



品牌教辅

孟建平 主编

教案·学案

数 学

教师用书

九年级全



ZH



浙江教育出版社

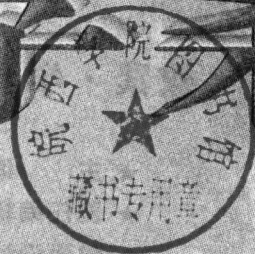
教师用书

品牌教辅



教案·学案

数 学



九年级全

孟建平主编



浙江教育出版社·杭州

图书在版编目(CIP)数据

教案·学案. 数学. 九年级 : 全一册 / 孟建平主编
— 杭州 : 浙江教育出版社, 2012.9
教师用书
ISBN 978-7-5536-0057-4

I. ①教… II. ①孟… III. ①中学数学课—教案(教育)—初中 IV. ①G633

中国版本图书馆CIP数据核字(2012)第213734号

教案·学案 数学 九年级全(教师用书)

- ★ 主 编: 孟建平
- ★ 责任编辑: 金燕峰
- ★ 封面设计: 韩 波
- ★ 责任印务: 温劲风
- ★ 责任校对: 郑德文
- ★ 图文制作: 杭州星云光电图文制作工作室
- ★ 出版发行: 浙江教育出版社
(杭州市天目山路40号 邮编 310013)
- ★ 印 刷: 诸暨中天印务包装有限公司
- ★ 开 本: 850×1168 1/16
- ★ 印 张: 23
- ★ 字 数: 1049 千
- ★ 版 次: 2012年9月第1版
- ★ 印 次: 2012年9月第1次
- ★ 标准书号: ISBN 978-7-5536-0057-4
- ★ 定 价: 49.00 元
- ★ 联系电话: 0571-85170300-80928
- ★ e-mail: zjjy@zjcb.com 网址: www.zjeph.com



多年的梦想,多年的努力,我们不断优化,我们不断创新。现在,“孟建平系列丛书”已成为中小学教辅图书中具有相当知名度的品牌。其中,“教案·学案”更是一套深受广大师生喜爱的品牌图书。

随着新课程教学改革的进一步深化,教学形势不断发展,教学理念不断更新,教学信息和资源也不断丰富。如今,无论是教师还是学生,都迫切需要一套行之有效的教辅书籍,让它来导引自己紧跟课改的步伐,避免迷失在信息的“海洋”中。为了给广大师生提供一套适应当前教学改革形势的教辅书籍,我们再次组织数十名一线高级教师,依据不断优化,不断创新的思路,本着更详细,更实用,更贴近教师、学生实际的宗旨,对这套“教案·学案”丛书作了全面修订。

丛书的特点主要体现在以下几个方面:

1. 独特性 丛书的编写体例与众不同,栏目设置力求合理、科学。丛书的核心栏目为“课堂教与学互动设计”。丛书注重师生教与学互动设计,突出可操作性,把课堂作为师生对话的平台,注重问题情境的创设,设计了大量引导学生自主学习、合作学习、探究性学习的活动,突出学生学习的主体性。教师用书按课堂教学程序设计,有大量精辟的说明、建议、点评,有利于充分发挥教师在教学中的主导作用,可以作为教师备课的有效参考,尤其是有助于新教师尽快把握教学重点和难点。学生用书的流程设计始终注重凸现学习过程中的发现、探索、研究等认知活动,使学习过程成为学生发现问题、分析问题、解决问题的过程;构建旨在培养学生创新精神和实践能力的学习方式,以达到轻松学习、快乐学习的目的。

2. 实用性 丛书可供师生在课堂内外使用,课堂补充例题及随堂练习的设置可使教师省却课件(或小黑板)的制作时间,从而大大提高课堂教学效率;每课时详细的知识点的讲解可使学生在课堂上把主要精力放在听讲上,课后又可仔细、反复研读知识讲解,从而提升学习效果。

3. 精细性 丛书在对教学内容进行讲解时力求精辟、详细,真正体现围绕重点、突破难点、引发思考、启迪思维,并根据考点要求精讲精析,使学生能举一反三、触类旁通。

4. 系统性 丛书的课时安排与教学要求完全一致,注重知识的系统性与完整性。丛书以课时为单位配置课堂例题、随堂练习及课外训练题。所选例题习题紧扣教材,以中考为风向标,不断更新有关内容,力求使所有的题目无论是在内容还是在形式上都有新意。

丛书的作者都是教学经验丰富,一直在一线任教的名师。有名师成功的经验,全情投入的编写,编委会精心的策划、组织,以及出版社认真负责的编辑工作作保证,相信本丛书会是你的理想选择。

囿于水平及时间,书中错误与不妥之处在所难免。恳请专家、读者不吝赐教,使丛书更趋完善。

丛书编写组

目录

CONTENTS

上册

第一章 反比例函数	(001)
第1课时 1.1 反比例函数(一)	(001)
第2课时 1.1 反比例函数(二)	(006)
第3课时 1.2 反比例函数的图象和性质(一)	(011)
第4课时 1.2 反比例函数的图象和性质(二)	(017)
第5课时 1.3 反比例函数的应用	(023)
第6课时 本章复习	(030)
第二章 二次函数	(037)
第1课时 2.1 二次函数	(037)
第2课时 2.2 二次函数的图象(一)	(043)
第3课时 2.2 二次函数的图象(二)	(049)
第4课时 2.2 二次函数的图象(三)	(056)
第5课时 2.3 二次函数的性质	(062)
第6课时 2.4 二次函数的应用(一)	(069)
第7课时 2.4 二次函数的应用(二)	(076)
第8课时 2.4 二次函数的应用(三)	(084)
第9课时 本章复习(一)	(093)
第10课时 本章复习(二)	(101)
第三章 圆的基本性质	(108)
第1课时 3.1 圆(一)	(108)
第2课时 3.1 圆(二)	(113)
第3课时 3.2 圆的轴对称性(一)	(118)
第4课时 3.2 圆的轴对称性(二)	(123)
第5课时 3.3 圆心角(一)	(128)
第6课时 3.3 圆心角(二)	(132)
第7课时 3.4 圆周角(一)	(137)
第8课时 3.4 圆周角(二)	(142)
第9课时 3.5 弧长及扇形的面积(一)	(147)
第10课时 3.5 弧长及扇形的面积(二)	(152)
第11课时 3.6 圆锥的侧面积和全面积	(158)
第12课时 本章复习(一)	(163)
第13课时 本章复习(二)	(168)

第四章 相似三角形	(174)
第 1 课时 4.1 比例线段(一)	(174)
第 2 课时 4.1 比例线段(二)	(179)
第 3 课时 4.1 比例线段(三)	(184)
第 4 课时 4.2 相似三角形	(189)
第 5 课时 4.3 两个三角形相似的判定(一)	(194)
第 6 课时 4.3 两个三角形相似的判定(二)	(200)
第 7 课时 4.4 相似三角形的性质及其应用(一)	(207)
第 8 课时 4.4 相似三角形的性质及其应用(二)	(213)
第 9 课时 4.5 相似多边形	(219)
第 10 课时 本章复习(一)	(225)
第 11 课时 本章复习(二)	(230)

下 册

第一章 解直角三角形	(239)
第 1 课时 1.1 锐角三角函数(一)	(239)
第 2 课时 1.1 锐角三角函数(二)	(244)
第 3 课时 1.2 有关三角函数的计算(一)	(249)
第 4 课时 1.2 有关三角函数的计算(二)	(254)
第 5 课时 1.3 解直角三角形(一)	(259)
第 6 课时 1.3 解直角三角形(二)	(265)
第 7 课时 1.3 解直角三角形(三)	(271)
第 8 课时 本章复习	(278)
第二章 简单事件的概率	(287)
第 1 课时 2.1 简单事件的概率(一)	(287)
第 2 课时 2.1 简单事件的概率(二)	(293)
第 3 课时 2.2 估计概率	(298)
第 4 课时 2.3 概率的简单应用	(303)
第 5 课时 本章复习	(308)
第三章 直线与圆、圆与圆的位置关系	(315)
第 1 课时 3.1 直线与圆的位置关系(一)	(315)
第 2 课时 3.1 直线与圆的位置关系(二)	(320)
第 3 课时 3.1 直线与圆的位置关系(三)	(327)
第 4 课时 3.2 三角形的内切圆	(332)
第 5 课时 3.3 圆与圆的位置关系	(338)
第 6 课时 本章复习	(343)
第四章 投影与三视图	(350)
第 1 课时 4.3 简单物体的三视图(一)	(350)
第 2 课时 4.3 简单物体的三视图(二)	(355)
第 3 课时 本章复习	(359)



上册

第一章

反比例函数

单元导航

在学习函数的概念及一次函数的图象与性质的基础上,进一步探究反比例函数的图象及其性质.当两个变量的乘积一定时,两个变量之间的关系是反比例函数关系.在现实生活和生产实践中,很多问题需要我们进一步运用反比例函数的性质去解决.探究反比例函数的图象和性质与探究一次函数的图象和性质有类似之处,但它们的图象之间有本质不同,学习时既要注意联系,又要重视区别.

本章课时安排:

1.1 反比例函数	2 课时
1.2 反比例函数的图象与性质	2 课时
1.3 反比例函数的应用	1 课时
本章复习	1 课时

第1课时 1.1 反比例函数(一)



教学目标

知识目标

1. 结合具体情境,体会反比例函数的意义,掌握反比例函数的一般形式.
2. 能根据条件判断两个变量是否具有反比例函数关系.
3. 能根据题意列出反比例函数关系式并解答有关问题.

能力目标 进一步提高探究问题、归纳问题的能力,能运用函数思想方法解决有关问题.

情感目标 增强用函数观点思考问题的意识和习惯.



教学重点难点

重点 掌握反比例函数的概念.

难点 感受反比例函数是刻画两个变量关系的一种有效模型,学生理解时有一定的难度,是本节教学的难点.



课堂教与学互动设计

【创设情境,引入新课】

一只接在 12V 电池上的汽车前灯灯泡的电阻为 30Ω ,如果改用电阻大于 30Ω 的灯泡,那么汽车前灯灯泡的亮度将发生什么变化?你能用数学方法给出解释吗?

说明:利用学生较熟悉的生活事例,巧设情境,便于激发学生的探究兴趣.

【合作交流,探究新知】

数学知识来自于我们的生活,特别是数学中的函数知识更源于生活.在小学里我们已经学过,如果两个变量的积是一个不为零的常数,我们就可以说这两个变量成反比例.

下面请同学们用所学的知识描述下列情景.

在下列实际问题中,变量间的对应关系可用怎样的函数关系式表示?

(1) 如果小明已经掌握了 150 个英文单词,现在小明

每天背 10 个单词,他所掌握的词汇总量 y (个)随天数 x (天)变化的关系式为:_____.

(2) 一辆以 60km/h 的速度匀速行驶的汽车,它行驶的距离 s (单位:km)随时间 t (单位:h)变化的关系式为:_____.

(3) 一个面积为 6cm^2 的长方形,长 y (cm)随宽 x (cm)变化的关系式为:_____.

(4) 当台灯的电压 $U=220\text{V}$ 时,流过台灯的电流 I 的大小随台灯电阻 R 变化的关系式为:_____.

(5) 公园里正方形石桌的面积 S 随它的边长 x 变化的关系式为:_____.

解 (1) $y=10x+150$; (2) $s=60t$; (3) $y=\frac{6}{x}$;
(4) $I=\frac{220}{R}$; (5) $S=x^2$.

说明:从身边例子着手,提高学习兴趣,通过师生交流,引导学生思考,并体验数学知识的产生过程.

归纳 一般地,若变量 y 与 x 成反比例,则有 $xy=k$ (k 为常数,且 $k\neq 0$),也就是说, $y=\frac{k}{x}$.

我们把函数 $y=\frac{k}{x}$ (k 为常数,且 $k\neq 0$) 叫做反比例函数(reciprocal function).这里 x 是自变量, y 是 x 的函数, k 叫做比例系数.例如,前面得到的 $y=\frac{6}{x}$, $I=\frac{220}{R}$ 都是反比例函数,其中比例系数分别为 6 和 220.

反比例函数中,自变量 x 的取值范围是什么呢?

显然,反比例函数中,自变量 x 的值不能为零.

注意:1. 反比例函数自变量 x 的取值范围是:不等于 0 的任意实数.

2. 反比例函数形式也可以表示为 $xy=k$, $y=kx^{-1}$ (k 为常数,且 $k\neq 0$).

说明:通过师生对话交流,让学生体验数学知识的产生过程.



思考 下列函数中,反比例函数有哪几个?是反比例函数的请指出其比例系数和自变量的取值范围:

$$(1) y = \frac{1}{2}x; \quad (2) y = \frac{-3}{x};$$

$$(3) y = \frac{1}{3x}; \quad (4) y = \frac{1}{x-3}.$$

解 其中(2)(3)是反比例函数,比例系数分别为 $-3, \frac{1}{3}$,自变量的取值范围为 $x \neq 0$.

说明:判断反比例函数可以从形式上为 $y = \frac{k}{x}$ 或 $x \cdot y = k$ 变量的乘积为常量来思考.

【例题解析,当堂练习】

例1 已知反比例函数 $y = \frac{6}{x}$.

(1) 说出比例系数;

(2) 求当 $x = -\frac{1}{2}$ 时函数的值;

(3) 求当 $y = \frac{2}{3}$ 时自变量 x 的值.

解 (1) 比例系数为6;

(2) 把 $x = -\frac{1}{2}$ 代入 $y = \frac{6}{x}$,得 $y = \frac{6}{-\frac{1}{2}} = -12$,即

当 $x = -\frac{1}{2}$ 时函数的值 $y = -12$;

(3) 把 $y = \frac{2}{3}$ 代入 $y = \frac{6}{x}$,得 $\frac{2}{3} = \frac{6}{x}$,

$\therefore x = 9$. 即当 $y = \frac{2}{3}$ 时自变量 x 的值为9.

说明:设计例1,旨在巩固反比例函数的概念,使学生理解两个变量之间的关系.

练习1 已知反比例函数 $y = -\frac{3}{2x}$.

(1) 说出比例系数;

(2) 求当 $x = -3$ 时函数的值;

(3) 求当 $y = 3$ 时自变量 x 的值.

解 (1) 比例系数为 $-\frac{3}{2}$;

(2) 当 $x = -3$ 时,函数的值 $y = -\frac{3}{2 \times (-3)} = \frac{1}{2}$;

(3) 当 $y = 3$ 时,得 $3 = -\frac{3}{2x}$, $\therefore x = -\frac{1}{2}$.

例2 下列关系式中的 y 是 x 的反比例函数吗?如果是,比例系数 k 是多少?

$$(1) y = \frac{x}{15}; \quad (2) y = \frac{2}{x-1};$$

$$(3) y = -\frac{\sqrt{3}}{x}; \quad (4) y = \frac{1}{x} - 3;$$

$$(5) y = \frac{\sqrt{2}-1}{x}; \quad (6) y = \frac{x}{2} + 3;$$

$$(7) y = -\frac{2}{3x}; \quad (8) y = \frac{1}{x^2}.$$

分析 引导学生充分讨论如何把函数关系式化成 $y = \frac{k}{x}$ 或 $x \cdot y = k$ 的形式,使他们了解函数关系式的变

形,知道函数关系式中比例系数的值连同前面的符号,会与函数的关系式进行比较,若对反比例函数的定义理解不深刻,则会认为(2)、(4)、(8)也是反比例函数.对于(4),等号右边不能化成 $\frac{k}{x}$ 的形式,它只能转化为 $\frac{1-3x}{x}$

的形式,此时分子已不是常数,所以它不是反比例函数,而(7)中右边分母为 $3x$,看上去和(2)类似,但它可以化

成 $-\frac{2}{x}$,即 $k = -\frac{2}{3}$,所以它是反比例函数.

解 (1)、(2)、(4)、(6)、(8)不是反比例函数;

(3)是反比例函数, $k = -\sqrt{3}$;

(5)是反比例函数, $k = \sqrt{2}-1$;

(7)是反比例函数, $k = -\frac{2}{3}$.

说明:通过这个例题,学生认识反比例函数概念的本质,提高辨别能力.

练习2 下列函数中,哪些是 y 关于 x 的反比例函数?如果是,比例系数 k 是多少?

$$(1) y = \frac{2}{3}x; \quad (2) y = \frac{2}{3x};$$

$$(3) xy = 0; \quad (4) xy + 4 = 0.$$

解 (1)(3)不是反比例函数;

(2)是反比例函数, $k = \frac{2}{3}$;

(4)是反比例函数, $k = -4$.

例3 当 k 为何值时, $y = (k^2+k)x^{k^2-k-3}$ 是反比例函数?

分析 此反比例函数要满足比例系数不为零的条件,且自变量 x 的指数为 -1 .

解 由题意得: $\begin{cases} k^2+k \neq 0 \\ k^2-k-3 = -1 \end{cases}$,

解得 $\begin{cases} k \neq 0, \text{且 } k \neq -1 \\ k_1 = 2, k_2 = -1 \end{cases}$, 则 $k = 2$.

$\therefore$ 当 $k = 2$ 时, $y = (k^2+k)x^{k^2-k-3}$ 是反比例函数.

说明:设计例3,旨在帮助学生进一步理解反比例函数的概念.

练习3 若函数 $y = mx^{m^2+m-1}$ 是反比例函数,则 $m = -1$.

练习4 已知变量 x, y 满足 $x^2 + y^2 = (x-y)^2 - 2$,则 y 是关于 x 的 (B)

A. 正比例函数

B. 反比例函数

C. 一次函数

D. 以上都不是

例4 小明家离学校1.5km,小明步行上学需 x min,那么小明步行速度 y (m/min)可以表示为 $y = \frac{1500}{x}$;水平地面上重1500N的物体,与地面的接触面积为 x m²,那么该物体对地面压强 y (N/m²)可表示为 $y = \frac{1500}{x}$;...函数关系式 $y = \frac{1500}{x}$ 还可以表示许多不同情境中变量之间的关系,请你再举1例:_____.

分析 根据反比例函数的定义列举生活实例.

解 例如,矩形的面积为1500cm²,则矩形的两边



y cm 与 x cm 的函数关系可表示为 $y = \frac{1500}{x}$.

说明:通过动手操作,检测学生课堂落实的情况并及时反馈,同时培养学生对问题的分析能力、综合运用知识的能力.

练习 5 1. 某轮船以每小时 10km 的速度从 A 港到 B 港,共用 6h.

(1) 写出时间 t (h) 与速度 v (km/h) 的函数关系式;

(2) 如果返航速度增至每小时 12km,则从 B 港返回 A 港(沿原水路)需几小时?

分析 根据 $s=vt$ 及 $v=10, t=6$ 可确定常量 $s=60$.

解 (1) $\because s=vt$ 且 $v=10, t=6, \therefore s=60$.

$\therefore vt=60$, 即 $t = \frac{60}{v}$.

(2) 当 $v=12$ 时, $t = \frac{60}{12} = 5$.

2. 已知变量 x, y 满足 $(2x-y)^2 = 4x^2 + y^2 + 6$, 则 x, y 成反比例, 说明理由.

分析 根据化简已知条件后的表达式来判断.

解 $\because (2x-y)^2 = 4x^2 + y^2 + 6, \therefore 4x^2 + y^2 - 4xy = 4x^2 + y^2 + 6$, 即 $-4xy = 6, \therefore y = \frac{-3}{2x}$, 即 x, y 成反比例.

【课堂小结】

本节课主要了解反比例函数的概念,能判断两个变量之间是否是反比例函数,会求简单实际问题中的反比例函数解析式,进一步了解变量与变量之间的对应关系,增强用函数的观点看世界的意识.



常考易错典型例题解析

典例 1 下列函数中,属于反比例函数的是 ()

A. $y = -\frac{\pi}{x}$

B. $y = \sqrt{2}x$

C. $y = -\frac{4}{x} + x$

D. $y = \frac{6}{x^2}$

错解 D

易错分析 对反比例函数的形式没有掌握.

正解 A

说明:形如 $y = \frac{k}{x}$ (k 为常数,且 $k \neq 0$) 的函数叫做反比例函数. B, C, D 三项的形式显然不符合反比例函数的解析式.

典例 2 分别指出下列反比例函数的比例系数.

(1) $y = \frac{2}{x}$

(2) $y = \frac{1}{3x}$

(3) $y = -\frac{\sqrt{3}}{\pi x}$

错解 (2) $y = \frac{1}{3x}$ 的比例系数为 1

(3) $y = -\frac{\sqrt{3}}{\pi x}$ 的比例系数为 $-\sqrt{3}$

正解 (1) $y = \frac{2}{x}$ 的比例系数为 2

(2) $y = \frac{1}{3x}$ 的比例系数为 $\frac{1}{3}$

(3) $y = -\frac{\sqrt{3}}{\pi x}$ 的比例系数为 $-\frac{\sqrt{3}}{\pi}$

说明:要说出反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ (k 为常数,且 $k \neq 0$)

的比例系数时,我们可以把该反比例函数变形为 $y = k \times \frac{1}{x}$ 的形式.例如: $y = -\frac{\sqrt{3}}{\pi x} = -\frac{\sqrt{3}}{\pi} \times \frac{1}{x}$ 这样就很容易得出比例系数为 $-\frac{\sqrt{3}}{\pi}$, 所以对比较复杂的函数解析式进行变形,它的两个变量间的关系可以一目了然地看出来.

典例 3 当某工厂生产化肥的总任务一定时,每天生产化肥的总数 y (吨)与生产的天数 x (天)之间成反比例关系,如果每天生产化肥 250 吨,那么完成总任务需 7 天.

(1) 求 y 关于 x 的函数解析式,并指出比例系数的实际意义;

(2) 若要用 5 天时间完成总任务,那么每天需要生产化肥多少吨?

错解 (1) $y = \frac{1}{x}$, 比例系数为 1, 表示生产化肥的总任务为 1.

(2) 由(1)得,当 $x=1$ 时, $y = \frac{1}{5}$, 即每天需要生产化肥 $\frac{1}{5}$ 吨.

正解 (1) 由题意,可设 y 关于 x 的函数解析式为 $y = \frac{k}{x}$ ($k \neq 0$),

把 $x=7, y=250$ 代入,得 $k=1750$.

$\therefore y$ 关于 x 的函数解析式为 $y = \frac{1750}{x}$. 比例系数为 1750, 表示该厂需生产化肥 1750 吨.

(2) 由(1)得,当 $x=5$ 时, $y = \frac{1750}{5} = 350$.

答:若要用 5 天时间完成总任务,则每天需生产化肥 350 吨.

说明:由工作总量=工作效率 $\times$ 工作时间,得出 y 关于 x 的反比例函数关系,再利用所得反比例函数的解析式求已知自变量的值时相应的函数值.

典例 4 已知函数 $y = (m+3)x^{m-10}$ 是反比例函数,则 m 的值为_____.

解析 由题意得 $\begin{cases} m^2-10=-1, \\ m+3 \neq 0, \end{cases}$ 解得 $m=+3$.

易错分析 反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ ($k \neq 0$) 也可以表示成 $y = k \times x^{-1}$, 但要注意自变量 x 的次方为 -1 时,还需满足 k 为常数,且 $k \neq 0$. 本题中,学生很容易只考虑 $m^2-10=-1$ 时, $m=\pm 3$ 的值,而把 $m+3$ 作为反比例函数的比例系数应符合不为 0 的最基本条件(即 $m \neq -3$)忽略.

正解 +3



课本习题、作业本习题解答与讲评

KEBEN XITI ZUOYEBEN XITI JIEDA YU JIANGPING

【课本作业题 P6-P7】

1. 【解答】(1) t 与 v 成反比例;

(2) l 与 r 成正比例;

(3) S 与 r 既不成正比例,也不成反比例;

(4) P 与 R 成反比例.

【讲评】 判断两个变量是否成正比例或反比例关系，需严格按照正比例函数或反比例函数的一般形式进行。

2.【解答】 (1) $y = \frac{\pi}{x}$ 是反比例函数，比例系数为 π 。

(2) $y = \sqrt{2}x$ 是正比例函数，不是反比例函数。

(3) $y = -\frac{4}{x}$ 是反比例函数，比例系数是 -4 。

(4) $y = \frac{k}{x^2}$ ($k \neq 0$) 既不是反比例函数，也不是正比例函数。

【讲评】 (1) 判断反比例函数，应注意等号左边是函数 y ，等号右边是一个分式，分子是不为零的常数 k ，分母中含有自变量 x 。

(2) 反比例函数也可写作 $y = kx^{-1}$ ， x 的指数是 -1 。

3.【解答】 (1) 比例系数是 -12 ，自变量 x 的取值范围是 $x \neq 0$ 的全体实数。

(2) 当 $x = -3$ 时， $y = -\frac{12}{x} = -\frac{12}{-3} = 4$ 。

(3) 当 $y = -\sqrt{3}$ 时， $-\sqrt{3} = -\frac{12}{x}$ ，解得 $x = 4\sqrt{3}$ 。

【讲评】 解答这类题目，一定要深刻理解反比例函数的表达形式，要对形式中的比例系数的要求有深刻的认识，代入时要仔细，只有这样才能灵活应对，融会贯通。

4.【解答】 由题意，得 $vt = 200$ ，即 $v = \frac{200}{t}$ ，

$\therefore v$ 关于 t 的函数关系式为 $v = \frac{200}{t}$ 。

当 $t = 1.8$ h 时，则 $v = \frac{200}{1.8} \approx 111$ km/h。

答： v 关于 t 的函数关系式是 $v = \frac{200}{t}$ ，当汽车行驶全程用了 1.8 h，则汽车的平均速度约为 111 km/h。

【讲评】 “速度 $\times$ 时间 = 路程”是解决本题的关键，在书写反比例函数时，一般应写成 $y = \frac{k}{x}$ 的形式，并同时注意 t 是自变量， v 是因变量。

5.【解答】 (1) 由物理学知识可知，动力 $\times$ 动力臂 = 阻力 $\times$ 阻力臂，

$\therefore pd = 250 \times 1.2$ 即 $pd = 300$ ， $\therefore p$ 关于 d 的函数解析式是 $p = \frac{300}{d}$ 。

(2) 把 $d = 2.4$ 代入 $p = \frac{300}{d}$ ，得 $p = \frac{300}{2.4} = 125$ (N)。

答：若 $d = 2.4$ m，则杆的另一端所加压力为 125 N。

【讲评】 本题是一道跨科综合题，以物理中动力 $\times$ 动力臂 = 阻力 $\times$ 阻力臂的知识构建函数模型，并用数学知识处理物理学的问题，是中考的一类新型创新题。

6.【解答】 x, y 成反比例，理由如下：

$\therefore (x+y)^2 = x^2 + y^2 - 2$ ， $\therefore x^2 + 2xy + y^2 = x^2 + y^2 - 2$ ，

$\therefore 2xy = -2$ ， $\therefore y = -\frac{1}{x}$ 。

$\therefore$ 它符合反比例函数的一般形式， $\therefore x, y$ 成反比例。

【讲评】 一般地，形如 $y = \frac{k}{x}$ (k 为常数，且 $k \neq 0$) 的函数叫做反比例函数，因此，要判断两个变量是否构成一个反比例函数，主要看它能否转化成形如 $y = \frac{k}{x}$ (k 为常数，且 $k \neq 0$) 的形式。

【作业本习题(1) P1-P2】

1.【解答】 如下表：

函数	$y = \frac{x}{3}$	$y = \frac{3}{x}$	$y = \frac{1}{2x}$	$y = \frac{-\pi}{x}$	$y = \frac{5}{x^2}$
是否为反比例函数	不是	是	是	是	不是
比例系数	/	3	$\frac{1}{2}$	$-\pi$	/

【讲评】 (1) 判断反比例函数，等号左边是函数，等号右边是一个分式，分子是不为零的常数 k ，分子中含有自变量 x 。

(2) 反比例函数也可写作 $y = kx^{-1}$ ， x 的指数是 -1 。

(3) 形如 $y = \frac{k}{x}$ (k 为常数，且 $k \neq 0$) 的函数叫做反比例函数， k 叫做比例系数。

2.【解答】 反比例函数 $y = -\frac{3}{2x}$ 中，自变量 x 的取值范围是 $x \neq 0$ 的全体实数把 $x = -6$ 代入 $y = -\frac{3}{2x}$ ，得 $y = -\frac{3}{2 \times (-6)} = \frac{1}{4}$ 把 $y = \frac{3}{2}$ 代入 $y = -\frac{3}{2x}$ ，得 $\frac{3}{2} = -\frac{3}{2x}$ ，解得 $x = -1$ 。

3.【解答】 本题答案不唯一，设所写出的一个反比例函数为 $y = \frac{12}{x}$ 。

(1) 把 $x = 4$ 代入 $y = \frac{12}{x}$ ，得 $y = \frac{12}{4} = 3$ ；

(2) 把 $y = 8$ 代入 $y = \frac{12}{x}$ ，得 $8 = \frac{12}{x}$ ，解得 $x = \frac{3}{2}$ ；

(3) 把 $x = 2a$ ， $y = -4$ 代入 $y = \frac{12}{x}$ ，得 $-4 = \frac{12}{2a}$ ，解得 $a = -\frac{3}{2}$ 。

4.【解答】 (1) $\because A, B$ 两地相距 120 km，

$\therefore$ 来回 A, B 两地的路程为 240 km。

又 $\because$ 路程 = 平均速度 $\times$ 时间， $\therefore 240 = vt$ ，即 $v = \frac{240}{t}$ ($t > 0$)；

$\therefore v$ 关于 t 的函数关系式是 $v = \frac{240}{t}$ ($t > 0$)。

(2) 当 $t = 3.2$ 时， $v = \frac{240}{3.2} = 75$ (km/h)。

答：这辆汽车行驶的平均速度是 75 km/h。

5.【解答】 (1) 由题意，长方体的高 x 是底面积 S 的反比例函数，

即 $V = Sx$ ，得 $S = \frac{V}{x}$ 。

由题意，得 $V = 600$ ， $\therefore S$ 关于 x 的函数解析式是 $S = \frac{600}{x}$ 。

(2) 由题意，得长方体底面边长 a 与另一边长 b 成反比例。

$\therefore ab = 300$ ，即 $a = \frac{300}{b}$ ， $\therefore a$ 关于 b 的函数解析式为 $a = \frac{300}{b}$ 。

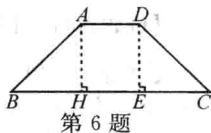
【讲评】 本题也是一道学科内综合性题目，通过长方体的体积和表面积公式构建函数模型，并用数学知识



解决实际问题,解此类题应熟练掌握特殊图形的面积、体积、周长等公式.

6.【解答】(1)由题意,得 $S_{\text{梯形}ABCD} = \frac{1}{2}(AD+BC) \times AH$, 即 $8 = \frac{1}{2} \times a \times h$, 即 $a = \frac{16}{h}$, 自变量 h 的取值范围是 h 取大于 0 的全体实数.

(2)如图,过点 A, D 分别作 $AH \perp BC, DE \perp BC$, 垂足分别为 H, E , 由梯形 $ABCD$ 是等腰梯形, 且 $AH=2, \angle B=45^\circ, \therefore AB=DC$



$=2\sqrt{2}\text{cm}$, 又 $\because h=2, \therefore a = \frac{16}{h} = \frac{16}{2} = 8\text{cm}$, 即 $AD+BC=8\text{cm}$, $\therefore$ 梯形 $ABCD$ 的周长为 $(8+4\sqrt{2})\text{cm}$.

【讲评】写反比例函数解析式时,应结合实际问题及由其抽象的问题的特征,分析清楚两个变量之间的函数关系,特别是像本题中应根据图形的特征,确定两个变量之间存在什么关系,另外要注意自变量的取值范围.



课外同步一课四练

KEWAI TONGBU YIKU SILIAN

【基础知识、基本题型过关训练】

1. 下列函数中,属于反比例函数的是 (C)

A. $y = \frac{x}{\pi}$ B. $y = \frac{1}{x} + 2$ C. $y = -\frac{\sqrt{3}+1}{x}$ D. $y = \frac{x}{3}$

2. 反比例函数 $y = -\frac{\sqrt{2}}{3x}$ 的比例系数是 (D)

A. $\sqrt{2}$ B. $-\sqrt{2}$ C. $\frac{\sqrt{2}}{3}$ D. $-\frac{\sqrt{2}}{3}$

3. 若函数 $y = x^{2m-1}$ 为反比例函数,则 m 的值是 (B)

A. -1 B. 0 C. 1 D. $\frac{1}{2}$

4. 某种灯的使用寿命为 10000 小时,则它的可使用天数 y 与平均每天使用的小时数 x 之间的关系式为 $y = \frac{10000}{x}$.

5. 电压一定时,电阻 R 与电流强度 I 成反比例,当 $R=10(\Omega)$ 时, $I=0.3(\text{A})$, 求:

(1) I 与 R 之间的函数关系式,并指出它是什么函数关系;

(2) 当 $R=4(\Omega)$ 时的电流强度;

(3) 当 $I=0.5(\text{A})$ 时的电阻.

解 (1) $I = \frac{3}{R}$, 反比例函数; (2) $I = \frac{3}{4}(\text{A})$;

(3) $R=6(\Omega)$.

【易错易失分题针对训练】

6. 热电器的输出功率 P 与通过的电流 I , 热电器的电阻 R 之间的关系是 $P=I^2R$, 下列说法正确的是 (C)

A. P 为定值, I 与 R 成反比例

B. P 为定值, I^2 与 R 成反比例

C. P 为定值, I 与 R 成正比例

D. P 为定值, I^2 与 R 成正比例

解析 当 P 为定值时, I^2 与 R 的乘积即为定值, 由

$P=I^2R$ 得 $I^2 = \frac{P}{R}$, $\therefore I^2$ 与 R 成反比例, 故本题应选 B.

易错分析 一般地,判断两个变量是否成反比例关系,我们可从它们的乘积考虑,若两个变量 x 与 y 的乘积为常数 $k(k \neq 0)$, 则称 y 是 x 的反比例函数,表示成 $xy=k$ 或 $y = \frac{k}{x}$. 本题中学生应把 I^2 看作其中一个变量,把 R 看成自变量,否则就不能正确得出选项.

正解 B

7. 在面积一定的三角形中,已知它的两边长分别为 2.5 和 3.5, 且当一边长为 2.5 时,它的这边上的高为 4. 设第三边长为 x , 这条边的高为 y .

(1) 请判断 y 与 x 之间的函数关系;

(2) 求出 y 关于 x 的函数解析式及自变量 x 的取值范围.

解析 (1) 由该三角形的面积一定可得,其中一条边与这条边上的高的乘积为这个三角形面积的 2 倍,即 y 与 x 的乘积为定值, y 为 x 的反比例函数. (2) 三角形的面积 $= \frac{1}{2} \times 2.5 \times 4 = 5$, $\therefore \frac{1}{2}xy = 5$, 即 $y = \frac{10}{x} (1 < x < 6)$, $\therefore$ 所求 y 关于 x 的函数解析式为 $y = \frac{10}{x}$, 自变量 x 的取值范围为 $1 < x < 6$.

易错分析 本题不仅考查了反比例函数的定义,还考查了反比例的函数解析式及在实际问题中的自变量的取值范围. 这里,三角形的三条边长分别为 2.5, 3.5, x , $\therefore x$ 的取值范围是 $1 < x < 6$, 解题时,学生要抓住三角形的面积这个常量.

【全真中考、期末统考题实战训练】

8. (台州市中考题)函数 $y = -\frac{1}{x}$ 的自变量 x 的取值范围是 $x \neq 0$.

9. (杭州市下城区期末统考题)下列函数表达式中,表示 y 是 x 的反比例函数的是 (D)

A. $y = x^2 + 2$ B. $y = 2x$ C. $y = x + 2$ D. $y = \frac{2}{x}$

10. (杭州市余杭区期末统考题)已知反比例函数 $y = -\frac{12}{x}$, 当 $x=3$ 时,函数值为 (A)

A. -4 B. 4 C. -3 D. 3

11. (金华市婺城区期末统考题)函数 $y = \frac{3}{1+x}$ 的自变量 x 的取值范围是 (A)

A. $x \neq -1$ B. $x \neq 0$ C. $x > -1$ D. $x \neq 1$

12. (金华市金东区期末统考题)在函数 $y = \frac{1}{x+2}$ 的表达式中,自变量 x 的取值范围是 $x \neq -2$.

【拓展拔高题培优训练】

13. 在平面直角坐标系 Oxy 中,直线 $y = -x$ 绕点 O 顺时针旋转 90° 得到直线 L , 直线 L 与反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的图象的一个交点为 $A(a, 3)$, 试确定反比例函数的解析式.

解 $\because$ 直线 $y = -x$ 绕点 O 顺时针旋转 90° 得到直线 L , $\therefore$ 直线 L 的解析式为 $y = x$. $\therefore$ 把点 $A(a, 3)$ 分别代入 $y = x$ 和 $y = \frac{k}{x}$ 得 $\begin{cases} a=3, \\ k=3a, \end{cases}$ 解得 $k=9$. $\therefore$ 所求反比例函数解析式为 $y = \frac{9}{x}$.



第2课时 1.1 反比例函数(二)

教学目标

知识目标

1. 通过实例进一步加深对反比例函数的认识,能结合具体情境,体会反比例函数的意义,理解比例系数 k 的具体意义.

2. 能根据条件确定反比例函数解析式.

能力目标 培养学生熟练运用待定系数法求反比例函数解析式的能力.

情感目标 体会数学建模思想的应用.

教学重点难点

重点 根据条件,求反比例函数的解析式.

难点 课本例3既要科学学科的知识,又要用不等式知识,学生不易理解,是本节教学的难点.

课堂教与学互动设计

【创设情境,引入新课】

同学们,有没有兴趣猜猜老师口袋里有多少钱啊?

老师给大家一个提示,单价为2元的笔,老师的钱能买到150支.

真棒!如果老师用这些钱去买另一种笔,那就只能买60支,这种笔的单价是多少呢?

真聪明!同学们能够轻松地算出老师口袋里钱的总数和笔的单价,说明同学们的数学基础打得很扎实.那么,大家有没有信心挑战九年级的数学内容啊!有!好,让我们带着愉快的心情,必胜的信心走进精彩的数学世界!

说明:利用现实生活中学生熟悉的事例感受函数的应用,从而激发学生探究反比例函数的积极性.

【合作交流,探究新知】

做一做

y 是关于 x 的正比例函数,当 $x=2$ 时, $y=4$,求 y 关于 x 的函数解析式和自变量 x 的取值范围.

1. 学生练习,投影展示.

2. 教师总结,这种求函数解析式的方法就是以前所学的待定系数法.

师生共同回顾用待定系数法求函数解析式的具体步骤:①设所求的函数解析式;②把已知的自变量与函数的对应值代入解析式;③求出待定的系数;④写出解析式,教师板书“设、代、求、写”.

同学们,其实刚刚大家算老师钱的总数时,已经不知不觉地运用了待定系数法.老师用 k 表示钱的数目,用 x 表示笔的单价,用 y 表示买到笔的数量,就得到了 $y=\frac{k}{x}$ 的关系式.我说“单价为2元的笔,老师的钱能买到150支”即“当 $x=2$ 时, $y=150$ ”,大家就帮忙求得了比例系数 k .

看,数学就是这样巧妙地融入生活的!

说明:如何确定反比例函数 $y=\frac{k}{x}$ 的解析式,这是我们本节课的探究重点.可以通过让学生回忆一次函数的解析式是如何确定的思想方法,让学生自主发现如

何确定反比例函数解析式,事实上只需求出比例系数 k ,即已知一对自变量与函数的对应值,就可以求出比例系数,然后写出所求反比例函数.

【例题解析,当堂练习】

例1

移动一张课桌做功200J.所用推力记为 F (N),课桌位移记为 x (m).

(1) 做功保持不变,求 F 关于 x 的函数关系式;

(2) 若要保持使课桌移10m,做功不变,问需要多大的推力?

分析 注意本例只有当做功不变条件下, F 与 x 才是反比例函数关系.

解 (1) $\because$ 做功保持不变, $\therefore F$ 与 x 成反比例,即 $F=\frac{W}{x}$ 且 $W=200$, $\therefore F=\frac{200}{x}$.

(2) 当 $x=10$ 时, $F=\frac{200}{10}=20$ 牛.

说明:弄清问题中的数量关系是列函数关系式的关键.

练习1

在一个可以改变容积的密闭容器内,装有一定质量 m 的某种气体,当改变容积 V 时,气体的密度 ρ 也随之改变. ρ 与 V 在一定范围内满足 $\rho=\frac{m}{V}$,又测得当体积为 5m^3 时,密度为 $1.4\text{kg}/\text{m}^3$,求该气体的质量.

分析 只要将 $V=5$, $\rho=1.4$ 代入解析式即可求得质量 m 的值.

解 $\rho=\frac{m}{V}$, 当 $V=5$, $\rho=1.4$ 时, $m=\rho V=7\text{kg}$.

例2

已知 y 是 x 的反比例函数,下表给出了 x 和 y 的一些值:

x		-2	-1	$-\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	1		3
y	$\frac{2}{3}$		2				-1	

(1) 求出这个反比例函数的解析式;

(2) 根据函数解析式完成上表.

分析 从表中可知当 $x=-1$ 时, $y=2$ 的一组对应值,故可求出 k 的值,再完成(2)问.

解 (1) $\because y$ 是 x 的反比例函数,

$\therefore$ 可设 $y=\frac{k}{x}$, 把 $x=-1$, $y=2$ 代入求得 $k=-2$.

$\therefore$ 所求反比例函数的解析式为 $y=\frac{-2}{x}$.

(2) 表中第一行中 x 的值分别为 $x=-3$ 和 $x=2$; 第二行中 y 的值分别为 $y=1$, $y=4$, $y=-4$, $y=-2$, $y=-\frac{2}{3}$.

思考 表内能否增加 $x=0$ 或 $y=0$ 的值,为什么?

练习2

已知 y 与 x 成反比例,且 $x=0.25$ 时, $y=4$,求比例系数 k 的值.小明同学直接根据 $k=0.25 \times 4$ 求出 $k=1$,你说可以吗?



解 $k=1$, 可以.

说明:设计例 2 旨在巩固理解反比例函数中变量之间的对应关系和求反比例函数解析式.

例 3 已知一次函数 $y=2x-k$ 与反比例函数 $y=\frac{k+5}{x}$, 当自变量 x 取相同的值时, 函数 y 的值都为 -4 , 求 k 的值.

分析 将问题转化为解方程或方程组.

解 $\because y=2x-k$ 与 $y=\frac{k+5}{x}$ 在 x 取相同的值时,
 $y=-4$, $\therefore \begin{cases} -4=2x-k & ①, \\ -4=\frac{k+5}{x} & ②. \end{cases}$ 由 ② 得 $-4x=k+5$ ③.
 解 ①③, 得 $\begin{cases} x=-1.5, \\ k=1. \end{cases}$

说明:设计例 3 旨在综合提高求函数解析式的能力, 其中“方程”与“方程组”是函数解析式中“待定系数法”的基本工具.

练习 3 已知正比例函数 $y=ax$ 与反比例函数 $y=\frac{6-a}{x}$, 当 $x=1$ 时, 它们的函数值相同, 求 a 的值.

分析 把 $x=1$ 代入时有函数值 y 相等, 列出关于 a 的方程, 求值.

解 由题意得, $a=6-a$, $\therefore a=3$.

例 4 收音机刻度盘的波长和频率存在某种函数关系, 它们分别以米和千赫兹为单位标刻, 下面是一些对应的数值:

波长 l/m	100	300	500	1000	1500
频率 f/kHz	3000	1000	600	300	200

(1) 请仔细分析上面的数据, 猜想 f 和 l 是什么函数关系, 并直接写出 f 与 l 的函数解析式;

(2) 中央人民广播电台发送的电波波长为 469.5m , 为了能收听中央人民广播电台的节目, 则收音机的游标应调在约多少千赫兹的刻度盘上?

分析 (1) 从波长 l 与频率 f 的数据可得, $l \cdot f$ 的结果为定值 300000 , 所以 f 与 l 成反比例关系.

(2) 把 $l=469.5$ 代入关系式可求得 f 的值.

解 (1) 反比例函数, $f=\frac{300000}{l}$;

(2) 639kHz .

说明:设计例 4 旨在探究实际问题中运用反比例函数解决的事例, 体会函数的应用价值.

练习 4

某用电器的功率 $P=\frac{U^2}{R}$ (U 为电压, R 为电阻).

(1) 在什么条件下, 功率与电阻成反比例?

(2) 一只灯泡上标记着“ 220V 25W ”, 则这只灯泡内钨丝的电阻是多少? 当这只灯泡正常工作时 (电压不变), 通过钨丝的电流是多少?

解 (1) 在电压 U 为常数时, 功率与电阻成反比例.

(2) $R=1936(\Omega)$, $I=\frac{5}{44}(\text{A})$.

练习 5

在一个电路中, 同时把电压 U 和电阻 R 增大 1 倍, 则功率将怎样变化? 请说明理由.

解 功率将增大 2 倍, 理由如下: 设原来电压为 U , 电阻为 R , 则现在电压为 $2U$, 电阻为 $2R$.

$$\therefore P_{\text{现}} = \frac{(2U)^2}{2R} = \frac{4U^2}{2R} = 2 \cdot \frac{U^2}{R} = 2P_{\text{原}}.$$

【课堂小结】

本节课主要掌握怎样求反比例函数的解析式, 实质上只要求出比例系数 k 的值即可, 在解决实际问题时关键要了解变量与变量之间的关系式.

常考易错典型例题解析

典例 1 八年级科学知识告诉我们, 当压力 F 一定时, 物体所受的压强 p 与其受力面积 S 成反比例关系, 它们的关系式为 $p=\frac{F}{S}$. 当 $F=500\text{N}$ 时, 求:

- (1) p 与 S 之间的关系式及自变量 S 的取值范围;
- (2) 当 S 越来越大时, p 将发生怎样的变化?

错解 (1) 由题意得, $p=\frac{500}{S}$ ($S \neq 0$).

(2) S 越来越大, p 也越来越大.

正解 (1) 由题意得: $p=\frac{500}{S}$.

$\because S$ 表示物体的受力面积,

$\therefore S > 0$, 即自变量 S 的取值范围为 $S > 0$.

(2) $\because F$ 一定时, p 与 S 成反比例关系,

$\therefore$ 当 S 越来越大时, p 反而越来越小.

说明:这是一道与科学知识结合的典型题, 若科学知识掌握到位的话, 不难答题, 但从题中的信息我们也可以得出 p 与 S 的关系, 再结合实际情况求出自变量 S 的取值范围, 第(2)小题的解答是建立在本节第(1)小题的基础上的. 学生也可以通过取几个特殊值进行判断.

典例 2 已知 y_1 与 x 成正比例, y_2 与 x 成反比例, 设 $y=y_1+y_2$, 当 $x=2$ 时, $y=0$; $x=-1$ 时, $y=2$. 求:

(1) y 关于 x 的解析式;

(2) 当 $x=-3$ 时, y 的值;

(3) 当 $y=\frac{10}{9}$ 时, x 的值.

解析 (1) 由题意, 设 $y_1=k_1x$, $y_2=\frac{k_2}{x}$ ($k_1 \neq 0$, $k_2 \neq 0$, 且 k_1, k_2 为常数), $\therefore y=y_1+y_2=k_1x+\frac{k_2}{x}$, 将 $x=2$, $y=0$; $x=-1$, $y=2$ 两组值代入 $y=k_1x+\frac{k_2}{x}$, 得

$$\begin{cases} 0=2k_1+\frac{k_2}{2}, \\ 2=-k_1-\frac{k_2}{1}, \end{cases} \text{解得} \begin{cases} k_1=\frac{2}{3}, \\ k_2=-\frac{8}{3}, \end{cases} \therefore y=\frac{2}{3}x-\frac{8}{3x}. \quad (2)$$

$$\text{当 } x=-3 \text{ 时, } y=\frac{2}{3} \times (-3) - \frac{8}{3 \times (-3)} = -\frac{10}{9}. \quad (3)$$

当 $y=\frac{10}{9}$ 时, $\frac{2}{3}x-\frac{8}{3x}=\frac{10}{9}$, 解得 $x_1=-\frac{4}{3}$, $x_2=3$, 满足 $x \neq 0$.



易错分析 对于复合函数的解析式,也是用待定系数法求,这是本题的难点.其实,做题时如果能把复合函数分解成若干个函数,这样就可以用已学过的知识来解决.对于第(3)小题,已知 y 的值,求 x 的值,所列的方程是一个分式方程,对于分式方程而言,求出其 x 的值后都要进行检验.

典例 3 点 $P(1,a)$ 在反比例函数 $y=\frac{k}{x}$ 的图象上,它关于 y 轴的对称点在一次函数 $y=2x+4$ 的图象上,求此反比例函数的解析式.

解析 点 $P(1,a)$ 关于 y 轴的对称点为 $(-1,a)$,由题意得 $a=2\times(-1)+4=2$, $\therefore$ 点 $P(1,2)$ 在反比例函数 $y=\frac{k}{x}$ 的图象上,得 $2=\frac{k}{1}$, $\therefore k=2$,即所求反比例函数的解析式为 $y=\frac{2}{x}$.

易错分析 本题虽然只需要我们求反比例函数的解析式,即求 k 的值,但若不会求点关于坐标轴(x 轴或 y 轴)的对称点,那么看似容易的题目也会出错失分.



课本习题、作业本习题解答与讲评

KEBEN XITI ZUOYEBEN XITI JIEDA YU JIANGPING

【课本作业题 P9】

1.【解答】 -4 .把 $x=\sqrt{2}$, $y=-2\sqrt{2}$ 代入 $y=\frac{k}{x}$,得 $k=xy=\sqrt{2}\times(-2\sqrt{2})=-4$.

【讲评】 求反比例函数的比例系数时,只要把自变量和函数值同时代入解析式,就可求出比例系数.

2.【解答】 (1)当 U 为常数且 $U\neq 0$ 时,功率与电阻成反比例.

(2)将 $U=220$, $P=25$ 代入 $P=\frac{U^2}{R}$,

得 $R=\frac{U^2}{P}=\frac{220^2}{25}=1936(\Omega)$.

又 $\because I=\frac{U}{R}$, $\therefore I=\frac{220}{1936}=\frac{5}{44}(\text{A})$.

【讲评】 本题应用物理知识,当电压一定时,其功率 P 与电阻 R 成反比例,电流 I 与电阻 R 也成反比例,反比例函数与其他学科知识结合应用,已成为近几年中考热点之一,这时,把实际问题抽象成数学模型是解决问题的关键所在.

3.【解答】 功率将变为原来的2倍,理由如下:

设原来电压为 U ,电阻为 R ,则现在的电压为 $2U$,电阻为 $2R$.

根据题意,得 $P=\frac{U^2}{R}$ (P 为功率),

$\therefore P_{\text{现}}=\frac{(2U)^2}{2R}=\frac{4U^2}{2R}=2\cdot\frac{U^2}{R}=2P_{\text{原}}$.

【讲评】 根据物理学中功率、电压、电阻三者的关系式,探究当电压、电阻同时扩大相同倍数后功率是否发生变化,这是反比例函数在物理学中的应用.

4.【解答】 (1)设反比例函数的解析式为 $y=\frac{k}{x}$ ($k\neq 0$,且 k 为常数).

把 $x=-\frac{3}{4}$, $y=\frac{4}{3}$ 代入,得 $\frac{4}{3}=\frac{k}{-\frac{3}{4}}$,解得 $k=-1$.

$\therefore$ 所求函数解析式为 $y=-\frac{1}{x}$.

(2)当 $x=-\frac{2}{3}$ 时, $y=-\frac{1}{x}=-\frac{1}{-\frac{2}{3}}=\frac{3}{2}$.

【讲评】 求反比例函数的解析式时常用待定系数法,先设其解析式为 $y=\frac{k}{x}$ (k 为常数,且 $k\neq 0$),再求出 k 值即可.

5.【解答】 (1) $S_{\text{菱形}}=\frac{1}{2}l_1l_2$ (l_1, l_2 为菱形的对角线的长),

$\therefore S_{\text{菱形}}=\frac{1}{2}\times 7.5\times 8=30(\text{cm}^2)$.

根据题意, $S_{\text{菱形}}=\frac{1}{2}xy$, $\therefore y$ 关于 x 的函数解析式是 $y=\frac{60}{x}$,这是反比例函数,其比例系数是60.

(2)当 $x=5\text{cm}$ 时, $y=\frac{60}{x}=\frac{60}{5}=12(\text{cm})$,

$\therefore$ 菱形的边长为 $\sqrt{\left(\frac{5}{2}\right)^2+\left(\frac{12}{2}\right)^2}=\frac{13}{2}(\text{cm})$.

答:菱形的边长为 $\frac{13}{2}\text{cm}$.

【讲评】 确定反比例函数解析式时,应结合图形和菱形的性质,弄清楚两个变量之间的函数关系式.注意菱形的面积公式.

6.【解答】 (1)、(4)成立, (2)、(3)不成立.理由如下:

$\because y$ 是关于 x 的反比例函数, $\therefore xy$ 为定值.

$\therefore x_1y_1=x_2y_2$, $\frac{x_1}{x_2}=\frac{y_2}{y_1}$ 成立.

【作业本习题(2) P1-P2】

1.【解答】 -12 .把 $x=-3$, $y=4$ 代入反比例函数 $y=\frac{k}{x}$,

得 $4=\frac{k}{-3}$,解得 $k=-12$.

【讲评】 确定反比例函数解析式中的比例系数,常用待定系数法.由函数解析式 $y=\frac{k}{x}$ ($k\neq 0$)可知,只要确定比例系数 k 即可,因此必须寻找一对对应值代入.

2.【解答】 $\because y$ 是关于 x 的反比例函数,

$\therefore$ 设 y 关于 x 的反比例函数为 $y=\frac{k}{x}$ ($k\neq 0$),

把 $x=-2$, $y=-5$ 代入 $y=\frac{k}{x}$,得 $-5=\frac{k}{-2}$,解得 $k=10$.

$\therefore$ 函数的解析式是 $y=\frac{10}{x}$.

自变量 x 的取值范围是 $x\neq 0$ 的全体实数.

【讲评】 待定系数法是常用的求函数解析式的方法,运用待定系数法应掌握以下四点:

(1)设含有特定系数的反比例函数解析式 $y=\frac{k}{x}$;

(2)把已知条件(自变量和函数的对应值)代入解析式,得到关于特定系数的方程(组);

(3)解方程(组)求出特定系数;



(4) 将求得的待定系数的值代回所设的解析式.

3.【解答】 y 是关于 x 的反比例函数,

设所求反比例函数为 $y = \frac{k}{x} (k \neq 0)$.

把 $x = \sqrt{3}, y = -\sqrt{2}$ 代入 $y = \frac{k}{x}$, 即 $-\sqrt{2} = \frac{k}{\sqrt{3}}$, 解得 $k = -\sqrt{6}$.

$\therefore$ 函数的解析式是 $y = \frac{-\sqrt{6}}{x}$. 当 $x = \sqrt{6}$ 时, $y = \frac{-\sqrt{6}}{\sqrt{6}} = -1$.

【讲评】 要求反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的解析式, 由于该解析式中只有一个待定系数, 因此, 只需要一对自变量与函数的对应值或图象上一个点的坐标, 就可以用待定系数法代入求出反比例系数 k , 从而确定其函数解析式.

4.【解答】 (1) $\because y$ 是关于 z 的正比例函数, 比例系数是 2,

$\therefore$ 此正比例函数的解析式是 $y = 2z$.

$\because z$ 是关于 x 的反比例函数, 比例系数是 -3,

$\therefore$ 此反比例函数的解析式是 $z = \frac{-3}{x}$.

(2) 当 $z = 5$ 时, $y = 2z = 2 \times 5 = 10; x = \frac{-3}{z} = \frac{-3}{5}$.

(3) $\because y = 2z, z = \frac{-3}{x}$,

$\therefore y = 2 \times \frac{-3}{x} = -\frac{6}{x}$, 符合反比例函数的定义.

$\therefore$ 这个函数是反比例函数.

5.【解答】 (1) $\because$ 近视眼镜的度数 D (度) 与镜片焦距 S (m) 成反比例关系,

$\therefore$ 可设 D 与 S 的关系式为 $D = \frac{k}{S} (k \neq 0)$.

把 $D = 400, S = 0.25$ 代入 $D = \frac{k}{S}$, 得

$400 = \frac{k}{0.25}$, 解得 $k = 100$.

$\therefore$ 眼镜度数 D 与镜片焦距 S 之间的函数解析式是 $D = \frac{100}{S}$.

(2) 当 $S = 0.4$ 时, $D = \frac{100}{S} = \frac{100}{0.4} = 250$.

$\therefore 400 - 250 = 150$ (度)

答: 小慧所戴眼镜的度数降低了 150 度.

6.【解答】 (1) $\because$ 矩形的面积是定值,

$\therefore$ 矩形的两边长 y 与 x 成反比例.

可设 y 与 x 的反比例函数解析式为 $y = \frac{k}{x} (k \neq 0)$.

把 $x = 6, y = 8$ 代入 $y = \frac{k}{x}$, 得 $8 = \frac{k}{6}$, 即 $k = 8 \times 6 = 48$.

$\therefore y$ 关于 x 的函数解析式是 $y = \frac{48}{x}$, 这个函数是反比例函数.

比例系数的实际意义是当矩形的面积为 48cm^2 时, 矩形的一边长随另一边长的变化而变化(或该组矩形的面积都为 48cm^2).

(2) 由题意, 设矩形的一边长是 $a(\text{cm})$, 则另一边长

是 $3a(\text{cm})$.

将 $x = a, y = 3a$ 代入 $y = \frac{48}{x}$, 得 $3a = \frac{48}{a}$, 即 $3a^2 = 48$,
解得 $a_1 = 4, a_2 = -4$ (不合题意, 舍去) $\therefore 3a = 3 \times 4 = 12\text{cm}$

$\therefore$ 该矩形的周长是 $2(a + 3a) = 8a = 8 \times 4 = 32(\text{cm})$.



课外同步一课四练

KEWAI TONGBU YIKU SILIAN

【基础知识、基本题型过关训练】

1. 已知一个反比例函数 $y = \frac{k}{x} (k \neq 0)$, 当自变量取 -3 时, 函数值为 2, 那么 k 的值是 (C)

A. $-\frac{3}{2}$ B. $-\frac{2}{3}$ C. -6 D. 6

2. 已知 y 是 x 的反比例函数, 且当 $x = -2$ 时, $y = -1$, 则当 $x = -1$ 时, y 的值是 (A)

A. -2 B. 2 C. $-\frac{1}{2}$ D. $\frac{1}{2}$

3. 若某电路两端的电压保持不变, 且该电路上的用电器的电阻 $R = 100\Omega$ 时, 通过的电流 $I = 2.2\text{A}$, 则 I 与 R 的函数解析式为 $I = \frac{220}{R}$.

4. 一个矩形的面积是 10cm^2 , 相邻两边长分别为 $x\text{cm}$ 和 $y\text{cm}$, 则 y 关于 x 的函数关系式是 $y = \frac{10}{x}$.

5. 在面积一定的一组三角形中, 当三角形的一边长为 2.5cm 时, 这边上的高为 4cm , 设其中三角形的一边长为 $x\text{cm}$, 这边上的高为 $y\text{cm}$, 求 y 关于 x 的函数解析式. 这个函数是反比例函数吗? 如果是, 请指出比例系数.

解 $y = \frac{10}{x}$, 比例系数为 10.

6. 某公司计划生产一批外贸产品, 若每天加工 30 件, 则 10 天可以完成生产任务.

(1) 请问这批产品的数量是多少?

(2) 若公司每天加工 m 件, 请写出生产所需天数 n 与 m 之间的函数解析式;

(3) 公司如果准备 6 天内将所有产品加工完, 那么每天至少加工多少件?

解 (1) 300; (2) $n = \frac{300}{m}$; (3) 50.

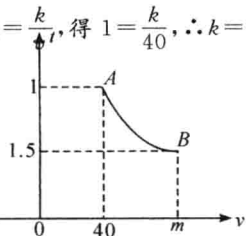
【易错易失分题针对训练】

7. 一辆汽车匀速通过某段公路, 所需时间 $t(\text{h})$ 与行驶速度 $v(\text{km/h})$ 满足函数关系 $t = \frac{k}{v}$, 其图象为如图所示的一段曲线且端点为 $A(40, 1)$ 和 $B(m, 0.5)$.

(1) 求 k 和 m 的值;

(2) 若行驶速度不得超过 60km/h , 则汽车通过该路段最少需要多少时间?

解析 (1) 将 $A(40, 1)$ 代入 $t = \frac{k}{v}$, 得 $1 = \frac{k}{40}$, $\therefore k = 40$, $\therefore$ 函数解析式为 $t = \frac{40}{v}$, 将 $B(m, 0.5)$ 代入 $t = \frac{40}{v}$, 得 $0.5 = \frac{40}{m}$, 解得 $m = 80$. (2) 当 v



第 7 题



$=60\text{km/h}$, 代入 $t=\frac{40}{v}$, 得 $t=\frac{2}{3}$, $\therefore$ 由图象可得行驶速度

不得超过 60km/h , 汽车通过该路段最少需 $\frac{2}{3}$ 小时.

易错分析 本题的意图明显, 需要学生掌握用待定系数法求(反比例)函数解析式, 然后再由反比例函数图象读出当函数值满足某一范围时, 相应的自变量范围, 反之也能从图象中得出当函数自变量在某一范围内时, 函数值的取值范围.

正解 (1) $k=40, m=80$; (2) $\frac{2}{3}$ 小时

8. 已知 y 与 x^2 成反比例, 且当 $x=-2$ 时, $y=2$, 那么当 $x=4$ 时, y 等于 (C)

A. -2 B. 2 C. $\frac{1}{2}$ D. -4

正解 C

解析 $\because y$ 与 x^2 成反比例,

$\therefore$ 设 $y=\frac{k}{x^2} (k \neq 0)$, 得 $2=\frac{k}{(-2)^2}$,

$\therefore k=8$.

$\therefore y=\frac{8}{x^2}$, 把 $x=4$ 代入 $y=\frac{8}{x^2}$, 得 $y=\frac{1}{2}$.

易错分析 正确求得反比例函数解析式是前提条件.

【全真中考、期末统考题实战训练】

9. (嘉兴市期末统考题) 近视眼镜的度数 $y(^{\circ})$ 与镜片焦距 $x(\text{m})$ 成反比例. 已知 400° 近视眼镜镜片的焦距为 0.25m , 则 y 与 x 的函数解析式是 $y=\frac{100}{x} (x>0)$.

解 $y=\frac{100}{x} (x>0)$

10. (嘉兴市期末统考题) 将 $x=\frac{3}{4}$ 代入反比例函数 $y=-\frac{1}{x}$ 式, 所得函数值记为 y_1 , 又将 $x=y_1+1$ 代入函数式, 所得函数值记为 y_2 , 再将 $x=y_2+1$ 代入函数式, 所

得函数值记为 $y_3, \dots$, 如此继续下去, 则 $y_{2010} = -\frac{1}{4}$.

解 $-\frac{1}{4}$

11. (舟山市普陀区期末统考题) 某汽车的油箱一次加满汽油 45L , 可行驶 $y\text{km}$, 设该汽车每行驶 100km 耗油 $x\text{L}$. 求 y 关于 x 的函数解析式(假设汽车能行驶至油用完).

解 $y=100 \times \frac{45}{x} \Rightarrow y=\frac{4500}{x}$.

12. (宁波·奉化、象山、宁海三县期末统考题) 在某一电路中, 保持电路两端电压不变, 电流 I (安培) 与电阻 R (欧姆) 成反比例, 当电阻 $R=5$ 欧时, 电流 $I=2$ 安.

(1) 求 I 与 R 之间的函数解析式;

(2) 当电流 $I=0.5$ 安时, 求电阻 R 的值.

解 (1) 由欧姆定律得: $I=\frac{U}{R}$. 把 $R=5, I=2$ 代入

上式得 $U=10(\text{V})$, $\therefore I=\frac{10}{R}$.

(2) 当 $I=0.5(\text{A})$ 时, $R=\frac{10}{0.5}=20(\Omega)$.

【拓展拔高题培优训练】

13. 已知函数 $y=\frac{k}{x}$ 的图象上有一点 $P(m, n)$, 且 m, n 是关于 x 的方程 $x^2-4ax+4a^2-6a-8=0$ 的两个实数根, 其中 a 是使方程有实根的最小整数, 求函数 $y=\frac{k}{x}$ 的解析式.

解 由 $\Delta=(-4a)^2-4(4a^2-6a-8) \geq 0$, 得 $a \geq -\frac{4}{3}$. 又 $\because a$ 是最小整数, $\therefore a=-1$. $\therefore$ 二次方程即为 $x^2+4x+2=0$, 又 $mn=2$, 而 (m, n) 在 $y=\frac{k}{x}$ 的图象上, $\therefore n=\frac{k}{m}$, $\therefore mn=k, k=2$, $\therefore y=\frac{2}{x}$.



第3课时 1.2 反比例函数的图象与性质(一)

教学目标

知识目标 掌握反比例函数的图象的画法,了解反比例函数的图象的性质.

能力目标 提高以数形结合的思想认识问题和解决问题的能力.

情感目标 从数与形的结合中感受体会数学的魅力,增强以数形结合思想思考问题的意识.

教学重点难点

重点 理解反比例函数的图象与性质.

难点 由于反比例函数的图象分成两支,因此画图比较复杂,是本节教学的难点.

课堂教与学互动设计

【创设情境,引入新课】

问题1:一次函数 $y=x+2$ 的图象是_____,你是怎样画出它的图象的?

问题2:作一个函数的图象一般有哪几个步骤?

说明:通过回忆一次函数图象的画法探究反比例函数图象,符合学生认知规律并有利于激发学生的探究欲望.

【合作交流,探究新知】

思考 如何画一个反比例函数的图象呢?(根据画函数图象的三个步骤来思考)

1. 作出反比例函数 $y=\frac{6}{x}$ 的图象.(师生合作完成)

(1) 列表.根据表中 x 的取值,求出对应的 y 值,填入表1-3内.请观察 x 值的取法,从中你能获得哪些经验?

x	...	-6	-5	-4	-3	-2	-1	1	2	3	4	5	6	...
y	...				-2									...

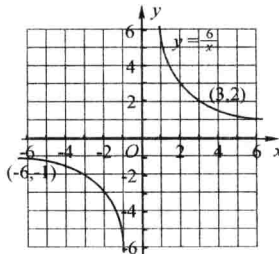
(2) 以表中各组对应值为点的坐标,在直角坐标系中描出相应的点;

(3) 先在第一象限内,按自变量由小到大的顺序,将点用光滑曲线连结,得到图象的一个分支;再在第三象限内画出图象的另一个分支.

注意:由于反比例函数的图象不是直线,因此连线时要注意顺序和光滑性.

探究

2. 如图,在图象的任一分支上任意取一些点,如 $(3,2)$, $(-6,-1)$,然后在直角坐标系中分别作出它们关于原点的对称点.你发现了什么?你认为反比例函数的图象具有怎样的对称性?



3. 在同一个直角坐标系中用描点法画出反比例函数 $y=\frac{-5}{x}$ 的图象,并比较 $y=\frac{-5}{x}$ 与 $y=\frac{6}{x}$ 的图象,概括

出反比例函数 $y=\frac{k}{x}$ ($k \neq 0$) 的图象在位置 and 对称性方面

的性质.

归纳 一般地,反比例函数 $y=\frac{k}{x}$ ($k \neq 0$) 的图象有以下性质:

反比例函数 $y=\frac{k}{x}$ ($k \neq 0$) 的图象是由两个分支组成的曲线.当 $k > 0$ 时,图象在一、三象限;当 $k < 0$ 时,图象在二、四象限.

反比例函数 $y=\frac{k}{x}$ ($k \neq 0$) 的图象关于直角坐标系的原点成中心对称.

说明:当 k 取不同的值时,通过对比反比例函数的图象,加深对反比例函数图象性质的理解,从而提高学生的认知水平,并让学生在归纳过程中体验成功的快乐.

【例题解析,当堂练习】

例1 (如图)观察函数

$y=\frac{4}{x}$ 的图象,回答下列问题:

(1) 写出 A, A' 两点的坐标: $A(\sqrt{6}, \quad), A'(-\sqrt{6}, \quad)$.

(2) 分别过点 A 和点 A' 作 x 轴的垂线,垂足分别是 B 和 B' ,问下列关系正确吗?为什么?

① $OA=OA'$ ② $\angle AOB=\angle A'OB'$

③ 点 A, O, A' 在同一直线上

解 (1) $A(\sqrt{6}, \frac{2}{3}\sqrt{6}), A'(-\sqrt{6}, -\frac{2}{3}\sqrt{6})$.

(2) 由题意可知 $OB=OB', AB=A'B', AB \perp x$ 轴, $A'B' \perp x$ 轴,

$\therefore \triangle AOB \cong \triangle A'OB'$,

$\therefore OA=OA', \angle AOB=\angle A'OB'$, 故 A, O, A' 在同一直线上.

说明:数形结合是探究函数问题最常见的方法,要引起重视.

练习1 已知反比例函数 $y=\frac{12}{x}$ 的图象上的一点

$P(a, -3)$, 点 P 关于原点 O 对称的点 $P'(c, d)$, 以下说法中错误的是 (C)

A. a 的值是 -4

B. 点 P' 必在函数 $y=\frac{12}{x}$ 的图象上

C. $c=-4, d=-3$

D. $OP=OP'$

例2 在平面直角坐标系 xOy 中,反比例函数 $y=$

$\frac{k}{x}$ 的图象与 $y=\frac{3}{x}$ 的图象关于 x 轴对称,又与直线 $y=ax+2$ 交于 $A(m, 3)$, 试确定 a 的值.

分析 先求出反比例函数的解析式,再把 $A(m, 3)$ 代入求得 m , 最后确定 a 的值.