速率

在 Δt 时间间隔内，质点运动的路程 Δs 与 Δt 的比值，称为**平均速率**。用 $\bar{v}$ 表示，即

$$\bar{v}=\frac{\Delta s}{\Delta t} \qquad (1-2-13)$$

当 $\Delta t\to 0$ 时，$\Delta s/\Delta t$ 的极限称为**瞬时速率**，简称速率，用 v 表示，即

$$v=\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta s}{\Delta t}=\frac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}t} \qquad (1-2-14)$$

平均速率与平均速度分别是用一定时间内的路程与位移来反映质点运动的快慢，前者是标量，后者是矢量；另一方面，由本节“讨论（1）”知道，在一般情况下，$|\Delta\boldsymbol{r}|\neq\Delta s$，所以，$|\bar{\boldsymbol{v}}|=\frac{|\Delta\boldsymbol{r}|}{\Delta t}\neq\frac{|\Delta s|}{\Delta t}=\bar{v}$，即平均速度的大小不等于平均速率。例如，某质点沿一闭合路径运动一周，显然，质点的位移为零，因此平均速度为零，而路程不为零，则平均速率不等于零。当且仅当质点作单向直线运动时 $|\Delta\boldsymbol{r}|=\Delta s$，此时，$|\bar{\boldsymbol{v}}|=\bar{v}$。

由式（1－2－5）知 $|\mathrm{d}\boldsymbol{r}|=\mathrm{d}s$，因此，$|\boldsymbol{v}|=\frac{|\mathrm{d}\boldsymbol{r}|}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{d}s}{\Delta t}=v$，这表明速度的大小等于速率。事实上，正因为如此，习惯上把速度的大小称为速率。

4. 自然坐标系下的速度

在自然坐标系中，由于质点运动轨道已知，其运动方程通常采用 $s=s(t)$ 来表示，下面讨论在自然坐标系下速度的表达式。

按速度的定义 $\boldsymbol{v}=\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t}$，一方面由式（1－2－5）知道 $|\mathrm{d}\boldsymbol{r}|=\mathrm{d}s$，另一方面，$\mathrm{d}\boldsymbol{r}$ 的方向为 $\Delta t\to 0$ 时位移 $\Delta\boldsymbol{r}$ 的极限方向，即轨道的切线方向，如图1－2－3所示。用 $\boldsymbol{e}_t$ 表示轨道的切线方向的单位矢量，则 $\mathrm{d}\boldsymbol{r}=\mathrm{d}s\boldsymbol{e}_t$。因此，在自然坐标系中，速度可以表示为

$$\boldsymbol{v}=\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{e}_t=v\boldsymbol{e}_t \qquad (1-2-15)$$

可见，在自然坐标系下，直观地表示出了矢量的大小和方向。

三、加速度

1. 平均加速度与加速度

位矢 $\boldsymbol{r}$ 和速度 $\boldsymbol{v}$ 是确定质点运动状态的物理量，即如果已知质点的位矢 $\boldsymbol{r}$ 和速度 $\boldsymbol{v}$，则质点的运动状态就确定了。然而，为反映质点运动状态的变化，还需要引入加速度。加速度是反映质点的速度矢量随时间变化快慢的物理量。

在一般曲线运动中，质点的速度是随时间变化的，这个变化可以是大小的变化，也可以是方向的变化，或者速度的大小和方向都发生变化。如图1－2－4所示，设质点在 Δt 时间内沿某一轨道由 P_1 点运动至 P_2 点，速度由 $\boldsymbol{v}_1$ 变化为 $\boldsymbol{v}_2$，其速度增量为 $\Delta\boldsymbol{v}=\boldsymbol{v}_2-\boldsymbol{v}_1$，与平均速度的定义类似，将 $\Delta\boldsymbol{v}$ 与 Δt 的比值定义为在这段时间以内质点的平均加速度，用 $\overline{\boldsymbol{a}}$ 表示，即

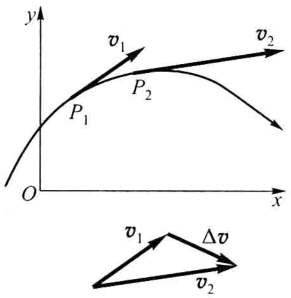


图1－2－4　加速度

$$\overline{\boldsymbol{a}}=\frac{\Delta\boldsymbol{v}}{\Delta t} \qquad (1-2-16)$$

平均加速度的方向为其速度增量的方向，与速度本身的方向没有必然的联系。

平均加速度只能粗略地反映 Δt 时间内质点速度的变化情况，当 $\Delta t\to 0$ 时，平均加速度的极限值称为**瞬时加速度**，简称**加速度**，用 $\boldsymbol{a}$ 表示，即

$$\boldsymbol{a}=\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta\boldsymbol{v}}{\Delta t}=\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{v}}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{d}^2\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t^2} \qquad (1-2-17)$$

可见，加速度是速度对时间的一阶导数，亦即位矢对时间的二阶导数。

加速度反映了在某一时刻或某一位置处质点的速度随时间的变化率，其方向为 $\Delta t\to 0$ 时质点速度增量的极限方向。质点作一般曲线运动时，加速度的方向总是指向轨道曲线凹侧一方，如图1－2－5所示。

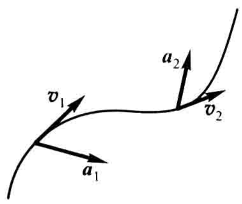


图1－2－5　加速度的方向

在直角坐标系下，加速度可以表示为

$$\boldsymbol{a}=a_x\boldsymbol{i}+a_y\boldsymbol{j}+a_z\boldsymbol{k}$$