

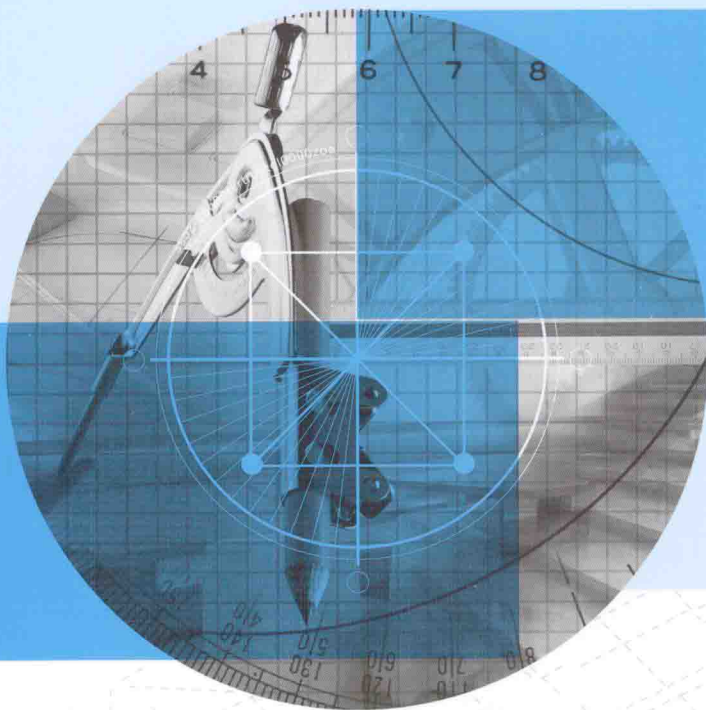


应用技术型高等教育“十二五”规划教材

大学物理

(上册)

主 编 梁志强 伊长虹
副主编 李洪云 刘进庆 陈建中 王 伟



中国水利水电出版社
www.waterpub.com.cn

应用技术型高等教育“十二五”规划教材

大学物理

(上册)

主 编 梁志强 伊长虹

副主编 李洪云 刘进庆 陈建中 王 伟

参 编 尹妍妍 吴世亮 王 青 王立飞 胡丽君

内 容 提 要

本教材的编写参照了教育部物理基础课程教学指导委员会编制的《理工科类大学物理课程教学基本要求》(2010年版),教材内容涵盖基本要求的核心内容及部分扩展内容。例题、习题等内容的编写,借鉴了国外优秀物理教材的做法,尽量结合工程技术实例和日常生活事例,具有突出物理学应用、适度淡化理论推导等特点。

本教材分为上、下两册共14章。上册包括力学、电磁学8章内容,下册为机械振动、波动、热学、光学、近代物理基础6章内容。

本教材可作为高等学校工科各专业的教材或参考书,也可作为高职类大学的教材,或供自学者阅读。

本书配有免费电子教案,读者可以从中国水利水电出版社网站以及万水书苑下载,网址为: <http://www.waterpub.com.cn/softdown/>或 <http://www.wsbookshow.com>。

图书在版编目(CIP)数据

大学物理. 上册 / 梁志强, 伊长虹主编. — 北京 :
中国水利水电出版社, 2014. 12
应用技术型高等教育“十二五”规划教材
ISBN 978-7-5170-2679-2

I. ①大… II. ①梁… ②伊… III. ①物理学—高等
学校—教材 IV. ①04

中国版本图书馆CIP数据核字(2014)第266597号

策划编辑: 宋俊娥 责任编辑: 李 炎 加工编辑: 袁 慧 封面设计: 李 佳

书 名	应用技术型高等教育“十二五”规划教材 大学物理(上册)
作 者	主 编 梁志强 伊长虹 副主编 李洪云 刘进庆 陈建中 王 伟
出版发行	中国水利水电出版社 (北京市海淀区玉渊潭南路1号D座 100038) 网址: www.waterpub.com.cn E-mail: mchannel@263.net (万水) sales@waterpub.com.cn
经 售	电话: (010) 68367658 (发行部)、82562819 (万水) 北京科水图书销售中心(零售) 电话: (010) 88383994、63202643、68545874 全国各地新华书店和相关出版物销售网点
排 版	北京万水电子信息有限公司
印 刷	北京蓝空印刷厂
规 格	170mm×227mm 16开本 11.5印张 228千字
版 次	2015年1月第1版 2015年1月第1次印刷
印 数	0001—4000册
定 价	22.00元

凡购买我社图书,如有缺页、倒页、脱页的,本社发行部负责调换

版权所有·侵权必究

“应用型人才培养基础课系列教材”

编审委员会

主任委员：刘建忠

委 员：（按姓氏笔画为序）

王 伟 史 昱 伊长虹 刘建忠 邢育红

李宗强 李爱芹 杨振起 孟艳双 林少华

胡庆泉 高曦光 梁志强 黄玉娟 蒋 彤

前 言

本教材的编写参照了教育部物理基础课程教学指导委员会编制的《理工科类大学物理课程教学基本要求》(2010 年版),教材内容涵盖了基本要求的核心内容及部分扩展内容。教材编写尽量结合工程技术实例和日常生活事例,具有突出物理学应用、适度淡化理论推导等特点,以适应各类应用技术型高校对大学物理课程的教学要求。

本教材继承了国内优秀物理教材的传统特色,思路清晰、表述精炼。同时在例题、习题编写设计等方面又借鉴了国外优秀物理教材的做法,强调理论与实际紧密结合,注重物理思想的表述和物理图像的描述。特别注意将例题、习题与工程技术问题和日常生活实例密切结合,尤其是结合交通工程技术等问题,尽可能减少“质点”、“滑块”等生硬的名词在例题和习题中出现,最大限度体现应用技术型大学的特色及交通行业的特点。本书的例题和习题采用由简单到复杂的层次编写。

本教材分为上、下两册,上册内容包括力学、电磁学,下册涵盖机械振动、波动、热学、光学、近代物理基础等内容。本教材可作为高等学校工科“大学物理”课程的教材或参考书,也可作为高职类“大学物理”课程的教材,还可供大学文理科相关专业选用和自学者阅读。与教材配套的资源“习题分析与解答”、“电子教案”、“素材库”等将陆续出版,从而构建“大学物理”课程较完善的资源体系,为各类应用技术型高校开设“大学物理”课程提供良好的服务。

本教材上、下两册的教学时间约为 120 学时,也可以根据不同专业的需要删减某些章节以较少学时讲解。

本教材由山东省教学名师梁志强教授主持编写,是山东交通学院“物理公共基础课及物理专业理论课教学团队”十余年“大学物理”课程教学实践及相关教研成果的概括和总结。其中梁志强教授、伊长虹博士分别负责力学、电磁学的编写工作,王伟教授、陈建中博士和李洪云博士分别负责光学、热学和近代物理基础的编写工作。第 1~4 章由梁志强、陈建中、刘进庆、尹妍妍、王青编写;第 5~8 章由伊长虹、李洪云、王伟、吴世亮、胡丽君、王立飞编写;第 9~10 章由梁志强、刘进庆、尹妍妍、王立飞编写;第 11 章由王伟、王青、栗世涛编写;第 12~13 章由陈建中、吴世亮、胡丽君、李畅编写;第 14 章由李洪云和伊长虹编写;梁志强负责上、下两册的统稿工作。

感谢中国水利水电出版社为本教材出版付出的辛勤劳动。

本教材不当之处,欢迎使用者指正,以便再版时更正。

编 者

2014 年 9 月于山东交通学院无影山校区

目 录

前言

第 1 章 质点运动学	1
1.1 质点运动的描述	1
1.1.1 参照系 质点	1
1.1.2 位置矢量 运动方程 位移	2
1.1.3 速度 加速度	3
1.2 质点的曲线运动	7
1.2.1 抛体运动	7
1.2.2 圆周运动	8
1.3 相对运动	11
习题 1	12
第 2 章 牛顿定律	14
2.1 牛顿定律	14
2.1.1 牛顿第一定律	14
2.1.2 牛顿第二定律	15
2.1.3 牛顿第三定律	17
2.2 几种常见的力	17
2.2.1 万有引力	17
2.2.2 重力	18
2.2.3 弹性力	19
2.2.4 摩擦力	20
2.3 牛顿定律的应用	22
2.4 牛顿定律的应用范围	26
习题 2	27
第 3 章 动力学基本定理与守恒定律	30
3.1 动量定理及动量守恒定律	30
3.1.1 质点动量定理	30
3.1.2 质点系动量定理和动量守恒定律	32
3.2 角动量定理及角动量守恒定律	36
3.2.1 质点角动量定理	36
3.2.2 角动量守恒定律	38

3.3	动能定理及机械能守恒定律.....	39
3.3.1	功 功率	39
3.3.2	动能定理.....	41
3.3.3	保守力与势能.....	43
3.3.4	功能原理 机械能守恒定律.....	47
3.3.5	完全弹性碰撞与完全非弹性碰撞.....	48
3.3.6	能量守恒与转换定律.....	50
3.4	对称性与守恒律	50
3.5	质心运动定律	51
3.5.1	质心位置的确定.....	51
3.5.2	质心运动定律.....	52
	习题 3.....	53
第 4 章	刚体定轴转动	57
4.1	刚体定轴转动的角量描述.....	58
4.1.1	刚体定轴转动的角速度和角加速度	58
4.1.2	匀变速转动公式.....	59
4.1.3	角量与线量的关系.....	59
4.2	刚体定轴转动定律	61
4.2.1	刚体定轴转动定律.....	61
4.2.2	刚体的转动惯量.....	66
4.2.3	平行轴定理.....	67
4.3	刚体定轴转动的角动量守恒定律.....	68
4.3.1	刚体定轴转动的角动量定理	68
4.3.2	刚体定轴转动的角动量守恒定律	69
4.4	刚体绕定轴转动的动能定理.....	71
4.4.1	力矩的功.....	72
4.4.2	刚体绕定轴转动的动能定理	73
	习题 4.....	75
第 5 章	静电场	78
5.1	电荷与库仑定律	78
5.1.1	电荷的量子化.....	78
5.1.2	电荷守恒定律.....	79
5.1.3	库仑定律.....	79
5.2	电场强度	80
5.2.1	静电场	80
5.2.2	电场强度.....	80
5.2.3	点电荷和点电荷系的电场强度	80

5.3 静电场的高斯定理	85
5.3.1 电场线	85
5.3.2 电场强度通量	87
5.3.3 静电场的高斯定理	88
5.3.4 高斯定理的应用	90
5.4 静电场的环路定理	93
5.4.1 静电场力做功的特点	93
5.4.2 静电场的环路定理	94
5.5 电势	95
5.5.1 电势能	95
5.5.2 电势	95
5.5.3 点电荷和点电荷系的电势	96
5.6 电场强度与电势	99
5.6.1 等势面	99
5.6.2 电场强度与电势梯度	101
习题 5	103
第 6 章 静电场中的导体与电介质	106
6.1 静电场中的导体	106
6.1.1 导体的静电平衡	106
6.1.2 导体静电平衡时电荷的分布	107
6.1.3 导体表面附近的场强	108
6.1.4 尖端放电	109
6.1.5 静电屏蔽	109
6.2 静电场中的电介质	110
6.2.1 电介质的极化	110
6.2.2 电极化强度	111
6.2.3 极化电荷与自由电荷的关系	112
6.3 电位移 电介质中的高斯定理	113
6.4 电容器及其电容	116
6.4.1 孤立导体的电容	116
6.4.2 电容器的电容	116
6.4.3 电容器的联接	119
6.5 静电场的能量 能量密度	121
习题 6	121
第 7 章 真空中的恒定磁场	123
7.1 恒定电流	123
7.1.1 恒定电流	123

7.1.2	电流和电流密度	123
7.2	恒定磁场和磁感应强度	124
7.2.1	磁的基本现象	124
7.2.2	磁感应强度	124
7.2.3	磁感应线	125
7.3	毕奥-萨伐尔定律	125
7.3.1	毕奥-萨伐尔定律	125
7.3.2	毕奥-萨伐尔定律的应用	126
7.3.3	运动电荷的磁场	128
7.4	磁场中的高斯定理	129
7.4.1	磁通量	129
7.4.2	磁场的高斯定理	129
7.5	磁场的安培环路定理	130
7.5.1	安培环路定理	130
7.5.2	安培环路定理的应用	131
7.6	安培定律	132
7.6.1	安培定律	132
7.6.2	磁场作用在载流线圈的磁力矩	134
7.7	磁场对运动电荷的作用	135
7.8	磁场中的磁介质	136
7.8.1	磁介质及磁化强度	136
7.8.2	磁介质中的安培环路定理 磁场强度	137
7.8.3	铁磁质	138
	习题 7	140
第 8 章	电磁感应与电磁场	145
8.1	电磁感应定律	145
8.1.1	电磁感应现象	145
8.1.2	法拉第电磁感应定律	146
8.1.3	楞次定律	148
8.2	动生电动势和感生电动势	148
8.2.1	动生电动势	148
8.2.2	感生电动势	151
8.3	自感和互感	151
8.3.1	自感 自感电动势	152
8.3.2	互感 互感电动势	153
8.4	磁场能量 磁场能量密度	156
8.5	麦克斯韦电磁场理论简介	159

8.5.1 位移电流.....	159
8.5.2 麦克斯韦方程组的积分形式.....	161
习题 8.....	162
习题答案.....	165
参考文献.....	172

第1章 质点运动学

机械运动是物体最简单、最基本的运动形式,研究机械运动及其规律的学科称为力学。力学是物理学的基础,也是工程技术的基础。当前力学已渗透到工程技术的众多领域,诸如土木工程、机械工程、交通工程、电气工程、航空航天工程等均以力学为基础。本教材的力学部分仅包括质点运动学、质点动力学、刚体定轴转动和机械振动等内容,是学习电磁学、热学等内容的基础,也是理工科各专业学习后继课程的基础,如理论力学、工程力学、材料力学、弹性力学、流体力学、结构力学等专业基础课程均以上述力学内容为基础。

力学可划分为运动学、动力学和静力学,运动学主要研究物体的空间位置随时间的变化规律,不涉及物体产生和改变运动的原因。本章重点介绍质点运动学的参照系、质点、坐标系等基本概念,以及描述质点运动的物理量:位置矢量、位移矢量、速度和加速度等,详细讨论质点的直线运动、抛体运动和圆周运动,最后简介质点的相对运动。在本章学习过程中,应重视高等数学的应用,尽快掌握坐标系的选取、矢量运算和微积分的运用,逐步提高解决物理问题的能力,为本课程和专业课程的学习奠定扎实的基础。

1.1 质点运动的描述

1.1.1 参照系 质点

大到绕恒星运行的行星,小到原子核外的电子云,高空呼啸而过的喷气客机、铁轨上飞驰的高速列车、海面上乘风破浪的舰艇,自然界处处可见运动的物体。物体的运动是绝对的,但对物体运动的描述却是相对的,即相对不同的参照物,对于同一物体运动的描述结果相异。为描述物体的运动而人为选择的参照物称为**参照系**。在讨论地面上或地球表面附近物体的运动时,一般选取地面为参照系较为方便。

质点是一种理想模型,为仅具有质量的几何点。当实际物体的形状和大小对其运动无影响或影响较小可以忽略不计时,即可将该物体视为质点,此举可以简化客观实际问题的处理。如讨论地球相对太阳的公转时,尽管地球的平均半径 $\bar{r} \sim 10^6$ (m),但与地球距太阳的平均间距 $\bar{L} \sim 10^{11}$ (m) 以及太阳的平均半径 $\bar{R} \sim 10^8$ (m) 相比较仍是小量,对其运动的影响不大,故可将地球视为质点。任何理想模型均有其局限性和适用条件,应用过程中应当准确把握。

1.1.2 位置矢量 运动方程 位移

为了定量描述质点的运动,在选取参照系后,通常还要选取坐标系,并将该坐标系固定于所选参照系上。以下所述坐标系,如无特别声明,一般均指固定于地面的坐标系。如图 1.1 所示为在地面参照系固定的空间直角坐标系,位于空间 P 点一个质点的位置,可由 O 点向 P 点作一矢量 $\mathbf{r}$ 表示,称其为质点 P 的**位置矢量**,简称**位矢**。

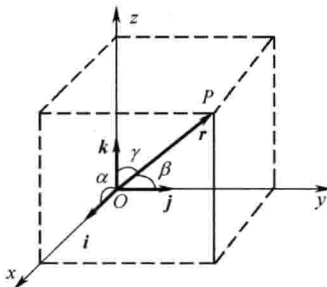


图 1.1 位置矢量

位矢在空间直角坐标系中可以表示为:

$$\mathbf{r} = x\mathbf{i} + y\mathbf{j} + z\mathbf{k} \quad (1.1.1)$$

式中 $\mathbf{i}$ 、 $\mathbf{j}$ 、 $\mathbf{k}$ 分别为沿直角坐标 x 、 y 、 z 轴正向的单位矢量。位矢的大小和方向余弦分别为:

$$|\mathbf{r}| = r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} \quad (1.1.2)$$

$$\cos \alpha = \frac{x}{r}, \quad \cos \beta = \frac{y}{r}, \quad \cos \gamma = \frac{z}{r} \quad (1.1.3)$$

质点的机械运动就是其空间位置随时间不断变化的过程,此时质点的位矢、直角坐标均为时间 t 的函数,称为**运动方程**,分别表示如下:

$$\mathbf{r} = \mathbf{r}(t) \quad (1.1.4a)$$

$$\mathbf{r} = x(t)\mathbf{i} + y(t)\mathbf{j} + z(t)\mathbf{k} \quad (1.1.4b)$$

$$x = x(t), \quad y = y(t), \quad z = z(t) \quad (1.1.4c)$$

需要注意的是,(1.1.4a)式不涉及任何坐标系,而式(1.1.4b)和(1.1.4c)分别为式(1.1.4a)在空间直角坐标系中的矢量式和标量式。将运动方程的时间变量 t 消去,就可得到质点的**轨道方程**。如由式(1.1.4b)消去 t 可得到空间直角坐标系中质点的轨道方程 $\mathbf{r} = \mathbf{r}(x, y, z)$ 。运动方程为质点随时间变化的运动规律,包含了诸多质点运动学信息,是联系其他运动学物理量的桥梁。轨道方程则给出运动质点的轨迹,一般依据质点轨迹在所选坐标系中是直线或曲线而称其为直线运动或曲线运动。需要强调的是,运动方程和轨道方程均为质点运动学的重要方程。

如图 1.2 所示, 经过 Δt 时间间隔, 质点由 P 点运动到 Q 点, 其经历的轨迹长度称为**路程** ΔS 。

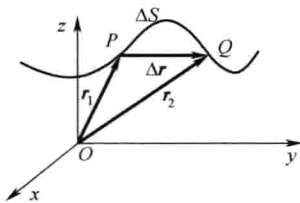


图 1.2 路程与位移

其位置变动可用由 P 点指向 Q 点的矢量表示, 称之为对应 Δt 质点的**位移矢量**, 简称**位移**, 该物理量反应了 Δt 内质点位矢的变化, 表示为:

$$\Delta \mathbf{r} = \mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1 = \Delta \mathbf{r} \quad (1.1.5)$$

$$\Delta \mathbf{r} = \Delta x \mathbf{i} + \Delta y \mathbf{j} + \Delta z \mathbf{k} \quad (1.1.6)$$

式 (1.1.6) 为式 (1.1.5) 在空间直角坐标系的表示, 可由式 (1.1.1) 得到。由式 (1.1.6) 结合图 1.2 可知, 位移仅与质点的始末位置有关。

1.1.3 速度 加速度

速度是描述质点运动快慢及运动方向的物理量。如图 1.2 所示 Δt 内, 质点由 P 点运动到 Q 点, 对应位移 $\Delta \mathbf{r}$, 则 Δt 内质点的**平均速度**为:

$$\bar{\mathbf{v}} = \frac{\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1}{\Delta t} = \frac{\Delta \mathbf{r}}{\Delta t} \quad (1.1.7)$$

由上式可知, 平均速度的方向与位移 $\Delta \mathbf{r}$ 相同, 其大小为 Δt 内位矢的平均变化率。显然平均速度仅能粗略反应 Δt 内质点位矢的变化。如图 1.3 所示, 若将 Δt 逐渐缩小并使之趋近于零, 相应 $\Delta \mathbf{r}$ 也同时趋近于零, 这时 $\Delta \mathbf{r}$ 的方向趋近于 P 点的切线方向, 于是得到平均速度的极限, 称之为**瞬时速度**, 简称**速度**, SI 单位为 $\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$, 表示为:

$$\mathbf{v} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \mathbf{r}}{\Delta t} = \frac{d\mathbf{r}}{dt} \quad (1.1.8)$$

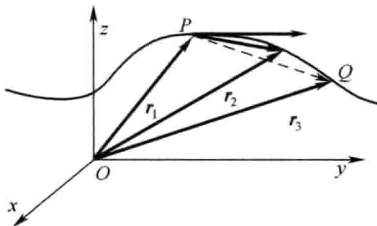


图 1.3 速度的方向

瞬时速度是矢量,可以精确反映质点的瞬时运动状态,任意时刻 t ,质点位于轨迹上某点速度的方向,即为该处曲线的切线方向,并指向质点运动的方向,如图1.3所示。只有当质点的位矢和速度同时被确定时,质点的运动状态才能被完全确定。因此,位矢和速度是描述质点运动状态的两个重要物理量。如式(1.1.8)所示,由位矢对时间变量求一次导数即可得到速度。

由式(1.1.1)及式(1.1.8),可以得到速度在空间直角坐标系的表达式及其大小分别为:

$$\mathbf{v} = \frac{d\mathbf{r}}{dt} = v_x \mathbf{i} + v_y \mathbf{j} + v_z \mathbf{k} = \frac{dx}{dt} \mathbf{i} + \frac{dy}{dt} \mathbf{j} + \frac{dz}{dt} \mathbf{k} \quad (1.1.9)$$

$$|\mathbf{v}| = v = \sqrt{(v_x)^2 + (v_y)^2 + (v_z)^2} = \sqrt{\left(\frac{dx}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dy}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dz}{dt}\right)^2} \quad (1.1.10)$$

关于速度的方向,可以模仿位矢方向的表达式(1.1.3),写出其方向余弦表示。

若质点的速度随时间的变化而变化,则质点做变速运动,质点的曲线运动即为变速运动。**加速度**是描述质点的速度矢量随时间变化快慢的物理量。如图1.2所示,若在 Δt 内质点由 P 点运动到 Q 点,对应速度增量为 $\Delta \mathbf{v}$,则 Δt 内质点的**平均加速度**为:

$$\bar{\mathbf{a}} = \frac{\mathbf{v}_2 - \mathbf{v}_1}{\Delta t} = \frac{\Delta \mathbf{v}}{\Delta t} \quad (1.1.11)$$

平均加速度只能描述在 Δt 内质点速度的平均变化。类似上述关于瞬时速度的讨论,对式(1.1.11)取极限即可得到**瞬时加速度**,简称**加速度**,SI单位为 $\text{m} \cdot \text{s}^{-2}$,表示为:

$$\mathbf{a} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \mathbf{v}}{\Delta t} = \frac{d\mathbf{v}}{dt} = \frac{d^2 \mathbf{r}}{dt^2} \quad (1.1.12)$$

由式(1.1.9)、式(1.1.12)可以得到加速度矢量在空间直角坐标系中的表达式及其大小分别为:

$$\mathbf{a} = a_x \mathbf{i} + a_y \mathbf{j} + a_z \mathbf{k} = \frac{dv_x}{dt} \mathbf{i} + \frac{dv_y}{dt} \mathbf{j} + \frac{dv_z}{dt} \mathbf{k} = \frac{d^2 x}{dt^2} \mathbf{i} + \frac{d^2 y}{dt^2} \mathbf{j} + \frac{d^2 z}{dt^2} \mathbf{k} \quad (1.1.13)$$

$$\begin{aligned} |\mathbf{a}| = a &= \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2} = \sqrt{\left(\frac{dv_x}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dv_y}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dv_z}{dt}\right)^2} \\ &= \sqrt{\left(\frac{d^2 x}{dt^2}\right)^2 + \left(\frac{d^2 y}{dt^2}\right)^2 + \left(\frac{d^2 z}{dt^2}\right)^2} \end{aligned} \quad (1.1.14)$$

同理,也可模仿式(1.1.3)位矢的方向表示,写出加速度的方向余弦表示。如式(1.1.12)所示,由速度对时间变量求一次导数,或由位矢对时间变量求两次导数均可得到加速度。因此,对于运动学此类已知运动方程求速度、加速度的问题,可用求导方法处理。

例题 1.1.1 设高空中庞大的积雨云相对地面静止, 一雨滴自该云层自由下落, 其运动方程如下:

$$y = gc\left(ce^{-\frac{t}{c}} + t - c\right)$$

其中 g 为重力加速度的数值、 c 为大于零的常量, 试求任意时刻该雨滴下落的速度和加速度 (SI 单位)。

解: 由题意知, 相对于云层, 雨滴的自由下落可视为质点直线运动问题, 而且已知雨滴一维直角坐标系中的运动方程, 故应用求导方法可解。由运动方程知, 已选定云层雨滴下落处为坐标原点, 垂直地面向下为 y 轴正方向。将所给运动方程带入式 (1.1.9) 和式 (1.1.13), 直接对时间变量求导得:

$$v = v_y \mathbf{j} = \frac{dy}{dt} \mathbf{j} = gc(1 - e^{-\frac{t}{c}}) \mathbf{j} \quad (\text{m} \cdot \text{s}^{-1})$$

$$a = a_y \mathbf{j} = \frac{d^2 y}{dt^2} \mathbf{j} = \left(g - \frac{v_y}{c}\right) \mathbf{j} \quad (\text{m} \cdot \text{s}^{-2})$$

由所得结果可知, 下落雨滴的速度始终沿 y 轴向下, 且其数值随时间变量 t 的增加而增加, 其极大值为 $v_{\max} = gc$ 。雨滴下落的加速度也始终沿 y 轴向下, 但随时间 t 的增加而减小, 其极小值为 $a_{\min} = 0$ 。请思考, 若选地面参照系, 以坚直向上一维直角坐标系求解此类问题, 又有何结果?

例题 1.1.2 一架波音 787 客机以 v_0 匀速直线滑行进入起飞跑道, t_0 时刻又以 a_0 匀加速进入起飞状态, 试求该客机地面滑行速度随时间的变化关系, 以及其地面加速后的行驶距离与时间的关系 (SI 单位)。

解: 本题若选机场跑道为参照系, 又选其直线行驶方向为一维直角坐标轴正方向, 则客机的地面滑行可视为质点直线运动, 于是该问题为已知质点加速度及初始条件的匀加速直线问题, 则对应的矢量可用标量替代。请注意此类已知质点加速度及初始条件求其他物理量的问题, 是已知运动方程求其他物理量问题的逆问题, 可应用积分方法求解。选取如图 1.4 所示坐标系, 取客机出发处为坐标原点, t_0 时刻对应坐标 x_0 , 则有:

$$v_0 = v_0 \mathbf{i}, \quad a_0 = a_0 \mathbf{i}$$



图 1.4 一维坐标系

于是由式 (1.1.9)、式 (1.1.13) 得到:

$$\mathbf{a} = \frac{d\mathbf{v}}{dt} = a\mathbf{i} = \frac{dv}{dt} \mathbf{i} \Rightarrow a_0 = \frac{dv}{dt} \Rightarrow a_0 dt = dv$$

$$\therefore \int_{t_0}^t a_0 dt = \int_{v_0}^v dv \Rightarrow v(t) = [a_0(t - t_0) + v_0] \quad (\text{m} \cdot \text{s}^{-1})$$

上式即为客机地面滑行速度随时间的变化关系。

$$\text{又} \because \quad \boldsymbol{v} = \frac{d\boldsymbol{r}}{dt} = v_x \boldsymbol{i} = \frac{dx}{dt} \boldsymbol{i} \Rightarrow v_x = \frac{dx}{dt} \Rightarrow v_x dt = dx$$

$$\therefore \quad \int_{t_0}^t v_x dt = \int_{t_0}^t [a_0(t-t_0) + v_0] dt = \int_{x_0}^x dx \Rightarrow$$

$$x(t) = x_0 + a_0 \left[\frac{1}{2}(t^2 + t_0^2) - t_0 t \right] + v_0(t - t_0) \Rightarrow$$

$$x(t) - x_0 = a_0 \left[\frac{1}{2}(t^2 + t_0^2) - t_0 t \right] + v_0(t - t_0) \quad (\text{m})$$

上式即为客机地面加速后的行驶距离与时间的关系。请注意上述定积分中的积分上、下限，分别对应初始条件： $t = t_0$ ， $x = x_0$ ， $v = v_0$ ，及任意时刻： $t = t$ ， $x = x$ ， $v = v$ 。

其实本例题所得结果分别为质点匀加速直线运动在一维直角坐标系中的速度公式和运动方程。请思考，如何将上述结果应用于自由落体运动问题？

例题 1.1.3 已知地球相对太阳系某定点 O 的运动为一平面曲线运动，若将其视为质点并仅考虑太阳的影响，其运动方程为：

$$\boldsymbol{r}(t) = (a \cos t) \boldsymbol{i} + (b \sin t) \boldsymbol{j}$$

其中 a 、 b 均为常量，试求地球相对定点 O 的速度、加速度及轨道方程（SI 单位）。

解：本题是以太阳系某定点 O 为参照系讨论地球运动的问题。由题意知，地球相对定点 O 的运动可分解为沿横、纵坐标轴的两个一维运动，而给出的运动方程是在平面直角坐标系中的表达式。由题意知：已设定太阳系某定点 O 为坐标系原点，于是由式 (1.1.9)、式 (1.1.13)，直接应用求导方法得：

$$\boldsymbol{v} = \frac{d\boldsymbol{r}}{dt} = v_x \boldsymbol{i} + v_y \boldsymbol{j} = \frac{dx}{dt} \boldsymbol{i} + \frac{dy}{dt} \boldsymbol{j} = (-a \sin t) \boldsymbol{i} + (b \cos t) \boldsymbol{j} \quad (\text{m} \cdot \text{s}^{-1})$$

$$\boldsymbol{a} = a_x \boldsymbol{i} + a_y \boldsymbol{j} = \frac{d^2 x}{dt^2} \boldsymbol{i} + \frac{d^2 y}{dt^2} \boldsymbol{j} = -(a \cos t) \boldsymbol{i} - (b \sin t) \boldsymbol{j} = -\boldsymbol{r} \quad (\text{m} \cdot \text{s}^{-2})$$

由所给运动方程的矢量式又可得到：

$$x(t) = a \cos t, \quad y(t) = b \sin t$$

于是由上式消去时间变量得轨道方程为：

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

上式表明，地球相对太阳系某定点 O 的运动轨迹是一椭圆曲线。事实上，由于地球同时受到太阳和月球的影响，地球相对太阳的运动轨迹与椭圆曲线稍有偏离，称其为蛇形线。

1.2 质点的曲线运动

质点的曲线运动属于运动学校较复杂的问题, 为了方便讨论, 可以选择不同的坐标系处理。以下将选用平面直角坐标系和自然坐标系, 讨论两种常见的质点平面曲线运动。

1.2.1 抛体运动

若忽略空气阻力及物体的形状和大小, 且选取地面为参照系, 则诸多物体在地球表面附近的运动, 均可视为质点的**抛体运动**, 如发射的枪弹, 投掷的手榴弹, 抛出的铅球、篮球和踢出的足球, 受到击打的乒乓球、排球和高尔夫球等。此类质点运动的特点是: 质点的加速度为重力加速度, 且为常矢量, 质点的运动轨迹为抛物线。此类质点匀加速运动问题是较为简单的二维曲线问题, 通常选用平面直角坐标系处理。如图 1.5 所示, 质点的抛体运动, 可以分解为沿横、纵坐标轴的两个相互垂直的直线运动。设其初始条件为: $t=0$, $x=0$, $y=0$, $v=v_0$, 且 $\boldsymbol{a}=-g\boldsymbol{j}$, 质点的初速度与 x 轴的正向夹角为 θ 。这是已知质点加速度、初始条件求其他物理量的问题, 参考例题 1.1.2、1.1.3, 得到质点的抛体运动方程和速度为:

$$x(t) = v_0 t \cos \theta, \quad y(t) = tv_0 \sin \theta - \frac{1}{2}gt^2 \quad (1.2.1)$$

$$v_x = v_0 \cos \theta, \quad v_y = v_0 \sin \theta - gt \quad (1.2.2)$$

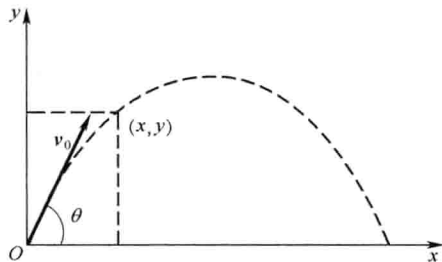


图 1.5 质点的斜抛运动

由运动方程 (1.2.1) 式消去时间 t 得到质点抛体运动的轨道方程为:

$$y = x \tan \theta - \frac{g}{2(v_0 \cos \theta)^2} x^2 \quad (1.2.3)$$

式 (1.2.3) 表明, 忽略空气阻力作用, 质点的轨迹为抛物线。由式 (1.2.3) 令 $y=0$ 得到抛体运动质点的水平射程为:

$$d_0 = \frac{v_0^2 \sin 2\theta}{g} \quad (1.2.4)$$