

多结点力矩分配法 改进技术与应用

王彦明 著



冶金工业出版社
Metallurgical Industry Press

多结点力矩分配法 改进技术与应用

王彦明 著

北 京
冶 金 工 业 出 版 社

2014

内 容 提 要

本书共分6章, 主要内容包括经典力矩分配法、多结点力矩分配法的改进、改进的多结点力矩分配法在有侧移结构中的推广应用、支座位移与温度改变下的计算、多结点力矩分配法与子结构分析法的联合应用、结构位移的计算等。

本书可作为高等院校结构力学课程的教学参考用书, 也可供土木工程、水利工程、工程力学等专业师生以及相关领域工程技术人员阅读参考。

图书在版编目(CIP)数据

多结点力矩分配法改进技术与应用/王彦明著. —
北京: 冶金工业出版社, 2014. 10

ISBN 978-7-5024-6760-9

I. ①多… II. ①王… III. ①结构力学—结构计算
IV. ①O342

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2014) 第 236669 号

出 版 人 谭学余

地 址 北京市东城区嵩祝院北巷 39 号 邮编 100009 电话 (010)64027926

网 址 www.cnmp.com.cn 电子信箱 yjcs@cnmp.com.cn

责任编辑 廖 丹 美术编辑 杨 帆 版式设计 孙跃红

责任校对 卿文春 责任印制 牛晓波

ISBN 978-7-5024-6760-9

冶金工业出版社出版发行; 各地新华书店经销; 北京佳诚信缘彩印有限公司印刷

2014 年 10 月第 1 版, 2014 年 10 月第 1 次印刷

169mm×239mm; 9.5 印张; 202 千字; 140 页

36.00 元

冶金工业出版社 投稿电话 (010)64027932 投稿信箱 tougao@cnmp.com.cn

冶金工业出版社营销中心 电话 (010)64044283 传真 (010)64027893

冶金书店 地址 北京市东四西大街 46 号(100010) 电话 (010)65289081(兼传真)

冶金工业出版社天猫旗舰店 yjgy.tmall.com

(本书如有印装质量问题, 本社营销中心负责退换)

前 言

力矩分配法自 20 世纪 30 年代出现以来,作为一种手算方法一直受到工程设计人员的青睐。该方法突出的优点是避免了建立与求解联立方程组的复杂计算工作。对于多结点的无侧移结构,现行结构分析理论、结构力学教材、工程力学手册等提供了采用多结点力矩分配法进行内力近似求解的方法。多结点力矩分配法的特点是以渐近的方式,通过多个循环的计算,给出杆端弯矩的近似值。计算循环的次数,取决于计算过程中约束力矩趋向于零的速度。一般至少需要 2~3 个循环的计算才能得到较好的计算精度。为了减少计算循环的次数,国内一些学者对经典的多结点力矩分配法进行了改进。万度提出力矩一次分配的方法,通过修正刚度系数与传递系数,简化了力矩分配法的计算过程。魏小文等针对对称结构,提出了对称放松与反对称放松的概念,通过建立新的分配系数与传递系数,加快了收敛速度,简化了计算过程。刘茂燧等提出以多跨连续梁为单元参与力矩分配法的设想,通过推导任意跨连续梁的杆端转动刚度和结点处弯矩传递系数的递推计算公式,改变了传统力矩分配法的渐近解法,只需一次性分配就可求得精确解。黄羚等提出了子结构力矩分配法,通过建立子结构近端转动刚度、分配系数、远端传递系数的计算公式,得到了精确解。上述学者通过修正或重新建立转动刚度、分配系数、传递系数的计算公式,实现了对经典多结点力矩分配法的改进,但由于涉及转动刚度、分配系数、

远端传递系数的计算公式繁杂、不统一，不便于工程技术人员快速掌握，学术研究与实际应用之间还存在一定的距离。

本书所研究的对经典多结点力矩分配法的改进技术与已有的改进技术不同之处在于：关于转动刚度、分配系数、传递系数的计算公式以及解题思路与经典的多结点力矩分配法完全保持不变，通过提前施加约束力矩增量并参与力矩分配与传递的改进技术，经过一个循环就快速求得杆端弯矩精确值，提高了计算速度，保证了计算精度。将改进的多结点力矩分配法与子结构分析法联合应用，可快速计算大型高次超静定复杂结构的内力精确值。本书研究的方法便于已有经典多结点力矩分配法基础的学者或初学者快速掌握，这对推广工程应用而言具有更强的实用价值。

本书在撰写过程中，参考了许多专家、学者的书籍和文献资料，并得到山东省教育厅高等学校教学改革项目“以工程应用为导向的土建类力学课程教学体系改革与实践研究”以及山东大学土建与水利学院的出版资助，在此深致谢意。山东省临沂人民公园管理处朱效连工程师、山东英才学院王小惠讲师以及山东大学硕士研究生颜丙坤、袁寒参与了本书中部分算例的计算；中国矿业大学本科生王弘扬、北京理工大学本科生李丁一提供了三阶行列式的计算方法与计算程序，在此向他们表示衷心的感谢。

限于作者的学识和积累有限，书中难免存在不当之处，恳请各位同行、学者批评和指正。

作 者

2014年8月于山东大学

本书主要符号表

c	支座广义位移	S	转动刚度
C	传递系数	t	温度、时间
E	弹性模量	α	线膨胀系数
F_N	轴力	θ	角位移
F_P	荷载, 作用力	μ	力矩分配系数
F_Q	剪力	Δ	广义位移
i	线刚度	φ	截面转角
I	惯性矩	ΔM	约束力矩增量
l	长度、跨度	Δx	约束力矩增量
M	力矩、力偶、弯矩	Δy	约束力矩增量
M^F	固端弯矩	Δz	约束力矩增量
q	均布荷载集度		

作者简介



王彦明 1968年生，山东临沂人，工学博士，副教授，山东大学土建与水利学院学科基础系主任。多年来一直从事防震减灾技术、纤维复合材料理论与应用技术等方面的科研工作以及结构力学（本科），高等结构力学、土建结构优化设计、纤维复合材料理论与应用（硕士），结构智能材料与复合材料概论、结构动力学（博士）课程的教学工作。

作为项目负责人承担省级、校级、院级教学改革项目多项，主编本科生教材两部。作为第一作者公开发表教学研究论文10多篇，其中CSSCI收录2篇。作为项目负责人完成科研课题7项，参与国家级以及省级纵向研究课题多项。作为第一作者公开发表科研论文20多篇，其中EI收录6篇。

冶金工业出版社部分图书推荐

书 名	作 者	定价(元)
“营·建”认知的教与学	朱晓青 等著	32.00
建筑结构振动计算与抗振措施	张荣山 等著	55.00
岩巷工程施工——掘进工程	孙延宗 等编著	120.00
岩巷工程施工——支护工程	孙延宗 等编著	100.00
钢骨混凝土异形柱	李 哲 等著	25.00
地下工程智能反馈分析方法与应用	姜谏男 著	36.00
地铁结构的内爆炸效应与防护技术	孔德森 等著	20.00
隔震建筑概论	苏经宇 等编著	45.00
岩石冲击破坏的数值流形方法模拟	刘红岩 著	19.00
缺陷岩体纵波传播特性分析技术	俞 缙 著	45.00
交通近景摄影测量技术及应用	于 泉 著	29.00
参与型城市交通规划	单春艳 著	29.00
地铁结构的内爆炸效应与防护技术	孔德森 等著	20.00
公路建设项目可持续发展研究	李明顺 等著	50.00
基于成功老化理念的住区规划研究	席宏正 等编著	36.00
土木工程材料(英文,本科教材)	陈 瑜 编著	27.00
FIDIC 条件与合同管理(本科教材)	李明顺 主编	38.00
建筑施工实训指南(高专教材)	韩玉文 主编	28.00
城市交通信号控制基础(本科教材)	于 泉 编著	20.00
建筑环境工程设备基础(本科教材)	李绍勇 等主编	29.00
供热工程(本科教材)	贺连娟 等主编	39.00
GIS 软件 SharpMap 源码详解及应用 (本科教材)	陈 真 等主编	39.00

目 录

第1章 经典力矩分配法	1
1.1 力矩分配法发展现状	1
1.2 力矩分配法的基本概念	3
1.2.1 转动刚度	3
1.2.2 分配系数与传递系数	4
1.2.3 结点力偶作用下的计算	5
1.3 单结点力矩分配法	5
1.4 多结点力矩分配法	9
第2章 多结点力矩分配法的改进	11
2.1 改进原理	11
2.2 无侧移结构内部有两个或三个刚结点参与力矩分配的改进技术	12
2.2.1 内部有两个刚结点参与力矩分配	12
2.2.2 内部有三个刚结点参与力矩分配	13
2.2.3 应用举例	15
2.3 无侧移结构内部有四个或五个刚结点参与力矩分配的改进技术	20
2.3.1 内部四个刚结点参与力矩分配 (结点首尾不相连情况)	20
2.3.2 内部四个刚结点参与力矩分配 (结点首尾相连情况)	23
2.3.3 内部有五个刚结点参与力矩分配	25
2.3.4 应用举例	28
2.4 无侧移结构内部有六个或七个刚结点参与力矩分配的改进技术	33
2.4.1 内部六个刚结点参与力矩分配 (六个结点组成开口图形)	33
2.4.2 内部六个刚结点参与力矩分配 (六个结点组成封闭图形)	36
2.4.3 内部七个刚结点参与力矩分配	41
2.4.4 应用举例	44
2.5 本章小结	50
第3章 改进的多结点力矩分配法在有侧移结构中的推广应用	53
3.1 经典的无剪力分配法	53

3.2 有侧移杆件剪力静定的特殊有侧移结构	55
3.2.1 内部有两个刚结点参与力矩分配的改进技术	55
3.2.2 内部有三个刚结点参与力矩分配的改进技术	58
3.2.3 内部有四个刚结点参与力矩分配的改进技术	62
3.2.4 内部有五个刚结点参与力矩分配的改进技术	64
3.2.5 内部有六个刚结点参与力矩分配的改进技术	67
3.2.6 内部有七个刚结点参与力矩分配的改进技术	71
3.3 有侧移杆件非剪力静定的一般有侧移结构	75
3.3.1 计算原理	75
3.3.2 应用举例	76
3.4 本章小结	82
 第4章 支座位移与温度改变下的计算	86
4.1 支座位移下的计算	86
4.1.1 计算原理	86
4.1.2 无侧移结构计算举例	88
4.1.3 有侧移结构计算举例	91
4.2 温度改变下的计算	94
4.2.1 计算原理	94
4.2.2 无侧移结构计算举例	95
4.2.3 有侧移结构计算举例	98
4.3 本章小结	102
 第5章 多结点力矩分配法与子结构分析法的联合应用	103
5.1 概述	103
5.2 大型复杂无侧移结构中的应用	103
5.2.1 计算原理	103
5.2.2 应用举例	105
5.3 大型复杂有侧移结构中的应用	113
5.3.1 计算原理	113
5.3.2 应用举例	115
5.4 本章小结	127
 第6章 结构位移的计算	128
6.1 结构位移的计算原理	128

6.1.1 无侧移结构第一类杆件端部结点未知角位移的计算	129
6.1.2 无侧移结构第二类杆件端部结点未知角位移的计算	129
6.1.3 有侧移结构第一类杆件端部结点未知角位移的计算	130
6.1.4 有侧移结构第二类杆件端部结点未知角位移的计算	130
6.2 计算举例	130
附 录	137
附录 A 二阶行列式的计算	137
附录 B 三阶行列式的计算	137
参考文献	139

第 1 章 经典力矩分配法

1.1 力矩分配法发展现状

结构分析与力学计算是结构工程设计中的关键内容。当代工程实践的不断进步和电子计算机技术的飞速发展,使得繁重的结构分析计算工作可利用应用软件通过计算机完成,这无疑节省了计算时间,大大提高了设计速度。设计人员面临的一项新的重要任务就是需要对计算机给出的庞大的计算结果进行判断、校核,进而对结构设计做出优化调整,该过程可能仍离不开手算。掌握手算方法仍是计算机时代土木工程师需具备的必不可少的力学技能。因此,研究简单实用、特别是能够快速得到精确解的手算方法,对指导工程设计应用仍然是必要的。

结构力学是结构工程的理论基础。力学专家武际可指出,近年来的发展表明,结构力学已有的传统方法,远不能满足日益复杂实际问题的要求,需要进行更为基础的研究。中国工程院院士、清华大学龙驭球教授指出,从手算角度看,省事且能满足精度要求的方法就是好方法,就是合理的方法。手算注重工作量,强调机智、灵气和多样性。

随着钢筋混凝土结构的广泛应用,工程设计中经常遇到高次超静定连续梁和刚架结构。关于其力学计算方法,传统的力法与位移法由于要解算关于基本未知量的高次线性方程组,作为一种手算方法已难以胜任复杂高次超静定结构的设计计算。渐近法作为位移法的一种近似应用,自 20 世纪 30 年代出现以来,作为一种手算方法一直受到工程设计人员的青睐。该方法突出的优点是直接跟踪计算杆端弯矩,避免了建立与求解联立方程组的复杂计算工作。其特点是根据力学概念,使结构的受力变形状态以渐近方式逼近真实的受力变形状态,该过程中杆端弯矩的计算体现出一种全过程的渐近法,而且渐近法的计算过程易于通过简明图表以纯数字方式体现,可避免对复杂计算过程的文字书写。由于上述优点,渐近法作为一种手算方法至今在工程界普遍采用。渐近法包括力矩分配法和无剪力分配法两种应用形式,这两种方法都有严格的使用条件。力矩分配法适用于内部结点没有线位移的连续梁、刚架等无侧移结构;无剪力分配法其实是力矩分配法的一种特殊应用形式,只适用于特殊的有侧移结构,而不是任意的有侧移结构,该方法要求结构中除无侧移的杆件外,其余有侧移杆件必须满足剪力静定。

渐近法在应用中,对于内部含有一个刚结点的结构,可通过单结点的力矩分

配法经过结点的一次力矩分配与传递快速得到杆端弯矩的精确解, 计算过程最为简单, 但工程实际中很少涉及单结点的结构。实际应用最多的是多结点力矩分配法。例如, 对于内部含有多个刚结点的无侧移结构, 现行结构分析理论、结构力学教科书、工程力学手册等提供了经典的多结点力矩分配法进行内力近似求解^[1-5], 其特点是以渐近的方式, 通过多个循环的计算, 给出杆端弯矩的近似值。计算循环的次数, 取决于计算过程中内部结点上约束力矩趋向于零的速度。计算经验表明一般至少需要 2~3 个循环的计算才能得到较好的近似解。经典的多结点力矩分配法只能得到满足一定精度要求的近似解, 随着结构内部刚结点数增多, 其计算过程相对越复杂。为了减少计算循环的次数或追求精确解, 国内一些学者对经典的多结点力矩分配法进行了改进。万度提出力矩一次分配的方法, 通过修正刚度系数与传递系数, 简化了力矩分配法的计算过程^[6]。魏小文等针对对称结构, 提出了对称放松与反对称放松的概念, 通过建立新的分配系数与传递系数, 加快了收敛速度, 简化了计算过程^[7]。刘茂燧等提出以多跨连续梁为单元参与力矩分配法的设想, 通过推导任意跨连续梁的杆端转动刚度和结点处弯矩传递系数的递推计算公式, 改变了传统力矩分配法的渐近解法, 只需一次性分配就可求得精确解^[8,9]。黄羚等提出了子结构力矩分配法, 通过建立子结构近端转动刚度、分配系数、远端传递系数的计算公式, 得到了精确解^[10]。该研究结果要求各子结构内部仅含一个刚结点, 计算结构相对比较简单, 主要适用于内部含有 3 个或 4 个刚结点的连续梁或刚架结构。上述学者通过修正或重新建立转动刚度、分配系数、传递系数的计算公式, 实现了对经典多结点力矩分配法的改进, 但由于涉及各修正系数的计算公式繁杂、不统一, 实际应用时不便于工程技术人员快速掌握, 学术研究与实际应用之间存在一定的距离。

对于一般的有侧移结构, 上述两种渐近法都不能直接单独采用, 可联合采用力矩分配法和位移法计算杆端弯矩, 但计算过程非常复杂。魏小文等针对内部含有一个刚结点、一个结点未知线位移的一般有侧移刚架, 通过技术处理, 按照无侧移结构单结点的力矩分配法完成计算得到了精确解。其采取的技术手段是将结点线位移以未知量的形式出现在固端弯矩项, 固端弯矩以变量形式出现在计算过程中。按照单结点力矩分配法完成计算, 得到的杆端弯矩是结点线位移未知量的函数, 最后根据结构的平衡条件求出结点线位移, 进一步求出杆端弯矩数值^[11]。该研究结果仅涉及单结点的力矩分配与传递, 计算结构相对比较简单, 对于多结点情况还缺乏深入研究。但上述学者处理问题的思路, 对选择渐近法深入研究内部含有多个结点的一般有侧移结构有一定的借鉴价值。

经典的多结点力矩分配法(多结点无剪力分配法作为该方法的特殊应用形式)有严格的适用条件, 其计算过程需要若干个循环的计算且只能得到杆端弯矩近似值, 影响了分析复杂结构的计算效率。尤其是经典方法不能直接应用于一般

有侧移结构的计算，一定程度上限制了该方法的工程应用。本书从第2章开始介绍对经典多结点力矩分配法的改进技术以及推广应用，改进后的算法适用于任意多结点复杂结构（无侧移或有侧移）承受广义荷载作用下的计算，包括一般荷载、温度改变以及支座位移，其特点是经过一个循环计算就能快速得到杆端弯矩精确值，实现了以手算方法同样可以快速计算复杂结构内力精确值的研究目的，可以消除目前设计人员面对复杂结构计算时对计算机软件的过分依赖。改进后的算法关于转动刚度、分配系数、传递系数的计算公式以及解题思路与经典的多结点力矩分配法完全保持一致，易于工程技术人员快速掌握，对推广工程设计应用具有实用价值。

1.2 力矩分配法的基本概念

力矩分配法适用于结构内部结点没有线位移、仅有角位移的连续梁与刚架结构（以下简称无侧移结构）。这两种结构以弯曲变形为主，计算中不考虑轴向变形与剪切变形的影响。力矩分配法突出的优点是以渐近的方式直接跟踪计算杆端弯矩，不需要建立与求解关于未知量的联立方程组。对于内部只含有一个刚结点的无侧移结构，利用单结点的力矩分配法可快速得到杆端弯矩的精确解，而对于内部含有两个刚结点及以上的无侧移结构，需要利用多结点的力矩分配法以渐近的方式、经过若干个循环的计算得到杆端弯矩的近似解。计算中对杆端弯矩的正负号规定为：绕着杆端顺时针转动为正，反之为负。

1.2.1 转动刚度

转动刚度表示杆件近端对转动的抵抗能力。转动刚度以符号 S 表示，它在数值上等于使杆件近端产生单位角位移时在近端需要施加的力矩。如图 1-1 所示，设有无侧移结构中的一根等截面直杆 AB ，在近端 A 通过刚结点与结构内部相连接，在远端 B 通过支座与结构外部相连接。图中近端 A 用固定铰支座表示，用以说明该结点不存在线位移。近端 A 的转动刚度用 S_{AB} 表示，设杆件的线刚度为 $i = \frac{EI}{l}$ ，利用位移法的转角位移方程可确定远端 B 为不同支承情况时 S_{AB} 的数值。转

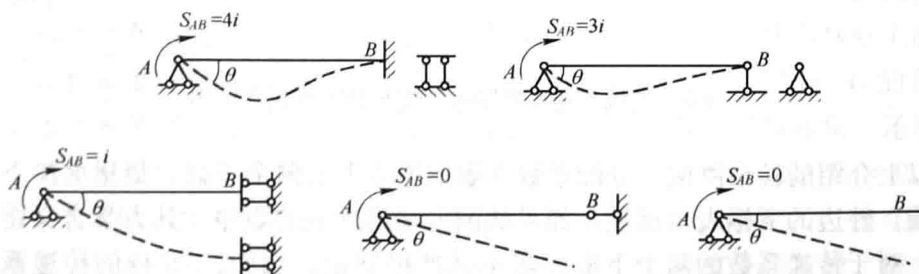


图 1-1 近端转动刚度随远端支承情况变化示意图

动刚度的大小唯一取决于远端的支承情况。

1.2.2 分配系数与传递系数

图 1-2 所示内部只含有一个刚结点的单结点无侧移结构，当结点上只作用集中力偶 M 时，该力偶将根据一定的比例系数分配，得到各根杆近端的杆端弯矩。该比例系数称为近端的分配系数，用符号 μ 表示。某根杆在近端的分配系数等于该根杆在近端的转动刚度除以交于该结点的所有杆件在该结点的转动刚度之和。详细理论推导参见相关结构力学课程教材。对于结点上的集中力偶，规定顺时针方向为正，逆时针方向为负。

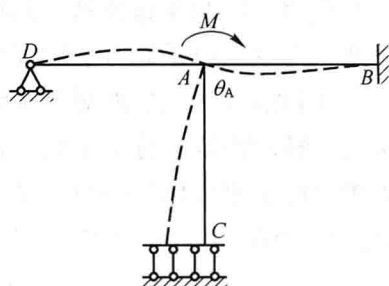


图 1-2 单结点无侧移结构
承受结点力偶作用

图 1-2 所示结构，各根杆在近端的分配系数分别为：

$$\mu_{AB} = \frac{S_{AB}}{S_{AB} + S_{AC} + S_{AD}}, \mu_{AC} = \frac{S_{AC}}{S_{AB} + S_{AC} + S_{AD}}, \mu_{AD} = \frac{S_{AD}}{S_{AB} + S_{AC} + S_{AD}}$$

同一结点处各根杆在近端的分配系数满足： $\mu_{AB} + \mu_{AC} + \mu_{AD} = 1$ 。

传递系数表示当杆件近端发生角位移时，远端弯矩与近端弯矩的比值，以符号 C 表示。利用位移法的转角位移方程可确定远端 B 为不同支承情况时 C_{AB} 的数值。

图 1-3 (a) 所示杆件的传递系数为 $C_{AB} = \frac{M_{BA}}{M_{AB}} = \frac{1}{2}$ ；图 1-3 (b) 所示杆件的

传递系数为 $C_{AB} = \frac{M_{BA}}{M_{AB}} = 0$ ；图 1-3 (c) 所示杆件的传递系数为 $C_{AB} = \frac{M_{BA}}{M_{AB}} = -1$ 。

传递系数的大小唯一取决于远端的支承情况。

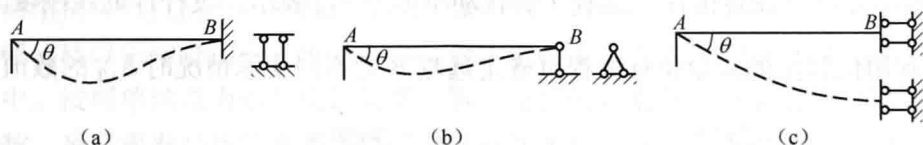


图 1-3 近端传递系数随远端支承情况变化示意图

以上介绍的转动刚度、分配系数在表示符号上有两个下标，最里面的下标表示近端，外边的下标表示远端。如果颠倒近端与远端的顺序，其力学含义将发生改变。对于传递系数的两个下标一般不做严格规定。例如， AB 杆的传递系数可以写作 C_{AB} ，也可以写作 C_{BA} 。

1.2.3 结点力偶作用下的计算

对图 1-2 所示内部只含有一个刚结点的单结点无侧移结构，当结点上只作用集中力偶 M 时，利用分配系数与传递系数的定义，可直接得到近端与远端杆端弯矩的精确值。

各根杆在近端的杆端弯矩分别为： $M_{AB} = \mu_{AB}M$ ， $M_{AC} = \mu_{AC}M$ ， $M_{AD} = \mu_{AD}M$ 。

各根杆在远端的杆端弯矩分别为： $M_{BA} = C_{AB}M_{AB}$ ， $M_{CA} = C_{AC}M_{AC}$ ， $M_{DA} = C_{AD}M_{AD}$ 。

对图 1-4 所示内部只含有一个刚结点的无侧移结构，当在刚结点上只作用集中力偶 M 时，利用分配系数与传递系数的定义，可直接得到近端与远端杆端弯矩的精确值。

各根杆在近端的杆端弯矩分别为：

$M_{AB} = \mu_{AB}M$ ， $M_{AC} = \mu_{AC}M$ ， $M_{AD} = \mu_{AD}M$ 。

各根杆在远端的杆端弯矩分别为：

$M_{BA} = C_{AB}M_{AB}$ ， $M_{CA} = C_{AC}M_{AC}$ ， $M_{DA} = C_{AD}M_{AD}$ 。

其中， CE 杆件处于无弯矩、无剪力状态，读者可自行分析其原因。

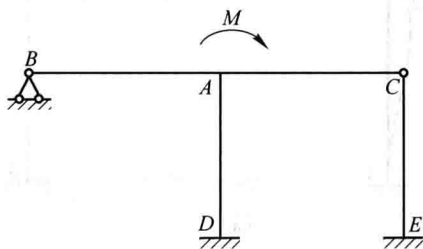


图 1-4 内部含有铰结点的单结点无侧移结构承受结点力偶作用

1.3 单结点力矩分配法

对于结构内部只含有一个刚结点的单结点无侧移结构，当承受非结点荷载作用时，可利用单结点力矩分配法得到近端与远端杆端弯矩的精确值。

为了说明此种情况下的计算结果为精确值，先回忆利用位移法基本体系计算杆端弯矩精确值的思路。

图 1-5 (a) 所示内部只含有一个刚结点的单结点无侧移结构承受非结点荷载作用，基本未知量为结点 C 的角位移，记为 Δ_1 。利用位移法基本体系进行内力精确值求解的分析过程如下：(1) 施加刚臂阻止结点的转动，建立基本体系 (如图 1-5 (b) 所示)。(2) 控制基本体系在结点 C 产生角位移 Δ_1 ，此时基本体系的变形条件与原结构保持一致 (如图 1-5 (c) 所示)。此时基本体系上的荷载从广义荷载角度可分为两类：一是原结构的已知荷载 q ；二是结点 C 的角位移 Δ_1 。基本体系若要与原结构等价，完全实现原结构向基本体系的转化，还要使两种结构的平衡条件保持一致，即基本体系在附加约束上的约束力矩 $F_1 = 0$ 。只要 $F_1 = 0$ ，基本体系的变形与内力就和原结构完全保持相等。据此，可建立位移法基本体系的方程。对基本体系进行分析时，将两类广义荷载分开考虑，然后线性叠加得到位移法基本体系的方程 $F_{11} + F_{1P} = 0$ 。其中， F_{1P} 为原结构的已知荷载 q

单独作用在基本体系附加约束上产生的约束力矩（如图 1-5（d）所示，称为约束状态）。 F_{11} 为 Δ_1 单独作用在基本体系附加约束上产生的约束力矩（如图 1-5（e）所示，称为放松约束状态）。若令 k_{11} 为 $\Delta_1 = 1$ 单独作用下，在基本体系附加约束上产生的约束力矩，则 $F_{11} = k_{11}\Delta_1$ 。（3）基本体系与原结构的内力或变形就等于约束状态与放松约束状态对应的结果的线性叠加。

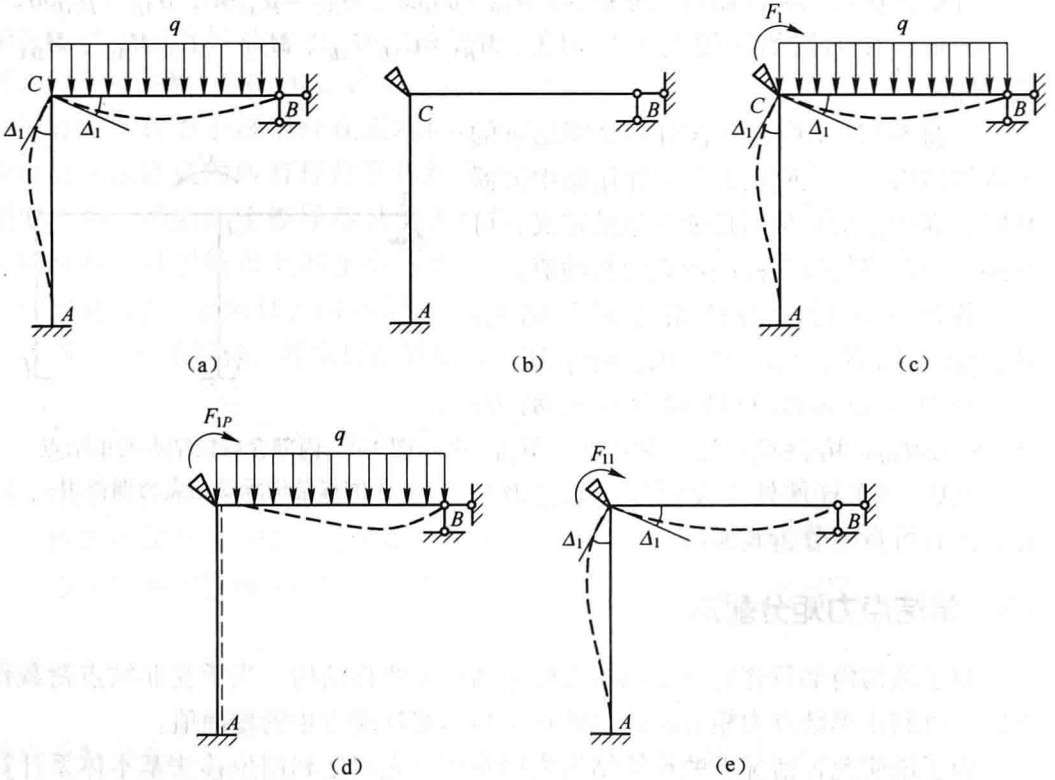


图 1-5 位移法基本体系计算过程示意图

对图 1-5（a）所示结构，下面对比说明非结点荷载作用时，单结点力矩分配法的分析思路与计算步骤。

第一步，约束状态。施加刚臂阻止结点 C 的转动，形成约束状态。在约束状态下，只有原结构的已知荷载 q 单独作用（如图 1-6（a）所示）。该状态下各杆在杆上荷载作用下产生的固端弯矩可查表 1-1 得到，同时在附加约束上产生约束力矩 M_C 。 M_C 等于 CA 杆与 CB 杆在 C 端的固端弯矩之和，即 $M_C = M_{CB}^F + M_{CA}^F$ ，规定约束力矩以顺时针方向为正、逆时针方向为负。这一步相当于位移法基本体系中的第一类荷载即原结构的已知荷载单独作用。

第二步，放松约束状态。控制结点 C 逐渐产生转动，形成放松约束状态。当结点 C 的转动大小在数值上等于原结构在结点 C 的角位移 Δ_1 时，附加约束上的