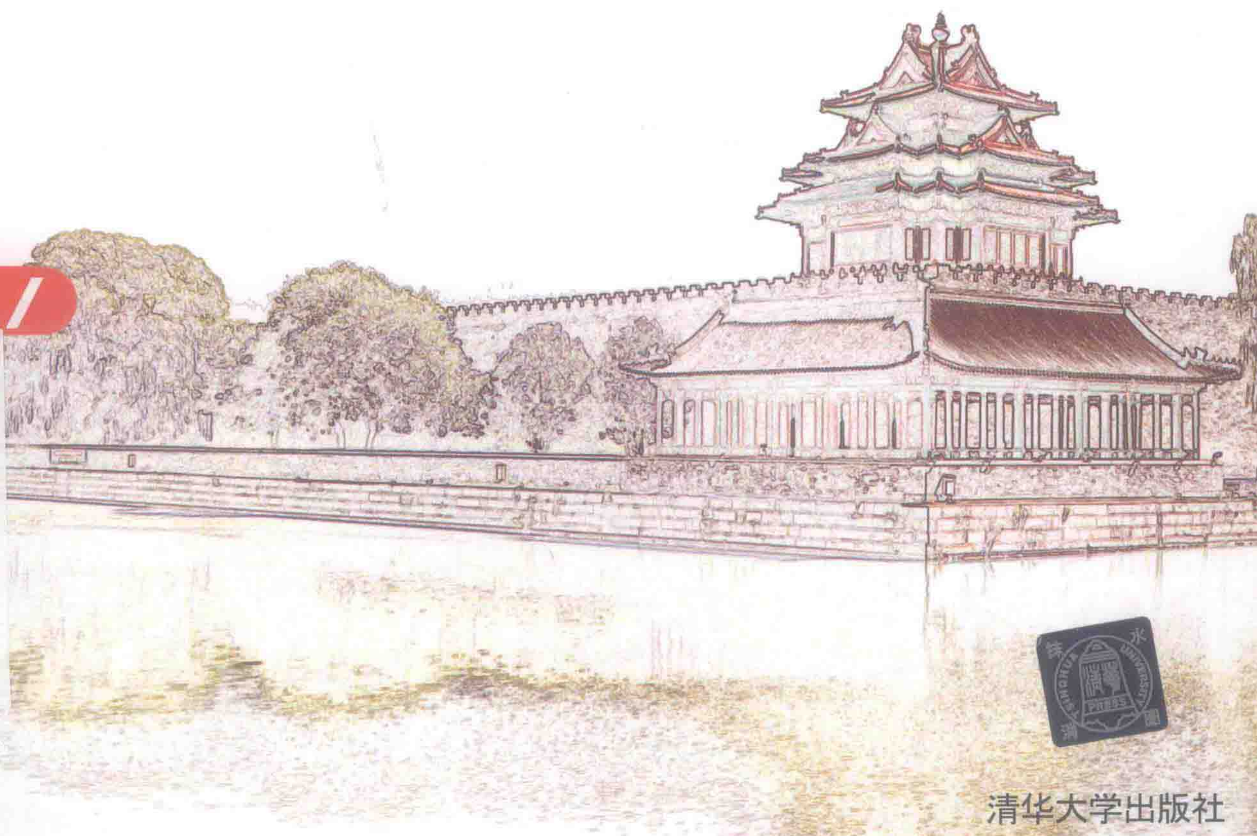
全国普通高校
电子信息与
电气学科
基础规划教材

信号与系统

学习指导与习题详解

郭改枝　郭　瑛　殷雁君　编著



清华大学出版社

全国普通高校电子信息与电气学科基础规划教材

信号与系统

学习指导与习题详解

郭改枝　郭瑛　殷雁君　编著

清华大学出版社
北京

内容简介

本书主要作为与教材《信号与系统》相配套的辅助教材，按照主教材顺序：信号与线性时不变系统，连续时间系统的时域分析，离散信号与离散系统，信号的频域分析傅里叶变换，连续时间信号的复频域分析，z 变换、离散时间系统的 z 域分析，系统的状态变量分析等安排，与主教材相对应分为 7 章，每一章由基本知识要点、重要公式、学习要求、重点和难点提示、习题解答等几部分构成。每章习题都经过精心设计并给出详细解答，体现各章节的知识要点、重点和难点。

本书可作为电子信息工程类专业学生学习"信号与系统"课程或报考相关专业研究生的参考书。

图书在版编目(CIP)数据

信号与系统学习指导与习题详解/郭改枝，郭瑛，殷雁君编著. --北京：清华大学出版社，2015
全国普通高校电子信息与电气学科基础规划教材
ISBN 978-7-302-38682-7

Ⅰ. ①信…　Ⅱ. ①郭…　②郭…　③殷…　Ⅲ. ①信号系统－高等学校－教学参考资料
Ⅳ. ①TN911.6

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2014)第 283777 号

责任编辑：梁颖　薛阳
封面设计：傅瑞学
责任校对：时翠兰
责任印制：刘海龙

出版发行：清华大学出版社
网　　址：http://www.tup.com.cn，http://www.wqbook.com
地　　址：北京清华大学学研大厦 A 座　　**邮　　编**：100084
社 总 机：010-62770175　　**邮　　购**：010-62786544
投稿与读者服务：010-62776969，c-service@tup.tsinghua.edu.cn
质量反馈：010-62772015，zhiliang@tup.tsinghua.edu.cn
课件下载：http://www.tup.com.cn，010-62795954
印 装 者：北京鑫海金澳胶印有限公司
经　　销：全国新华书店
开　　本：185mm×260mm　**印　　张**：10.75　**字　　数**：259 千字
版　　次：2015 年 5 月第 1 版　**印　　次**：2015 年 5 月第 1 次印刷
印　　数：1～1500
定　　价：29.00 元

产品编号：062282-01

前　言

本书是为高等院校电子技术类专业编写的教学用书，是与《信号与系统》教材相配套的习题集，课程目的是使学生掌握信号、系统、网络系统函数、频谱、时域分析、频域分析等基本概念及深刻理解线性系统的时域、频域、复频域分析方法。培养学生分析问题与解决问题的能力，同时为学生学习后续通信原理、数字信号处理课程打下扎实的理论基础。

编写该教材的习题解答的目的是为学生提供课后习题的解题思路和方法，加深学生对信号与系统中基本概念的理解和认识，推动学生灵活、深入地掌握信号与系统中的基本分析方法，并为今后的实际应用奠定基础。

本书的编写由郭改枝、郭瑛、殷雁君合作完成，全书由郭改枝统稿。本书是在内蒙古师范大学各级领导和相关教师的关心和支持下完成的，在修订过程中得到了内蒙古师范大学计算机专业研究生的帮助，在此谨表示衷心的感谢。

限于编者水平，错误与不妥之处在所难免，敬请读者批评指正。请使用以下电子邮件地址联系：ciecggz@imnu. edu. cn。

编　者

2015 年 3 月

目 录

第1章　信号与线性时不变系统

［教学目的和要求］

掌握信号与系统的基本概念，了解信号的描述、分类、运算、分解及系统的模型、分类与分析方法，重点掌握并理解奇异信号的定义、性质和线性时不变系统的特点。

［教学内容］

(1) 信号与系统；

(2) 信号的描述、分类和典型示例；

(3) 信号的运算与分解；

(4) 阶跃信号与冲激信号；

(5) 系统模型及其分类；

(6) 线性时不变系统；

(7) 连续时间信号产生与运算的 MATLAB 实现。

［教学重点与难点］

教学重点：

(1) 阶跃信号与冲激信号；

(2) 线性时不变系统。

教学难点：

冲激信号与冲激偶信号的性质。

本章知识要点

1. 信号与系统的概念

1) 什么是信号

信号是带有信息（如语言、图像、数据等）并随时间（和空间）变化的物理量。信号

都携带一定的消息。

2）什么是系统

系统是由若干相互作用和相互依赖的事物组合而成的具有特定功能的整体。

2. 信号的分类

从函数值是否确定分为确定信号与随机信号，确定信号可分为周期信号与非周期信号；根据所定义的时间范围分为连续信号与离散信号，连续信号随时间连续变化，最常见的连续信号是模拟信号（在时间轴和幅度轴上都连续），离散信号在时间轴上是离散信号，而在幅度轴上是连续的。数字信号在时间轴上是离散信号，而在幅度轴上也是离散的；根据信号自变量的个数分为一维信号与多维信号；按照信号是否可积分为能量信号和功率信号。

3. 典型信号

（1）指数信号：$f(t)=Ke^{at}$（式中，a 为实数）。

（2）正弦信号：$f(t)=K\sin(\omega t+\theta)$。

（3）复指数信号：$f(t)=Ke^{st}=Ke^{(\sigma+j\omega)t}$。

（4）抽样信号：$\mathrm{Sa}(t)=\dfrac{\sin t}{t}$。

抽样信号有以下的性质：

① 偶对称；

② 在 t 的正负两个方向振幅都逐渐衰减、无限延伸；

③ 当 $t=\pm\pi,\pm2\pi,\cdots,\pm n\pi$ 时，函数值等于零；

④ 曲线面积：左右各 $\pi/2$，共 π。

$$\int_0^{\infty}\mathrm{Sa}(t)\mathrm{d}t=\frac{\pi}{2}\qquad\int_{-\infty}^{\infty}\mathrm{Sa}(t)\mathrm{d}t=\pi$$

（5）高斯函数：$f(t)=Ee^{-\left(\frac{t}{\tau}\right)^2}$，也叫“钟形信号”。

4. 信号的运算

1）信号的延时——信号的移位

将信号 $f(t)$ 波形沿横轴向右（或向左）平移 t_0 时间长度后，所得波形 $f(t-t_0)$（或 $f(t+t_0)$）就叫作原信号的右（或左）延时（或移位）信号。

2）信号的反褶

将信号 $f(t)$ 波形相对于纵轴、垂直于坐标平面反折过来。

3）尺度变换——尺度倍乘

将信号 $f(t)$的波形沿时间轴压缩 a 倍（当 $a>1$ 时）或扩展 a 倍（当 $0<a<1$ 时）得到 $f(at)$的运算过程称为信号的尺度倍乘或尺度变换(有时也简称为“尺度”)。

4）微分和积分

定义为

$$f'(t)=\frac{\mathrm{d}f(t)}{\mathrm{d}t} \text{ 和 } \int_{-\infty}^{t} f(\tau)\mathrm{d}\tau$$

5）信号的相加与相乘

信号的相加是指若干信号之和,可表示为

$$f(t)=x_1(t)+x_2(t)+\cdots$$

信号的相乘是指若干信号的乘积,可表示为

$$f(t)=x_1(t)\cdot x_2(t)\cdot\cdots$$

5. 奇异信号

1）单位斜变信号

定义为

$$f(t)=\begin{cases}t, & t\geqslant 0\\ 0, & t<0\end{cases}$$

2）单位阶跃信号 $u(t)$

单位阶跃信号定义为

$$u(t)=\begin{cases}0, & t<0\\ 1, & t>0\end{cases}$$

$u(t)$在 $t>0$ 时等于 1；$t<0$ 时其值为零；关于 $t=0$ 处的函数值有两种理解方式：

① 无定义,只是发生从 0 到 1 的跳变；

② 规定 $u(0)=\frac{1}{2}$。

3）单位冲激信号 $\delta(t)$

只在 $t=0$ 点有一个冲激,在其他 t 值处 $\delta(t)=0$。

4）冲激偶信号 $\delta'(t)$

定义 $$\delta'(t)=\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\delta(t)$$

6. 信号的分解

(1) 任何信号都可分解为直流分量和交流分量之和,离散时间信号也同样适用。

(2) 任何信号都可分解为偶分量和奇分量之和。

(3) 任何信号都可分解为实部分量与虚部分量。

(4) 任何信号都可分解为无穷多个冲激信号的叠加和。

7. 系统的分类

(1) 连续时间系统与离散时间系统;

(2) 记忆系统与非记忆系统;

(3) 线性系统与非线性系统;

(4) 时变系统与时不变系统;

(5) 因果系统与非因果系统;

(6) 集总参数系统与分布参数系统;

(7) 可逆系统与不可逆系统。

第 1 章习题及答案

1. 在图 1-1 所示的信号中,哪些是连续信号?哪些是离散信号?哪些是周期信号?哪些是非周期信号?

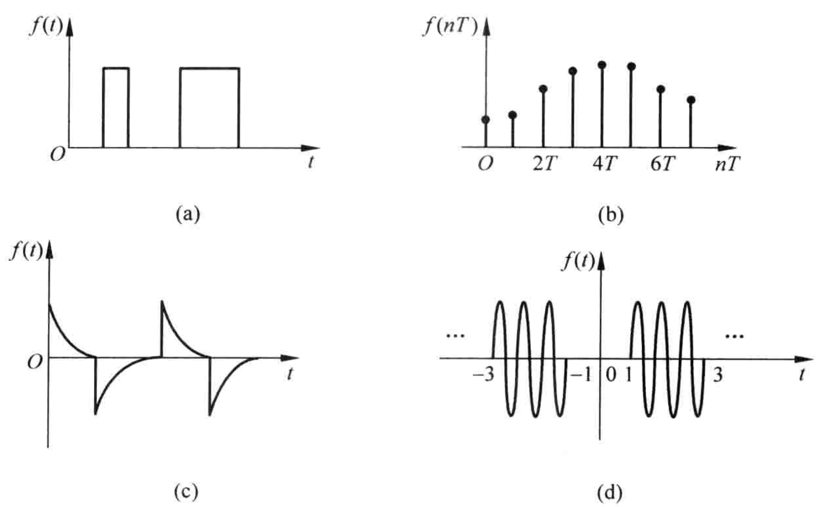


图 1-1 信号示例

解:图 1-1(a)、图 1-1(c)、图 1-1(d)为连续信号;图 1-1(b)为离散信号;图 1-1(d)为周期信号;其余为非周期信号;图 1-1(b)、图 1-1(c)为有始(因果)信号。

2. 分别求下列各周期信号的周期 T。

(1) $\cos(10t)-\cos(30t)$　　(2) e^{j10t}　　(3) $[5\sin(8t)]^2$

(4) $\sum_{n=0}^{\infty}(-1)^n[u(t-nT)-u(t-nT-T)]$ (n 为正整数)

分析：判断一个包含多个不同频率分量的复合信号是否为一个周期信号，需要考察各分量信号的周期是否存在公倍数；若不存在，则该复合信号为非周期信号。

(1) $\cos(10t)-\cos(30t)$

解：函数 $\cos(10t)$ 的周期为 $T_1=\frac{2\pi}{10}=\frac{\pi}{5}$，函数 $\cos(30t)$ 的周期为 $T_2=\frac{2\pi}{30}=\frac{\pi}{15}$。

由于 T_1，T_2 的最小公倍数为$\frac{\pi}{5}$，所以该信号的周期为 $T=\frac{\pi}{5}$。

(2) e^{j10t}

解：由欧拉公式得 $e^{j10t}=\cos10t+j\sin10t$，该信号的周期为 $T=\frac{2\pi}{10}=\frac{\pi}{5}$。

(3) $[5\sin(8t)]^2$

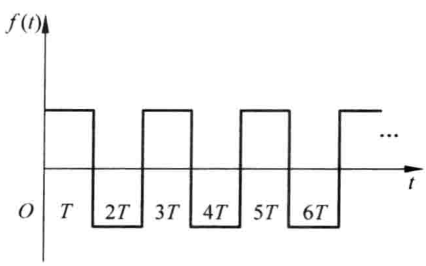
解：由 $[5\sin(8t)]^2=25\times\frac{1-\cos(16t)}{2}=\frac{25}{2}-\frac{25\cos(16t)}{2}$ 知，该信号的周期为 $T=\frac{2\pi}{16}=\frac{\pi}{8}$。

(4) $\sum_{n=0}^{\infty}(-1)^n[u(t-nT)-u(t-nT-T)]$ (n 为正整数)

解：原式为

$$\sum_{n=0}^{\infty}(-1)^n[u(t-nT)-u(t-nT-T)]$$
$$=[u(t)-u(t-T)]-[u(t-T)-u(t-2T)]+[u(t-2T)-u(t-3T)]+\cdots$$

该展开式的图形如题解图 1 所示。



题解图 1

由图可知周期为 $2T$。

3. 假定 $x_1(t)$和 $x_2(t)$分别是具有基波周期为 T_1 与 T_2 的周期信号，试问在什么条件下，这两个信号之和 $x_1(t)+x_2(t)$是周期性的？如果该信号是周期的，基波周期是什么？

解：$x_1(t)$ 的周期为 T_1，即有 $x_1(t)=x_1(t+T_1)$，$x_2(t)$的周期为 T_2，即有 $x_2(t)=x_2(t+T_2)$，当 T_1/T_2 为有理数，即可以表示为 $T_1/T_2=n/m$ 时，$x_1(t)+x_2(t)$为周期信号，周期为 $T=mT_1=nT_2$，也即当 T 为 T_1，T_2 的最小公倍数时信号是周期的。

4. 应用冲激信号的抽样特性，求下列表示的函数值。

(1) $\int_{-\infty}^{\infty} f(t-t_0)\delta(t)\mathrm{d}t$

(2) $\int_{-\infty}^{\infty} f(t_0-t)\delta(t)\mathrm{d}t$

(3) $\int_{-\infty}^{\infty} \delta(t-t_0)u\left(t-\frac{t_0}{2}\right)\mathrm{d}t$

(4) $\int_{-\infty}^{\infty} \delta(t-t_0)u(t-2t_0)\mathrm{d}t$

(5) $\int_{-\infty}^{\infty} (\mathrm{e}^{-t}+t)\delta(t+2)\mathrm{d}t$

(6) $\int_{-\infty}^{\infty} (t+\sin t)\delta\left(t-\frac{\pi}{6}\right)\mathrm{d}t$

(7) $\int_{-\infty}^{\infty} \mathrm{e}^{-\mathrm{j}\omega t}[\delta(t)-\delta(t-t_0)]\mathrm{d}t$

分析：由冲激信号的筛选性可知，$\int_{-\infty}^{\infty} f(t)\delta(t-t_0)\mathrm{d}t=f(t_0)$。

(1) $\int_{-\infty}^{\infty} f(t-t_0)\delta(t)\mathrm{d}t$

解：由筛选性得 $\int_{-\infty}^{\infty} f(t-t_0)\delta(t)\mathrm{d}t=f(-t_0)\int_{-\infty}^{\infty}\delta(t)\mathrm{d}t=f(-t_0)$。

(2) $\int_{-\infty}^{\infty} f(t_0-t)\delta(t)\mathrm{d}t$

解：由筛选性得 $\int_{-\infty}^{\infty} f(t_0-t)\delta(t)\mathrm{d}t=f(t_0)\int_{-\infty}^{\infty}\delta(t)\mathrm{d}t=f(t_0)$。

(3) $\int_{-\infty}^{\infty} \delta(t-t_0)u\left(t-\frac{t_0}{2}\right)\mathrm{d}t$

解：$\int_{-\infty}^{\infty} \delta(t-t_0)u\left(t-\frac{t_0}{2}\right)\mathrm{d}t=\int_{\frac{t_0}{2}}^{\infty}\delta(t-t_0)\mathrm{d}t=\begin{cases}1, & t_0>0\\ 0, & t_0<0\end{cases}$

(4) $\int_{-\infty}^{\infty} \delta(t-t_0)u(t-2t_0)\mathrm{d}t$

解：$\int_{-\infty}^{\infty} \delta(t-t_0)u(t-2t_0)\mathrm{d}t = \int_{2t_0}^{\infty} \delta(t-t_0)\mathrm{d}t = \begin{cases} 0, & t_0 > 0 \\ 1, & t_0 < 0 \end{cases}$

(5) $\int_{-\infty}^{\infty} (\mathrm{e}^{-t}+t)\delta(t+2)\mathrm{d}t$

解：$\int_{-\infty}^{\infty} (\mathrm{e}^{-t}+t)\delta(t+2)\mathrm{d}t = \int_{-\infty}^{\infty} (\mathrm{e}^{2}-2)\delta(t+2)\mathrm{d}t = \mathrm{e}^2-2$

(6) $\int_{-\infty}^{\infty} (t+\sin t)\delta\left(t-\frac{\pi}{6}\right)\mathrm{d}t$

解：$\int_{-\infty}^{\infty} (t+\sin t)\delta\left(t-\frac{\pi}{6}\right)\mathrm{d}t = \int_{-\infty}^{\infty} \left(\frac{\pi}{6}+\sin\frac{\pi}{6}\right)\delta\left(t-\frac{\pi}{6}\right)\mathrm{d}t = \frac{\pi}{6}+\frac{1}{2}$

(7) $\int_{-\infty}^{\infty} \mathrm{e}^{-\mathrm{j}\omega t}[\delta(t)-\delta(t-t_0)]\mathrm{d}t$

解：
$$\int_{-\infty}^{\infty} \mathrm{e}^{-\mathrm{j}\omega t}[\delta(t)-\delta(t-t_0)]\mathrm{d}t = \int_{-\infty}^{\infty} \mathrm{e}^{-\mathrm{j}\omega t}\delta(t)\mathrm{d}t - \int_{-\infty}^{\infty} \mathrm{e}^{-\mathrm{j}\omega t}\delta(t-t_0)\mathrm{d}t$$
$$= 1-\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\omega t_0}$$

5. 化简下列各式。

(1) $\int_{-\infty}^{t} \delta(2\tau-1)\mathrm{d}\tau$　　(2) $\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\cos\left(t+\frac{\pi}{4}\right)\delta(t)\right]$

(3) $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}[\cos t \cdot \delta(t)] \cdot \sin t\mathrm{d}t$

解：(1) 原式 $= \int_{-\infty}^{t} \frac{1}{2}\delta\left(\tau-\frac{1}{2}\right)\mathrm{d}\tau = \frac{1}{2}u\left(t-\frac{1}{2}\right)$

(2) 原式 $= \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\cos\frac{\pi}{4}\delta(t)\right] = \frac{\sqrt{2}}{2}\delta'(t)$

(3) 原式 $= \int_{-\infty}^{\infty} \delta'(t) \cdot \sin t\mathrm{d}t = -\sin' t\,|_{t=0} = -\cos t\,|_{t=0} = -1$

6. 求下列函数的积分。

(1) $\int_{-\infty}^{\infty} \cos\frac{\pi}{4}t[\delta'(t)-\delta(t)]\mathrm{d}t$

(2) $\int_{-\infty}^{t} [\delta(t+2)-\delta(t-2)]\mathrm{d}t$

(3) $\int_{-3}^{6} (4-t^2)\delta'(t-4)\mathrm{d}t$

(4) $\int_{-\infty}^{\infty} \delta(t-2)\delta(x-t)\mathrm{d}t$

解：(1) $\int_{-\infty}^{\infty} \cos\frac{\pi}{4}t[\delta'(t)-\delta(t)]\mathrm{d}t = -1$

(2) $\int_{-\infty}^{t} [\delta(t+2)-\delta(t-2)]\mathrm{d}t = u(t+2)-u(t-2)$

(3) $\int_{-3}^{6}(4-t^2)\delta'(t-4)\mathrm{d}t=\int_{-3}^{6}4\delta'(t-4)\mathrm{d}t-\int_{-3}^{6}t^2\delta'(t-4)\mathrm{d}t$

$$=4\int_{-3}^{6}\delta'(t-4)\mathrm{d}t-\int_{-3}^{6}t^2\delta'(t-4)\mathrm{d}t$$

$$=0+2t\mid_{t=4}=8$$

(4) $\int_{-\infty}^{\infty}\delta(t-2)\delta(x-t)\mathrm{d}t=\begin{cases}\delta(x-2), & x=2\\ 0, & x\neq 2\end{cases}$

7. 判断下列系统是否为线性的、时不变的、因果的。

(1) $r(t)=\frac{\mathrm{d}e(t)}{\mathrm{d}t}$

(2) $r(t)=e(t)u(t)$

(3) $r(t)=\sin[e(t)]u(t)$

(4) $r(t)=e(1-t)$

(5) $r(t)=e(2t)$

(6) $r(t)=e^2(t)$

(7) $r(t)=\int_{-\infty}^{t}e(\tau)\mathrm{d}\tau$

(8) $r(t)=\int_{-\infty}^{5t}e(\tau)\mathrm{d}\tau$

分析："线性特性"意味着同时满足叠加性和均匀性。系统的时不变特性是指当激励延迟一段时间 t_0 时，其响应也同样延时 t_0，波形形状不变。系统的因果性是指系统在 t_0 时刻的响应只与 $t=t_0$ 和 $t<t_0$ 时刻的输入有关，换言之，就是如果激励发生在前，响应出现在后，则系统就是因果的。

(1) $r(t)=\frac{\mathrm{d}e(t)}{\mathrm{d}t}$

解：(a) 激励为 $e_1(t)$，响应为 $r_1(t)=\frac{\mathrm{d}e_1(t)}{\mathrm{d}t}$。

激励为 $e_2(t)$，响应为 $r_2(t)=\frac{\mathrm{d}e_2(t)}{\mathrm{d}t}$。

激励为 $e_1(t)+e_2(t)$，响应为 $\frac{\mathrm{d}[e_1(t)+e_2(t)]}{\mathrm{d}t}=r_1(t)+r_2(t)$。

激励为 $c_1e_1(t)+c_2e_2(t)$，响应为 $\frac{\mathrm{d}[c_1e_1(t)+c_2e_2(t)]}{\mathrm{d}t}=c_1r_1(t)+c_2r_2(t)$，所以是线性的。

(b) 激励为 $e(t-t_0)$，响应为 $\frac{\mathrm{d}e(t-t_0)}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{d}e(t-t_0)}{\mathrm{d}(t-t_0)}=r(t-t_0)$，所以是时不变的。

(c) 激励为 $e(t)$,响应为 $r(t)=\dfrac{\mathrm{d}e(t)}{\mathrm{d}t}$,当 $t=t_0$ 时,响应 $r(t_0)$只与此时的输入激励 $e(t_0)$有关,与这之前或之后的输入无关,所以系统是因果的。

故 $r(t)=\dfrac{\mathrm{d}e(t)}{\mathrm{d}t}$是线性的、时不变的、因果的。

(2) $r(t)=e(t)u(t)$

(a) 激励为 $e_1(t)$,响应为 $r_1(t)=e_1(t)u(t)$。

激励为 $e_2(t)$,响应为 $r_2(t)=e_2(t)u(t)$。

激励为 $e_1(t)+e_2(t)$,响应为$[e_1(t)+e_2(t)]u(t)=r_1(t)+r_2(t)$。

激励为 $c_1e_1(t)+c_2e_2(t)$,响应为$[c_1e_1(t)+c_2e_2(t)]u(t)=c_1r_1(t)+c_2r_2(t)$,所以是线性的。

(b) 激励为 $e(t-t_0)$,响应为 $e(t-t_0)u(t)\neq e(t-t_0)u(t-t_0)=r(t-t_0)$,所以是时变的。

(c) 激励为 $e(t)$,响应为 $r(t)=e(t)u(t)$,当 $t=t_0$ 时,响应 $r(t_0)$只与此时的输入激励$e(t_0)$有关,与这之前或之后的输入无关,所以系统是因果的。

故 $r(t)=e(t)u(t)$是线性的、时变的、因果的。

(3) $r(t)=\sin[e(t)]u(t)$

解:(a) 激励为 $e_1(t)$,响应为 $r_1(t)=\sin[e_1(t)]u(t)$。

激励为 $e_2(t)$,响应为 $r_2(t)=\sin[e_2(t)]u(t)$。

激励为 $e_1(t)+e_2(t)$,响应为 $\sin[e_1(t)+e_2(t)]u(t)\neq r_1(t)+r_2(t)$。

激励为 $c_1e_1(t)+c_2e_2(t)$,响应为 $\sin[c_1e_1(t)+c_2e_2(t)]u(t)\neq c_1r_1(t)+c_2r_2(t)$,所以是非线性的。

(b) 激励为 $e(t-t_0)$,响应为 $\sin[e(t-t_0)]u(t)\neq\sin[e(t-t_0)]u(t-t_0)=r(t-t_0)$,所以是时变的。

(c) 激励为 $e(t)$,响应为 $r(t)=\sin[e(t)]u(t)$,当 $t=t_0$ 时,响应 $r(t_0)$只与此时的输入激励 $e(t_0)$有关,与这之前或之后的输入无关,所以系统是因果的。

故 $r(t)=\sin[e(t)]u(t)$是非线性的、时变的、因果的。

(4) $r(t)=e(1-t)$

解:(a) 激励为 $e_1(t)$,响应为 $r_1(t)=e_1(1-t)$。

激励为 $e_2(t)$,响应为 $r_2(t)=e_2(1-t)$。

激励为 $e_1(t)+e_2(t)$,响应为 $e_1(1-t)+e_2(1-t)=r_1(t)+r_2(t)$。

激励为 $c_1e_1(t)+c_2e_2(t)$,响应为 $c_1e_1(1-t)+c_2e_2(1-t)=c_1r_1(t)+c_2r_2(t)$,所以是线性的。

(b) 激励为 $e(t-t_0)$，响应为 $e(1-t-t_0)\neq e[1-(t-t_0)]=r(t-t_0)$，所以是时变的。

(c) 激励为 $e(t)$，响应为 $r(t)=e(1-t)$，当 $t=t_0=0$ 时，响应 $r(t_0)$ 只与 $t>t_0$ 时的输入激励 $e(1-t_0)$ 有关，所以系统是非因果的。

故 $r(t)=e(1-t)$ 是线性的、时变的、非因果的。

(5) $r(t)=e(2t)$

解：(a) 激励为 $e_1(t)$，响应为 $r_1(t)=e_1(2t)$。

激励为 $e_2(t)$，响应为 $r_2(t)=e_2(2t)$。

激励为 $e_1(t)+e_2(t)$，响应为 $e_1(2t)+e_2(2t)=r_1(t)+r_2(t)$。

激励为 $c_1e_1(t)+c_2e_2(t)$，响应为 $c_1e_1(2t)+c_2e_2(2t)=c_1r_1(t)+c_2r_2(t)$，所以是线性的。

(b) 激励为 $e(t-t_0)$，响应为 $e(2t-t_0)\neq e[2(t-t_0)]=r(t-t_0)$，所以是时变的。

(c) 激励为 $e(t)$，响应为 $r(t)=e(2t)$，当 $t=t_0$ 时，响应 $r(t_0)$ 只与 $t>t_0$ 时的输入激励$e(2t_0)$有关，所以系统是非因果的。

故 $r(t)=e(2t)$ 是线性的、时变的、非因果的。

(6) $r(t)=e^2(t)$

解：(a) 激励为 $e_1(t)$，响应为 $r_1(t)=e_1^2(t)$。

激励为 $e_2(t)$，响应为 $r_2(t)=e_2^2(t)$。

激励为 $e_1(t)+e_2(t)$，响应为$[e_1(t)+e_2(t)]^2\neq r_1(t)+r_2(t)$。

激励为 $c_1e_1(t)+c_2e_2(t)$，响应为$[c_1e_1(t)+c_2e_2(t)]^2\neq c_1r_1(t)+c_2r_2(t)$，所以是非线性的。

(b) 激励为 $e(t-t_0)$，响应为 $e^2(t-t_0)=r(t-t_0)$，所以是时不变的。

(c) 激励为 $e(t)$，响应为 $r(t)=e^2(t)$，当 $t=t_0$ 时，响应 $r(t_0)$ 只与 $t=t_0$ 时的输入激励$e^2(t_0)$有关，所以系统是因果的。

故 $r(t)=e^2(t)$ 是非线性的、时不变的、因果的。

(7) $r(t)=\int_{-\infty}^{t}e(\tau)\mathrm{d}\tau$

解：(a) 激励为 $e_1(t)$，响应为 $r_1(t)=\int_{-\infty}^{t}e_1(\tau)\mathrm{d}\tau$。

激励为 $e_2(t)$，响应为 $r_2(t)=\int_{-\infty}^{t}e_2(\tau)\mathrm{d}\tau$。

激励为 $e_1(t)+e_2(t)$，响应为$\int_{-\infty}^{t}[e_1(\tau)+e_2(\tau)]\mathrm{d}\tau=\int_{-\infty}^{t}e_1(\tau)\mathrm{d}\tau+\int_{-\infty}^{t}e_1(\tau)\mathrm{d}\tau=r_1(t)+r_2(t)$。

激励为 $c_1e_1(t)+c_2e_2(t)$，响应为

$$\int_{-\infty}^{t}[c_1e_1(\tau)+c_2e_2(\tau)]\mathrm{d}\tau=\int_{-\infty}^{t}c_1e_1(\tau)\mathrm{d}\tau+\int_{-\infty}^{t}c_2e_2(\tau)\mathrm{d}\tau=c_1r_1(t)+c_2r_2(t)$$

所以是线性的。

(b) 激励为 $e(t-t_0)$，响应为

$\int_{-\infty}^{t} e_1(\tau-t_0)\mathrm{d}\tau=\int_{-\infty}^{t} e_1(\tau-t_0)\mathrm{d}(\tau-t_0)=\int_{-\infty}^{t-t_0} e_1(a)\mathrm{d}a=r(t-t_0)$，式中设 $\tau-t_0=a$ 是时不变的。

(c) 激励为 $e(t)$，响应为 $r(t)=\int_{-\infty}^{t} e(\tau)\mathrm{d}\tau$，当 $t=t_0$ 时，响应 $r(t_0)=\int_{-\infty}^{t_0} e(\tau)\mathrm{d}\tau$ 只与 $t=t_0$ 时的输入激励有关，所以系统是因果的。

故 $r(t)=\int_{-\infty}^{t} e(\tau)\mathrm{d}\tau$ 是线性的、时不变的、因果的。

(8) $r(t)=\int_{-\infty}^{5t} e(\tau)\mathrm{d}\tau$

解：(a) 激励为 $e_1(t)$，响应为 $r_1(t)=\int_{-\infty}^{5t} e_1(\tau)\mathrm{d}\tau$。

激励为 $e_2(t)$，响应为 $r_2(t)=\int_{-\infty}^{5t} e_2(\tau)\mathrm{d}\tau$。

激励为 $e_1(t)+e_2(t)$，响应为 $\int_{-\infty}^{5t}[e_1(\tau)+e_2(\tau)]\mathrm{d}\tau=\int_{-\infty}^{5t} e_1(\tau)\mathrm{d}\tau+\int_{-\infty}^{5t} e_2(\tau)\mathrm{d}\tau=r_1(t)+r_2(t)$。

激励为 $c_1e_1(t)+c_2e_2(t)$，响应为

$\int_{-\infty}^{5t}[c_1e_1(\tau)+c_2e_2(\tau)]\mathrm{d}\tau=\int_{-\infty}^{5t} c_1e_1(\tau)\mathrm{d}\tau+\int_{-\infty}^{5t} c_2e_2(\tau)\mathrm{d}\tau=c_1r_1(t)+c_2r_2(t)$，所以是线性的。

(b) 激励为 $e(t-t_0)$，响应为

$\int_{-\infty}^{5t} e_1(\tau-t_0)\mathrm{d}\tau=\int_{-\infty}^{5t} e_1(\tau-t_0)\mathrm{d}(\tau-t_0)=\int_{-\infty}^{5t-5t_0} e_1(a)\mathrm{d}a\neq\int_{-\infty}^{5(t-t_0)} e_1(a)\mathrm{d}a=r(t-t_0)$，式中设 $\tau-t_0=a$ 是时变的。

(c) 激励为 $e(t)$，响应为 $r(t)=\int_{-\infty}^{5t} e(\tau)\mathrm{d}\tau$，当 $t=t_0$ 时，响应 $r(t_0)=\int_{-\infty}^{5t_0} e(\tau)\mathrm{d}\tau$ 只与 $t>t_0$ 时的输入激励有关，所以系统是非因果的。

故 $r(t)=\int_{-\infty}^{5t} e(\tau)\mathrm{d}\tau$ 是线性的、时变的、非因果的。

8. 已知一连续信号如图 1-2 所示，试画出下列各式的波形。

(1) $f(2t-1)$

(2) $f(1-2t)$

(3) $f\left(-\frac{t}{2}+1\right)$

(4) $f(t)[\delta(t+1)+\delta(t-2)]$

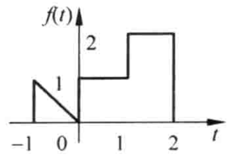
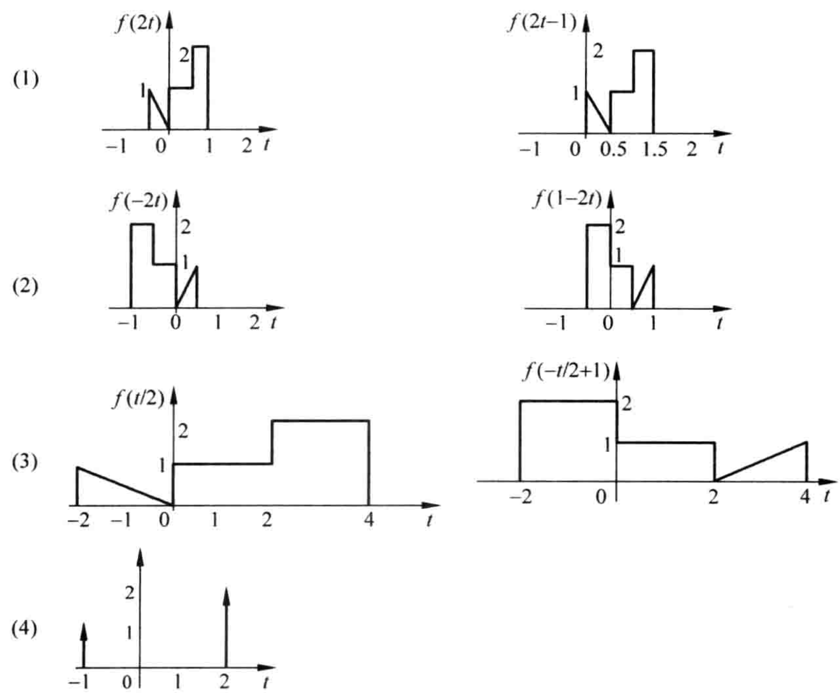


图 1-2　连续信号

解：$f(t)=\begin{cases}-t, & -1<t<0\\ u(t), & 0\leqslant t\leqslant 1\\ 2u(t-1), & 1<t<2\end{cases}$，故以上各式的波形如题解图 2 所示。



题解图 2

9. 已知一线性非时变系统，系统的初始状态为零。当输入信号为 $f(t)=u(t)$时，其输出信号为 $f(t)=(1-e^{-2t})u(t)$；当 $f(t)=\cos 2t$ 时，输出信号为 $y(t)=0.707\cos\left(2t-\dfrac{\pi}{4}\right)$。试求为下列输入信号时的系统输出信号 $y(t)$。

(1) $f(t)=2u(t)-2u(t-1)$　　　　(2) $f(t)=2\cos[2(t-2)]$

解：(1) $y(t)=2(1-e^{-2t})u(t)-2[1-e^{-2(t-1)}]u(t-1)$

(2) $y(t)=\sqrt{2}\cos[2(t-2)-\pi/4]$