SHU XUE

数学

ZHONG GUO SHANG
YE CHU BAN SHE

中国商业出版社

数　学

（上 册）

主　编　邓春光　张　才
副主编　银明仙

中国商业出版社

数　　学（上册）

邓春光　张　才 主 编

•

中 国 商 业 出 版 社 出 版
中国商业 出版社 中南 书社 发行
湖 南 省 长沙市 华中 印刷厂印刷

•

787×1092毫米　1/32　8.75印张　19.7千字
1989年1月第1版　1989年2月湖南第1次印刷

印　数：1—10000册　　定　价：7.40（全套价）

ISBN 7—5044—0193—5/F·120

序　言

由广东、湖北、江西、安徽、山西、湖南六省的财政、商业、粮食、物资、供销系统的中等专业学校的二十多位高级讲师和讲师合作编写的、适用于财经类中专的这套数学教材与广大读者见面了。在此，我向作者们表示衷心地祝贺！

这套教材是作者们集体智慧的结晶，是作者们多年从事财经类中专数学教学工作的经验总汇，是我国财经类中专第一套比较完整的数学教材。我以为这套教材有如下特点：

1^{0}教材力求突出理论联系实际，学以致用的原则。特别注重财经类中专本身的特点；

2^{0}在力求保持数学学科本身系统性、科学性、先进性的前提下注意到了教材内容的精选和篇幅适中；

3^{0}力求加强对学生的基本技能的训练，以增长学生分析问题、解决问题的能力；

4^{0}教材为那些学有余力而又希望进一步拓宽数学知识面的学生提供了相当数量的自学内容。

我确信这套教材的出版发行将对我国财经类中专教育的发展作出积极贡献。

方惠中　1989.3

目　录

第一章 集 合

"集合"是数学中一个重要的概念，它在现代数学中起着重要的作用。本章将介绍关于集合的一些基本概念、常用符号、集合的表示法和简单的运算。

§1.1 集合的概念

（一）集合的定义

我们常常研究据有某一特性的事物组成的集体，例如一种商品、一批产品、全体正整数等等，这些事物组成的集体都是集合。

一般说来，**集合是具有某种属性的事物的全体，或是按照某一法则进行研究的对象的全体**。把构成集合的事物或对象，称为集合的元素。

下面举几个集合的例子：

(1)1949年10月1日出生的中国人；

(2)$x^2-5x+6=0$的根；

(3)不等式$3x-2>0$的所有解组成一个集合。

从上面的例子看出，每个1949年10月1日出生的中国人都是集合(1)的元素；2和3是集合(2)的元素；凡是满足$x>\frac{2}{3}$的实数都是集合(3)的元素。

通常，我们用大写字母A，B，C，…表示集合，用小写字母a，b，c，…表示元素。如果a是集合A的元素，则记作"$a\in A$"，读作"a属于A"；如果a不是集合A的元素，则

记作$a\notin A$，读作“a不属于A”（或a不在A中）。

由数组成的集合叫做数集。常见的数集有：自然数集，用记号N表示；整数集，用记号Z表示；有理数集，用记号Q表示；实数集，用记号R表示。若数集中的元素都是正数，就在集合记号的右上角标以“+”号；若数集中的元素都是负数，就在集合记号的右上角标以”－“号。例如，正整数记作“Z^+”，负实数集记作“R^-”等等。

对于一个给定的集合，集合中的元素是确定的，就是说，我们可以判断任何对象是不是这个集合的元素。例如，由数1，2，3，4，6组成的集合记作A，显然，$4\in A$，而$5\notin A$。

对于一个给定的集合，集合中的元素是互异的，就是说，一个元素在一个集合里不能重复出现。例如，由1，3，5，7，9组成的集合，是由上述互不相同的五个数字组成的。

对于一个给定的集合，集合中的元素是无序的，也就是说，在集合里，我们不考虑元素之间的顺序。两个集合，只要元素完全相同，我们就看作是同一个集合。例如，由数1，2，3组成的集合与由数3，2，1组成的集合是同一个集合。

若一个集合的所有元素为有限多个，这个集合叫做有限集合；若集合的所有元素为无限多个，它就叫做无限集合。

只有一个元素的集合叫做单元素集，例如，$\{a\}$，$\{5\}$，$\{0\}$都是单元素集合；不含任何元素的集合叫做空集，记作$\{\ \}$或$\varnothing$。例如，方程$x^2+4=0$的所有实数根组成的集合就是空集，因为方程$x^2+4=0$在实数范围内没有解。

至少有一个元素的集合叫做非空集。

应注意，$\varnothing$与$\{0\}$是完全不同意义的两个集合，$\varnothing$是空

集，它不含任何元素；{0}是单元素集，它含有“0”一个元素。

（二）集合的表示法

集合一般有列举法和描述法。

1.列举法：按任意顺序列举出集合的所有元素，并用花括号{ }括起来。

例1 由a，b，c，d四个元素组成的集合A，可表示为

$$A=\{a, b, c, d\}$$

例2 由$x^2-5x+6=0$的根所构成的集合A，可表示为

$$A=\{2, 3\}$$

用列举法表示集合时，必须列出集合的所有元素，不得遗漏和重复。

2.描述法：把属于某个集合所具有的特定性质描述出来，写在花括号{ }内。

例3 所有自然数组成的集合可以表示为

{自然数}

例4 A为全体偶数的集合，可表示为

$$A=\{x| x=2n, n\in Z\}$$

例5 用描述法表示以下集合：

(1)方程$x^2-1=0$的所有实数根组成的集合；

(2)不等式$x-5>3$的所有解组成的集合。

解 (1)方程$x^2-1=0$的实数根组成的集合可表示为

$$\{x|x^2-1=0, x\in R\}$$

其中，$x\in R$，一般可省略不写。

(2)不等式$x-5>3$的解集可表示为：$\{x| x-5>3\}$

（三）集合与集合的关系

1.集合的包含关系

我们看两个集合：

A：{2，4，6，8，10}，

B：{2，6，8}。

发现集合B中任何一个元素都是集合A的元素。对于集合之间的这种关系，给出以下定义

定义　设有两个集合A和B，若B的每一个元素都是A的元素，则集合B叫做集合A的子集。 记作

$$A \supseteq B 或 B \subseteq A。$$

读作"A包含B"或"B包含于A"。

集合以及集合间的关系可以用图形表示。

如图1-1直观地描述了集合A与B的关系：

$A \supseteq B$ 或 $B \subseteq A$，

即B是A的子集。

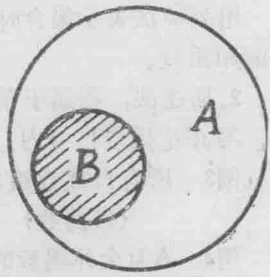

图1—1

根据子集的定义知，任何集合A都是它本身的子集，即 $A \subseteq A$。

我们还规定，空集∅是任何集合A的子集。

定义　若集合B是集合A的子集，且集合A中至少有一个元素不属于集合B，则把集合B叫做集合A的真子集、 记作

$$A \supset Z 或 B \subset A。$$

例如，$N \subset Z$，$Z \subset Q$，$Q \subset R$。

显然，空集是任何非空集合的真子集。

例1 写出集合$S=\{0,1,2,3\}$的所有的子集与真子集。

解 集合S的所有子集是：

$\varnothing$ $\{0\}$，$\{1\}$，$\{2\}$，$\{3\}$，$\{0,1\}$，$\{0,2\}$，$\{0,3\}$，$\{1,2\}$，$\{1,3\}$，$\{2,3\}$，$\{0,1,2\}$，$\{0,2,3\}$，$\{0,1,3\}$，$\{1,2,3\}$，$\{0,1,2,3\}$。

集合S的子集共有16个，其中除$\{0,1,2,3\}$外，其余15个都是S的真子集。

2.集合的相等关系

定义 对于两个集合A与B，如果$A\supseteq B$，同时$B\supseteq A$，则称集合A与集合B是相等的，记作

$$A=B$$

两个集合相等就表示这两个集合的元素完全相同，例如

$\{1,2,3,4\}=\{4,3,1,2\}$；

$\{x|\,x^2-5x+6=0\}=\{x|\,1<x<4,\ x\in Z\}$。

§1.2 集合的运算

（一）交集

定义 由集合A与集合B的所有公共元素组成的集合叫做集合A与集合B的交集，记作$A\cap B$

即 $A\cap B=\{x|\,x\in A且x\in B\}$

图1-2中的阴影部分表示集合A与集合B的交集$A\cap B$。

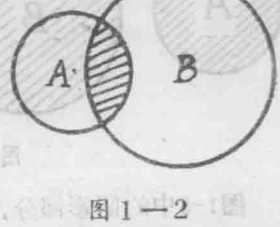

图1—2

例如，$A=\{3,5,6,8\}$

$B=\{5,7,8\}$。

容易看出，**集合{5，8}是由集合A与集合B的**所有公共元素组成的集合。即

$A\cap B=\{5,8\}$。

对于任意集合A都有：

$A\cap A=A$；$A\cap\varnothing=\varnothing$，$A\cap B=B\cap A$。

求集合的交集的运算叫做交运算。

例1　设$A=\{x\mid -1<x<1\}$，$B=\{x\mid x>0\}$

求$A\cap B$

解　$A\cap B=\{x\mid -1<x<1\}\cap\{x\mid x>0\}$

$=\{x\mid 0<x<1\}$

例2　设A＝{M银行所有存款为1000元以上的储户}，B＝{M银行所有定期存款的储户}，求$A\cap B$

解　$A\supset B$＝{M银行所有存款为1000元以上的储户}$\cap${M银行所有定期存款的储户}

＝{M银行所有定期存款为1000元以上的储户}。

（二）并集

定义　把集合A和集合B的所有元素合并在一起所组成的集合叫做集合A与集合B的并集，记作，$A\cup B$，即

$A\cup B=\{x\mid x\in A或x\in B\}$。

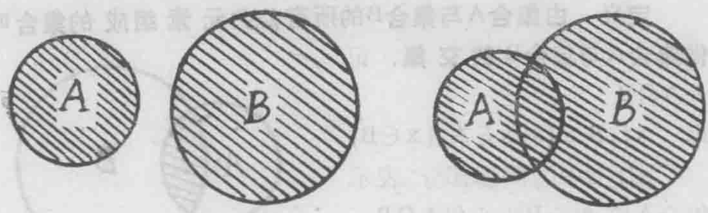

图1-3

图1-3中的阴影部分，表示集合A与集合B的并集$A\cup B$。

例如，$A=\{x|1\leqslant x\leqslant 5\}$、$B=\{x|2\leqslant x\leqslant 6\}$。

我们在数轴上表示出集合A与集合B，如图1-4，容易看出，集合$\{x|1\leqslant x\leqslant 6\}$是集合A与集合B的所有元素合并在一起所组成的集合，即

$A\cup B=\{x|1\leqslant x\leqslant 6\}$。

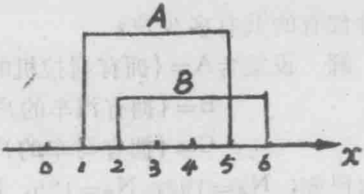

图1-4

对于任意集合A都有

$A\cup A=A$；$A\cup\varnothing=A$；$A\cup B=B\cup A$。

求集合并集的运算叫做并运算。

例3　设$A=\{x|-1<x<1\}$，$B=\{x|x>0\}$，求$A\cup B$

解　$A\cup B=\{x|-1<x<1\}\cup\{x|x>0\}$

$=\{x|x>-1\}$。

例4　设C为奇数集合，D为偶数集合，求$C\cup D$。

解　$C\cup D=\{奇数\}\cup\{偶数\}=\{整数\}=Z$

下面我们给出求有限集合的交集与并集的元素个数的计算公式。

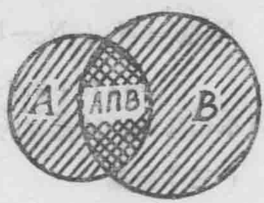

图1-5

设N_M表示有限集合M中元素的个数，由图1-5，容易看出：

$$N_{A\cup B}=N_A+N_B-N_{A\cap B}$$

$$N_{A\cap B}=N_A+N_B-N_{A\cup B}$$

例5　某乡对若干农户就拥有拖拉机、汽车、马车的数

量作了调查，经统计，有拖拉机的192户，有汽车的125户，有马车的217户。

(1)若拖拉机与汽车两样都有的共计72户，问拖拉机与汽车至少有一种的共有多少户？

(2)若汽车和马车中至少有一种的276户，问汽车与马车两种都有的共有多少户？

解　设集合A＝{拥有拖拉机的户}

B＝{拥有汽车的户}

C＝{拥有马车的户}。

则由已知，$N_A=192$，$N_B=125$，$N_C=217$。

(1)已知 $N_{A\cap B}=72$　则

$$N_{A\cup B}=N_A+N_B-N_{A\cap B}$$

$$=192+125-72=245$$

即拖拉机和汽车至少有一种的共有245户；

(2)已知 $N_{A\cup B}=276$，则

$$N_{B\cap C}=N_B+N_C-N_{B\cup C}$$

$$=125+217-276=66$$

即汽车和马车两种都有的共66户。

(三)差集

定义　设有集合A与集合B，我们把属于集合A而不属于集合B的所有元素组成的集合，叫做集合A与集合B的差集，记作　A—B即

$$A-B=\{x\mid x\in A\text{且}x\notin B\}。$$

图1-6中的阴影部分，表示集合A与集合B的差集A—B。

求集合差集的运算叫做差运算。

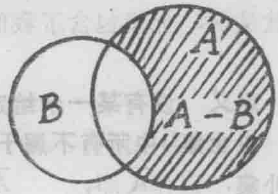

图1-6

例如，$A=\{3, 5, 6, 8\}$，$B=\{5, 7, 8, 9\}$。

容易看出，集合$\{3, 6\}$是由属A而不属于B的所有元素组成的集合，即

$A-B=\{3, 6\}$。

例6　设$A=\{x \mid -1\leqslant x\leqslant 1\}$，$B=\{x \mid x>0\}$，求$A-B$

解　$A-B=\{x \mid -1\leqslant x\leqslant 1\}-\{x \mid x>0\}$

$=\{x \mid -1\leqslant x\leqslant 0\}$

例7　设C为奇数集，D为偶数集，求C—D。

解　C—D={奇数}—{偶数}

={奇数}=C

由差集的定义可知，对于任何集合A都有

$A-A=\varnothing$；$A-\varnothing=A$

由图1-7可以看出，集合的差运算一般不满足交换率，即　　$A-B\neq B-A$

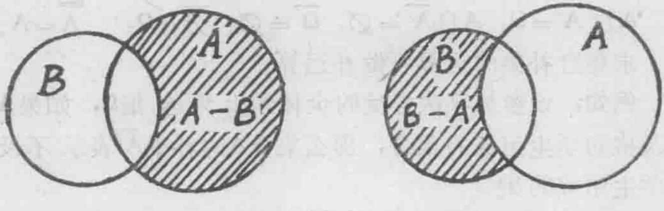

图1-7

（四）补集

在研究集合与集合之间的关系时，这些集合常常是某个

给定集合的子集，这个给定集合叫做全集，用符号Ω表示，也就是说，全集包含了我们所要研究的各个集合的全部元素。

定义　**设有某一个给定的全集Ω，集合A是全集Ω的子集，由全集Ω中所有不属于A的元素组成的集合，叫做集合A的补集**，记作$\overline{A}$即，　　$\overline{A}=\{x|\ x\in\Omega且x\notin A\}$。

图1-8中的矩形表示全集Ω，园表示集合A，阴影部分表示集合A的补集$\overline{A}$。

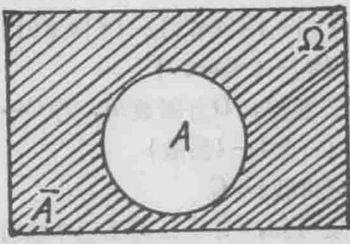

图1-8

由补集的定义知

$A\cup\overline{A}=\Omega$；$A\cap\overline{A}=\varnothing$；$\overline{\Omega}=\varnothing$；$\overline{\varnothing}=\Omega$；　$\overline{\overline{A}}=A$。

求集合补集的运算叫做补运算。

例如，设参加某次考试的全体学生为全集Ω，如果A表示及格的学生组成的集合，那么集合A的补集$\overline{A}$表示不及格的学生组成的集合。

例8　设全集Ω是不大于10的正整数，集合A是10以内的正奇数，集合B是10以内的质数，求$\overline{A}$，$\overline{B}$，$\overline{A}\cap\overline{B}$，$\overline{A}\cup\overline{B}$

解　$\Omega=\{$不大于10的正整数$\}$

$=\{1,2,3,4,5,6,7,8,9,10\}$

$A=\{$10以内的正奇数$\}$

$=\{1,3,5,7,9\}$

$B=\{$10以内的质数$\}$

$=\{2,3,5,7\}$

$\overline{A}=\{2,4,6,8,10\}$

$\overline{B}=\{1,4,6,8,9,10\}$

$\overline{A}\cap\overline{B}=\{4,6,8,10\}$

$\overline{A}\cup\overline{B}=\{1,2,4,6,8,9,10\}$。

下面我们给出有限集合的差集与补集的元素个数的计算公式。

由图1-6和图1-8可以看出：

$N_{A-B}=N_A-N_{A\cap B}$

$N_{\overline{A}}=N_\Omega-N_A$。

例9　设$\Omega=\{$某单位的全体人员$\}$，$A=\{$某单位会英语的人$\}$，$B=\{$某单位会日语的人$\}$，那么，$\overline{A}$，$\overline{B}$，$A-B$，$\overline{A\cup B}$，$\overline{A\cap B}$各表示什么人的集合？

解　$\overline{A}=\{$某单位不会英语的人$\}$

$\overline{B}=\{$某单位不会日语的人$\}$

$A-B=\{$某单位会英语且不会日语的人$\}$

$\overline{A\cup B}=\{$某单位不会英语且不会日语的人$\}$

$\overline{A\cap B}=\{$某单位不会英语或不会日语的人$\}$。

例10　某地对100户农民的生活情况作了调查，交来的统计表上称：

有电视机的　　47户