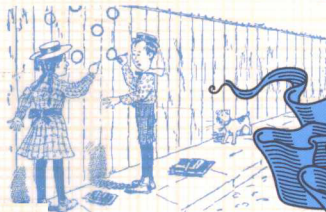


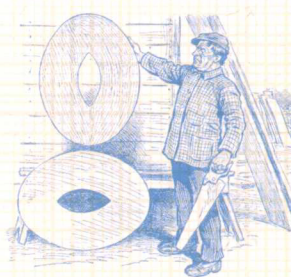
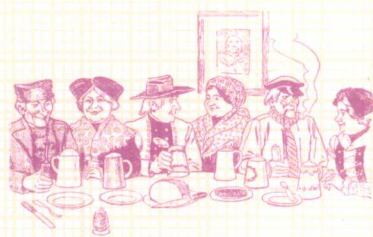
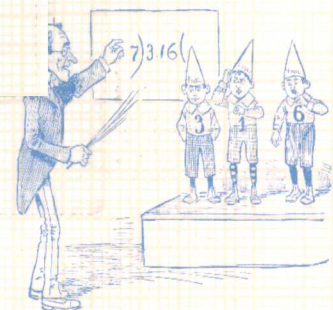
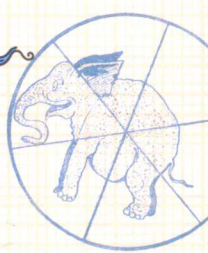
世界经典 趣味 数学谜题

【英】亨利·杜德尼 【美】萨姆·劳埃德 / 著

金红梅等 / 编译



代数问题



中国青年出版社

世界经典 趣味 数学谜题

【英】亨利·杜德尼 【美】萨姆·劳埃德 / 著
金红梅等 / 编译

代数问题

中国青年出版社

(京)新登字083号

图书在版编目(CIP)数据

代数问题 / (英)杜德尼, (美)萨姆劳埃德著; 金
红梅等编译. —北京: 中国青年出版社, 2014.11

(世界经典趣味数学谜题)

ISBN 978-7-5153-2906-2

I. ①代… II. ①杜… ②萨… ③金… III. ①代数—
普及读物 IV. ①015-49

中国版本图书馆CIP数据核字(2014)第256894号

选题策划: 彭 岩

责任编辑: 彭 岩 苏小珺

*

中国青年出版社出版 发行

社址: 北京东四12条21号 邮政编码: 100708

网址: www.cyp.com.cn

编辑部电话: (010) 57350407 门市部电话: (010) 57350370

北京科信印刷有限公司印刷 新华书店经销

*

710×1000 1/16 15.5印张 210千字

2015年1月北京第1版 2015年1月北京第1次印刷

印数: 1-5000册 定价: 29.00元

本书如有印装质量问题, 请凭购书发票与质检部联系调换

联系电话: (010) 57350337

编者序

亲爱的读者朋友，你能否想象在19世纪末至20世纪初期，做数学题是一项很高雅的娱乐项目？在那个没有电脑和手机的时代，人们习惯用脑而不是用眼来寻找乐趣。此风尚在当时非常流行，甚至催生出了一批专门致力研究趣味数学题的数学家（趣算家）。

英国的亨利·杜德尼（Henry Ernest Dudeney, 1857–1930）与美国的萨姆·劳埃德（Sam Loyd, 1841–1911）便是其中最具代表性的两位。他们二人对数学都有着强烈的热爱，在数学领域也都有所建树，而正是由于这些相似性，后来他们又开始竞赛似的整理出版趣味数学图书，每人都有多部著作。这些著作集知识性、趣味性与益智性于一体，当年一经出版便畅销欧美，后被翻译成多国语言，历经百年，经久不衰，是当之无愧的数学经典作品。作为数学教育工作者，我们当然希望自己的学生也能够从这样的世界数学文化遗产中感受到数学学习的乐趣，分享数学学习的智慧。为此，我们开始着手将杜德尼最为经典的《有趣的数学（Amusements In Mathematics）》、《坎特伯雷趣题集（The Canterbury



Puzzles)》和劳埃德最为著名的《趣题大全(Cyclopedia Of Puzzles)》中的趣题整理出版,力求展现数学经典的魅力,并和同学们一起分享数学趣题趣解的喜悦,分享成功学习的体验。

有幸应中国青年出版社之邀,我们于2011年启动了这项编译工作,历时3年,终于在2014年付梓。本书整理出来的趣题大约有1000余道,我们将它们大致分为代数问题、几何问题、思维训练三部分,题型涉及钟表问题、货币兑换、行程问题、几何分割、排列组合、概率统计、筹码移动、棋盘数学、逻辑推理等许多数学游戏中的内容。我们将这个系列丛书名定为“世界经典趣味数学谜题”,目前出版了《代数问题》《几何问题》《思维训练》。

如果说数学是思维的体操,那么趣味数学可以说是思维的艺术体操,因为书中的每一道趣题都充满趣味性和挑战性,都一定要经过独立、认真的思考才能找到正确的答案。当然,书中确实有一些题目难度系数较大,但相信这些题目对于学生拓宽数学视野、感受数学研究的过程与方法都将是非常有意义的!

说到这里,有一点要特别说明一下。目前,市场已有这些书的中译本,但这些译本和原著一样,只有问题和答案,而没有解题过程和方法。之所以我们要费尽心思再次推出这些数学题,正是为了真正将宝贵的数学遗产继承下去。因为如果只有答案,学生即便看了、做了也只能是知其然而不知其所以然。为了能够和热爱数学的孩子们分享分析与解决数学问题的过程和方法,我们编写组对原稿几经研究与打磨,决定给出原著中每一道趣题的详尽思路分析与解答过程,对于其中的一些趣题,我们还饶有兴趣地给出了一题多解来和大家分享。希望同学们在书中不仅能够检验数学结果的正确性,还能从详细的逻辑分析过程中充分体会这些趣题里蕴涵的丰富数学知识与原理,在阅读、游戏、思考的过程中亲近数学,感受数学的独特魅力,激发起强烈的学习数学与运用数学的兴趣,进而提高数学成绩。

数学一点都不可怕，学习数学真的是一件很有趣的事情。在我们的书中同学们还能以更开阔的视野认识数学，从异域文化中感受数学的趣味，体会这些世界数学文化遗产带给我们的思考和乐趣。如果你对其中的某道趣题有更巧妙、更有趣的解法，也欢迎你能和我们大家共同分享，这也正是我们期待的——更新的创造与合作！

本书的编译工作得到了北京航空航天大学附属中学、北京矿业大学附属中学、北京科技大学附属中学、中国地质大学附属中学的优秀数学教师团队及首都师范大学数学科学学院的优秀研究生团队的大力支持与帮助！正是出于对中国数学教育的热爱，让我们编写组内来自不同学校的教师们能够精诚合作，力求让我们的编译工作尽善尽美，最终形成了这份送给孩子们的珍贵礼物。另外，组内的张铁林、刘畅、姜航、阚丽娟、陈合宁、王丹、王东妮、高颖、周秀杰、段柳柳对此书的翻译、整理、校对工作做出了很大贡献，在此特别致谢！

此外，本书终于能够付诸出版，感触良多的不仅是因为一项工作的终结，更多的是学习、合作、分享的过程。特别感谢北京航空航天大学附属中学葛孟曾老师推荐我做“世界经典趣味数学谜题”丛书的编译工作，感谢王人伟老师在我们编译的过程中给予我们的深入指导并提出极有价值的建议。正是他们对数学及数学教育的这份热爱激励着我们，使我们能够以独特的视角来认识、编译这本世界数学名著，并把它作为一份特殊的礼物送给热爱数学的孩子们。



目 录

年龄问题

1. 售票员问题 / 3
2. 人口普查的趣题 / 4
3. 威尔森的难题 / 4
4. 子女们的年龄 / 5
5. 比蒂的年龄 / 6
6. 母亲与女儿 / 7
7. 地铁里的谈话 / 7
8. 老板的年纪 / 8
9. 妈妈的年龄 / 9
10. 廷普金太太的年龄 / 10
11. 年金问题 / 11
12. 一袋栗子 / 12
13. 妈妈和爸爸的年龄 / 13
14. 丈夫的年龄 / 14
15. 罗文的年龄 / 15

16. 吉米的年龄 / 16
17. 小汤米的年龄 / 17
18. 他们的年龄 / 18
19. 玛丽几岁了 / 19
20. 一次家庭聚会 / 20
21. 复杂的家谱 / 20
22. 男同学的年龄 / 21

时钟问题

1. 奇怪的表 / 25
2. 火车站的时钟 / 26
3. 苏黎世的怪钟 / 28
4. 时间问题 / 29
5. 时钟问题 / 30
6. 交换位置 / 31
7. 现在几点了? / 32



8. 俱乐部的钟 / 33
9. 时间趣题 (一) / 34
10. 时间趣题 (二) / 34
11. 秒表 / 35
- 12.3 只闹钟 / 36

速度与路程问题

1. 苍鹰逐日 / 39
2. 北极新娘 / 40
3. 赛艇比赛 / 41
4. 电车问题 / 42
5. 匹克特镇的问题 / 43
6. 土豆赛跑问题 / 44
7. 赛跑问题 / 45
8. 火车问题 / 46
9. 路程问题 / 47
10. 威利回家 / 48
11. 凯西的奶牛 / 49
12. 疲惫的威利和蒂姆 / 50
13. 领抚恤金 / 51
14. 平均速度 / 51
15. 龟兔赛跑 / 52
16. 猫狗赛跑 / 53
17. 爱冒险的蜗牛 / 54
18. 信使问题 / 55
19. 顺风逆风问题 / 56
20. 三个村庄 / 57

21. 越野赛跑 / 58
22. 双人自行车 / 59
23. 抓贼 / 60
24. 两列火车 / 61
25. 骑驴比赛 / 61
26. 捡土豆问题 / 62
27. 种地问题 / 63
28. 杂货店里的竞赛 / 64
29. 车速问题 / 64
30. 抓小猪问题 / 65
31. 滑冰问题 / 66

货币问题

1. 邮局里的困惑 / 69
2. 慈善的捐赠 / 70
3. 百万富翁奇怪的捐赠 / 71
4. 遗产的分割 / 72
5. 救济款问题 / 73
6. 鸡蛋到底有几个 / 74
7. 两架飞机 / 75
8. 工资问题 / 76
9. 矿工的节日 / 77
10. 货币中数字的颠倒顺序 / 78
11. 米歇尔夫人的家庭账目 / 79
12. 贾金斯的牲口 / 80
13. 1 分钱 / 81
14. 白酒代理问题 / 82

- 15. 出纳的烦恼 / 83
- 16. 购物问题 / 84
- 17. 宴会上的困惑 / 85
- 18. 游戏中奇怪的巧合 / 86
- 19. 善良的施舍 / 87
- 20. 西服买卖 / 88
- 21. 教授输了 / 89
- 22. 投资问题 / 90
- 23. 1 分硬币问题 / 91
- 24. 分期付款问题 / 92
- 25. 除夕夜的晚餐 / 93
- 26. 中国早期的货币 / 94
- 27. 糖果问题 / 95
- 28. 水果贩趣味题 / 96
- 29. 重量作假问题 / 97
- 30. 货币中奇妙的事情 / 98
- 31. 股息问题 / 99
- 32. 工资问题 / 100
- 33. 买酒问题 / 101
- 34. 采购礼物 / 102
- 35. 买栗子 / 102
- 36. 卖苹果的损失 / 103
- 37. 偷自行车的贼 / 103
- 38. 股份分配问题 / 104
- 39. 地产生意问题 / 105
- 40. 法兰克福香肠 / 105
- 41. 存钱罐问题 / 106
- 42. 自行车爱好者的聚会 / 107

- 43. 残损的硬币 / 107
- 44. 牛肉和腊肠 / 108
- 45. 小贩问题 / 109
- 46. 苹果的交易 / 109
- 47. 一个有趣的货币问题 / 110
- 48. 买马问题 / 111
- 49. 吉普赛女郎问题 / 111
- 50. 市场里的售货员 / 112
- 51. 找零钱 / 112
- 52. 钱的平方 / 113
- 53. 杰西卡买香蕉 / 114
- 54. 买苹果 / 114
- 55. 新职员难题 / 115
- 56. 守财奴的金币 / 116

数量问题

- 1. 家畜市场 / 119
- 2. 赌正面, 还是赌反面? / 120
- 3. 车费问题 / 121
- 4. 校园行为规范 / 121
- 5. 闰年女士 / 122
- 6. 守财奴的转变 / 124
- 7. 农夫和羊 / 125
- 8. 投票问题 / 126
- 9. 游行方阵问题 / 127
- 10. 分谷子难题 / 128
- 11. 钻石和红宝石 / 129



12. 野餐难题 / 130
13. 狗和老鼠 / 131
14. 商人的趣题 / 132
15. 美惠女神和缪斯 / 133
16. 花生问题 / 134
17. 议会选举 / 135
18. 1 英里的平方与 1 平方英里 / 135
19. 洗衣问题 / 136
20. 33 颗珍珠 / 137
21. 流浪汉和饼干 / 138
22. 果酱问题 / 139
23. 报童问题 / 140
24. 金字塔趣题 / 141
25. 农田面积问题 / 142
26. 分西瓜问题 / 143
27. 白菜地问题 / 143
28. 兵团招募的趣题 / 144
29. 漆灯杆 / 145
30. 糟糕的会议 / 145
31. 财产的分配难题 / 146
32. 小麦债务 / 147
33. 八进制计数问题 / 148
34. 不能说谎 / 149
35. 火腿问题 / 150
36. 弹子游戏 / 151
37. 击环运动 / 152
38. 勤奋的书虫 / 153
39. 杰克一家吃肉的问题 / 154

40. 农夫的牛 / 155
41. 小鸡换牲口问题 / 156
42. 高尔夫球问题 / 157
43. 船长与海蛇 / 158
44. 有多少只小鸡 / 158
45. 卖鹅 / 159
46. 柯维卖鸡蛋 / 160
47. 粮食问题 / 161
48. 工人的趣题 / 162

比例问题

1. 配牛奶问题 / 165
2. 分苹果问题 / 166
3. 市场监督员问题 / 167
4. 父子拾驴问题 / 168
5. 猫的重量 / 169
6. 养鸡计划 / 170
7. 医生的难题 / 171
8. 茶叶调制 / 172
9. 伤脑筋的遗产 / 173
10. 分栗子问题 / 174
11. 有趣的天平 / 175
12. 跷跷板趣题 (一) / 176
13. 跷跷板趣题 (二) / 177
14. “混香茶”的销售问题 / 178
15. 酒水相溶 / 178
16. 砖头的重量问题 / 179

17. 晾衣绳问题 / 180

18. 工作问题 / 180

数字趣题

1. 磨坊主的趣题 / 183

2. 国王的狂想 / 184

3. 西班牙守财奴 / 185

4. 9 只宝盒 / 186

5. 石匠的困惑 / 187

6. 苏丹的军队 / 188

7. 逃逸的汽车 / 190

8. 平方数 / 191

9. 奇妙的数字 / 191

10. 锁的难题 / 192

11. 三辆汽车 / 193

12. 粉笔数字 / 194

13. 10 个数字的游戏 / 195

14. 15 座果园 / 196

15. 历史书问题 / 197

16. 有趣的平方数阵图 / 199

17. 奇怪的乘式 / 200

18. 一桶啤酒的问题 / 201

19. 车牌号趣题 / 202

20. 数字游戏 / 203

21. 你可以用带分数的形式表示 100 吗? / 204

22. 数字牌的游戏 / 205

23. 数字 100 / 206

24. 平方数的问题 / 207

25. 雕刻家的困惑 / 208

26. 猫和老鼠 / 209

27. 五个强盗 / 210

28. 和为 100 的趣题 / 212

29. 荷兰人的妻子 / 213

30. 奇妙的 11 / 214

31. “三角形数”趣题 / 215

32. 小丑的趣题 / 219

33. 炮手的烦恼 / 220

34. 9 个数字的游戏 / 221

35. 有趣的加法和乘法问题 / 222

36. 羊群问题 / 223

37. 数字积木 / 224

38. 油和醋 / 225

39. 奇数和偶数 / 225

40. 简单的乘法 / 226

41. 数字的相加 / 226

42. 被抹去的数字 (一) / 227

43. 被抹去的数字 (二) / 228

44. 数字乘法 / 228

45. 数字游戏 / 229

46. 3 个 9 / 230

47. 进一步的带分数问题 / 230

48. 有趣的 4 个 “7” / 231

49. 简单的除法 / 232

50. 拆字游戏 / 233





年齡問題



1. 售票员问题



售票员向坐在农夫一旁的男孩子询问他的真实年龄。

农夫发现居然有人对他的家务事感兴趣，顿时感到受宠若惊，他得意地回答：“我儿子的年龄是女儿年龄的5倍，老婆的年龄是儿子年龄的5倍，我的年龄是老婆年龄的2倍，我们所有人的年龄之和正好是祖母的年龄，而今天正好是她81岁的生日。”

请问，小男孩今年几岁？

解：

设女儿年龄为 x 岁，则儿子为 $5x$ 岁，老婆为 $25x$ 岁，农夫年龄为 $50x$ 岁，按照题意有 $x+5x+25x+50x=81$ ，解得 $x=1$ 。也就是女儿今年1岁，小男孩为5岁。

此题或者直接这样：根据农夫的描述，可知，祖母的年龄是女儿年龄的81倍，于是女儿今年1岁，小男孩的年龄是5岁。



2. 人口普查的趣题

乔金斯家是小镇上有名的大家庭，人口众多，这可是给人口普查员带来困难了。他家里共有15个孩子，都是隔一年半出生一个的。艾达是大姐，她十分不愿意向人口普查员说出她的年龄，但她承认她比最小的弟弟约翰尼大7倍。聪明的人口普查员笑了笑，没有再追问下去，因为他已经算出艾达的年龄了。亲爱的朋友，你知道吗？

解：

艾达和最小弟弟差 $1.5 \times 14 = 21$ 岁，又因为大7倍，有 $21 \div 7 = 3$ ，所以最小的弟弟为3岁，艾达今年24岁。

“艾达比最小的弟弟约翰尼大7倍”这句话是个陷阱，“大7倍”意味着她的年龄是约翰尼的8倍。如果误认为“是7倍”可能得到的结果就是艾达 $24\frac{1}{2}$ 岁，约翰尼 $3\frac{1}{2}$ 岁。

3. 威尔森的难题

在一个酒店里，威尔森先生给3个室友出了一个问题。威尔森先生说：“有一个人他既是我的叔叔也是我的侄子，同时我也是他的叔叔也是他的侄子。当然这是在不需要任何违禁婚姻的条件下发生的。”你知道是怎么回事吗？

解：

现在有2个男人，他们分别娶了对方的母亲为妻，两对夫妻各自生下一个男孩。这时，两个男孩就同时是对方的叔叔和侄儿。

4. 子女们的年龄

最近，斯迈利夫妇带着他们的5个孩子准备迎接即将回国的孩子们的叔叔。孩子们非常兴奋，因为叔叔带了很多礼物，但是，孩子们必须告诉他们的叔叔他们都多大了，他才给礼物。

孩子们也很调皮，他们想考一考这位叔叔。最先来到叔叔面前的是比利，他说他的年龄是格特鲁德的2倍。接着是亨利埃塔，她说她和格特鲁德的年龄之和是比利的2倍。然后查利也跑过来说，他和比利的年龄之和是格特鲁德和亨利埃塔年龄之和的2倍。叔叔完全被这些孩子敏捷的思维震慑住了，这时珍妮特又跑进来说：“叔叔，你一定要把最好的礼物给我，因为今天正好是我21岁的生日。”叔叔松了一口气，终于有一个知道准确年龄啦。可恰好在这时，斯迈利先生说了一句令人眩晕的话：“格特鲁德、亨利埃塔和珍妮特的年龄之和正好是查利和比利年龄之和的2倍。”

听了这些话，这位叔叔对这些巧合表示惊奇，但随后就猜出了每个孩子的年龄，孩子们都很佩服这位叔叔。亲爱的读者，你能给出答案吗？

解一：

由题意得，比利的年龄为格特鲁德的2倍，亨利埃塔的年龄为格特鲁德的3倍，查利的年龄为格特鲁德的6倍。又由格特鲁德、亨利埃塔和珍妮特的年龄之和正好是查利和比利年龄之和的2倍，可知，珍妮特的年龄为格特鲁德的12倍，所以得到孩子年龄：比利 $3\frac{1}{2}$ 岁，格特鲁德 $1\frac{3}{4}$ 岁，亨利埃塔 $5\frac{1}{4}$ 岁，查利 $10\frac{1}{2}$ 岁，珍妮特21岁。

解二：

首先我们设格特鲁德今年 x 岁；比利的年龄是她年龄的2倍，所以比



利今年 $2x$ 岁；亨利埃塔的年龄是 $3x$ 岁；查利的年龄是 $6x$ 岁。根据他们自己的叙述可得到等式关系是 $x+3x+21=2(6x+2x)$ ，解得 $x=1\frac{3}{4}$ 。

所以得到孩子年龄：比利 $3\frac{1}{2}$ 岁，格特鲁德 $1\frac{3}{4}$ 岁，亨利埃塔 $5\frac{1}{4}$ 岁，查利 $10\frac{1}{2}$ 岁，珍妮特21岁。

5. 比蒂的年龄



比蒂对自己的年龄非常敏感，40年前，有人问她的年龄，她答道：“5乘7加上7乘3，再加上我的年龄再减去6乘9加4，等于我的年龄的2倍减去20。”那么，你能算出比蒂现在的年龄么？

解：

列方程解，设40年前比蒂的年龄为 x 岁，由打油诗我们可以列下面的方程 $5 \times 7 + 7 \times 3 + x - (6 \times 9 + 4) = 2x - 20$ ，解得 $x = 18$ ，比蒂40年前的年龄为18岁，那么现在她就是58岁了。