

解題學補遺

理工科大学参考书

电磁学题解

四川大学物理系电学教研室
成都大学物理教研室 合编

第一章 静电场

- § 1 静电的基本现象和基本规律..... (1)
- § 2 电场 电场强度..... (8)
- § 3 高斯定理..... (21)
- § 4 电位及其梯度..... (34)
- § 5 带电体系的静电能..... (66)

第二章 静电场中的导体和电介质

- § 1 静电场中的导体..... (70)
- § 2 电容和电容器..... (91)
- § 3 电介质..... (118)
- § 4 电场的能量和能量密度..... (155)

第三章 稳恒电流

- § 1 电流的稳恒条件和导电规律..... (161)
- § 2 电源及其电动势..... (170)
- § 3 简单电路..... (174)
- § 4 复杂电路..... (201)
- § 5 温差电现象..... (216)
- § 6 电子发射和气体导电..... (219)

第四章 稳恒磁场

- § 1 磁的基本现象和基本规律..... (222)
- § 2 载流回路的磁场..... (225)
- § 3 磁场的“高斯定理”与安培环路定理..... (244)
- § 4 磁场对载流导线的作用..... (251)
- § 5 带电粒子在磁场中的运动..... (267)

第五章 电磁感应和暂态过程

- § 1 电磁感应定律..... (288)

§ 2	动生电动势和感生电动势	(298)
§ 3	互感和自感	(304)
§ 4	暂态过程	(312)
§ 5	灵敏电流计和冲击电流计	(326)

第六章 磁介质

§ 1	分子电流观点	(330)
§ 2	等效的磁荷观点	(334)
§ 3	介质的磁化规律	(342)
§ 4	边界条件 磁路定理	(346)
§ 5	磁场的能量和能量密度	(358)

第七章 交流电

§ 1	交流电概述	(362)
§ 2	交流电路中的元件	(363)
§ 3	元件的串联和并联	(367)
§ 4	交流电路的复数解法	(384)
§ 5	交流电的功率	(394)
§ 6	谐振电路与 Q 值的意义	(403)
§ 7	交流电桥	(406)
§ 8	变压器原理	(409)
§ 9	三相交流电	(416)

第八章 麦克斯韦电磁理论和电磁波

§ 1	麦克斯韦电磁理论	(421)
§ 3	电磁波的能量密度与动量	(422)
§ 4	似稳电路和迅变电磁场	(425)

第九章 电磁学的单位制

§ 3	两种单位制中物理公式的转换	(431)
-----	---------------	---------

第一章 静电场

§1. 静电的基本现象

思考题

1. 给你两个金属球，装在可以搬动的绝缘支架上。试指出使这两个球带等量异号电荷的方法。你可以用丝绸摩擦过的玻璃棒，但不使它和两球接触。你所用的方法是否要求两球大小相等？

答：将这两个金属球先接触，然后把一个带电体接近其中任意一球，再将两球移开即可。此法与球的大小无关。

2. (1) 若将一个带正电的金属小球移近一个绝缘的不带电的导体时(图a)，小球受到吸引力还是排斥力？

(2) 若小球带负电(图b)，情况将如何？吸

(3) 若当小球在导体近旁(但未接触)时，将导体远端接地(图c)，情况如何？吸

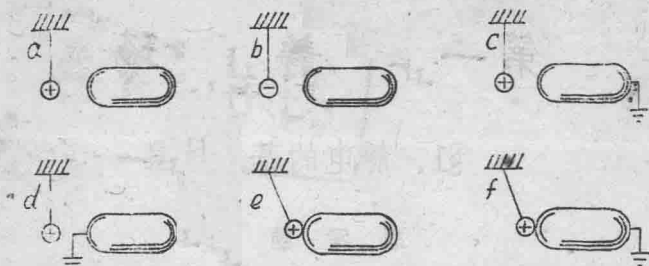
✓(4) 若将导体近端接地(图d)，情况如何？吸

(5) 若导体在未接地前与小球接触一下(图e)，将发生什么情况？

(6) 若将导体接地，小球与导体接触一下后(图f)，将发生什么情况？排斥

答：(1) 吸引力。(2) 吸引力。(3) 吸引力。导体远端感应出的与近端异号的电荷入地。(4) 吸引力。此时，导体近端感应出的异号电荷为带电小球上的电荷所吸引，被束缚在近端。而感应出的正电荷入地。(5) 导体和小球均带正电荷，小球将被排开。(6) 球上电荷经导体入

地，球回原位。



(思考题 2)

3. 带电棒吸引干燥软木屑，木屑接触到棒以后，往往又剧烈地跳离此棒。试解释之。

答：当干燥软木屑因被极化起电而吸到带电棒时，与带电棒接触，棒上电荷与木屑表面的异号电荷中和后，两者带同种电荷，互相排斥，所以，木屑往往又被弹开。

4. 用手握铜棒与丝绸摩擦，铜棒不能带电。戴上橡胶手套，握着铜棒和丝绸摩擦，铜棒就会带电。为什么两种情况有不同的结果？

答：对于第一种情况，铜棒因摩擦所起之电通过人身入地，故铜棒不能带电；对于第二种情况，因铜棒已绝缘，故铜棒会积累电荷。

习 题

1. 真空中两个点电荷 $q_1 = 1.0 \times 10^{-10}$ 库仑， $q_2 = 1.0 \times 10^{-11}$ 库仑，相距 100 毫米，求 q_1 受的力。

解：设 q_1 受的力为 F ，根据真空中的库仑定律，其大小

$$F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q_1 q_2}{r^2}$$

$$= 8.99 \times 10^9 \times \frac{1.0 \times 10^{-10} \times 1.0 \times 10^{-11}}{(100 \times 10^{-3})^2}$$

$$= 9.0 \times 10^{-10} \text{ 牛顿}$$

其方向沿着 q_2 和 q_1 的连线，由 q_2 指向 q_1 。

2. 真空中两个点电荷 q 与 Q ，相距5.0毫米，吸引力为40达因。已知 $q = 1.2 \times 10^{-6}$ 库仑，求 Q 。

解： $F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{qQ}{r^2}$ 得

$$Q = \frac{F4\pi\epsilon_0 r^2}{q}$$

$$= \frac{-4.0 \times 10^{-4} \times 4 \times 3.14 \times 8.85 \times 10^{-12} \times (5.0 \times 10^{-3})^2}{1.2 \times 10^{-6}}$$

$$= -9.3 \times 10^{-13} \text{ 库仑}$$

3. 为了得到一库仑电量大小的概念，试计算两个都是一库仑的点电荷在真空中相距一米时的相互作用力和相距一千米时的相互作用力。

解：(1) 设相距一米时的相互作用力为 F ，

则 $F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q_1 q_2}{r^2} = 8.99 \times 10^9 \times \frac{1 \times 1}{1^2}$

$$= 9.0 \times 10^9 \text{ 牛顿}$$

(2) 设相距一千米时的相互作用力为 F'

$$F' = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q_1 q_2}{r^2} = 8.99 \times 10^9 \times \frac{1 \times 1}{(10^3)^2}$$

$$= 9.0 \times 10^3 \text{ 牛顿}$$

4. 氢原子由一个质子（即氢原子核）和一个电子组成。根据经典模型，在正常状态下，电子绕核作圆周运动，轨道半径是 5.29×10^{-11} 米。已知质子质量 $M = 1.67 \times 10^{-27}$ 千克，电子质量 $m = 9.11 \times 10^{-31}$ 千克，电荷分别为 $\pm e = \pm 1.60 \times 10^{-19}$ 库，万有引力常数 $G = 6.67 \times 10^{-11}$

牛顿·米²/千克²。(1)求电子所受的库仑力；(2)库仑力是万有引力的多少倍？(3)求电子的速度。

解：(1)设电子受的库仑力为 F ，根据库仑定律，其大小

$$F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q_1 q_2}{r^2} = 8.99 \times 10^9 \times \frac{(1.60 \times 10^{-19})^2}{(5.29 \times 10^{-11})^2}$$

$$= 8.23 \times 10^{-8} \text{ 牛顿}$$

(2)设电子受的万有引力为 f ，根据万有引力定律

$$f = G \frac{mM}{r^2}, \text{ 代入数据, 得}$$

$$f = 6.67 \times 10^{-11} \times \frac{9.11 \times 10^{-31} \times 1.67 \times 10^{-27}}{(5.29 \times 10^{-11})^2}$$

$$= 3.63 \times 10^{-47} \text{ 牛顿}$$

$$\text{则 } \frac{F}{f} = \frac{8.23 \times 10^{-8}}{3.63 \times 10^{-47}} = 2.27 \times 10^{39}$$

即库仑力是万有引力的 2.27×10^{39} 倍。

(3)设电子绕核作圆周运动的速度为 v ， $\because f \gg F$ ，
 $\therefore$ 可认为向心力就是库仑力 F 。

$$\text{由 } F_{\text{向}} = m \frac{v^2}{R} \text{ 得}$$

$$v = \sqrt{\frac{F_{\text{向}} R}{m}} = \sqrt{\frac{8.23 \times 10^{-8} \times 5.29 \times 10^{-11}}{9.11 \times 10^{-31}}}$$

$$= 2.19 \times 10^6 \text{ 米/秒}$$

5. 卢瑟福实验证明：当两个原子核之间的距离小到 10^{-15} 米时，它们之间的排斥力仍遵守库仑定律。金的原子核中有79个质子，氦的原子核（即 α 粒子）中有2个质子。已知每个质子带电 $e = 1.60 \times 10^{-19}$ 库， α 粒子的质量为 6.68×10^{-27} 千克。当 α 粒子与金核相距为 6.9×10^{-15} 米时（设这时它们都仍可当作点电荷），求(1) α 粒子所受的力；

(2) α 粒子的加速度。

解：(1) 设 α 粒子受的力为 F ，因为 α 粒子受的库仑力远大于万有引力，所以 F 可视为库仑力。其大小

$$F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q_1 q_2}{r^2}$$
$$= 8.99 \times 10^9 \frac{(79 \times 1.60 \times 10^{-19}) \times (2 \times 1.60 \times 10^{-19})}{(6.9 \times 10^{-15})^2}$$
$$= 7.84 \times 10^2 \text{ 牛顿}$$

F 的方向在金原子核与氢原子核的联线上，背离金原子核。

(2) 设 α 粒子的加速度为 a 。其大小

$$a = \frac{F}{m} = \frac{7.84 \times 10^2}{6.68 \times 10^{-27}} = 1.17 \times 10^{29} \text{ 米/秒}^2$$

a 的方向与 F 相同。

6. 铁原子核里两质子间相距 4.0×10^{-15} 米，每个质子带电 $e = 1.60 \times 10^{-19}$ 库，(1) 求它们之间的库仑力；(2) 比较这力与每个质子所受重力的大小。

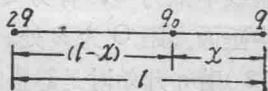
解：(1) 它们之间的库仑力

$$F = 8.99 \times 10^9 \times \frac{(1.60 \times 10^{-19})^2}{(4.0 \times 10^{-15})^2} = 14.4 \text{ 牛顿}$$

(2) 每个质子受的重力 $P = Mg = 1.67 \times 10^{-27} \times 9.8 = 1.64 \times 10^{-26}$ 牛顿 (质子的质量见第 4 题)

$$\frac{F}{P} = \frac{14.4}{1.64 \times 10^{-26}} = 8.8 \times 10^{26} \therefore F \gg P$$

7. 两个点电荷带电 $2q$ 和 q ，相距 l ，将第三个电荷放在何处所受合力为零？



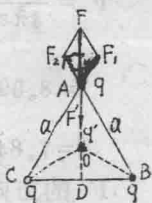
解：设第三个电荷 q_0 放在图示位置时，受到的合力为零，

$$\text{即 } \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q_0 q}{x^2} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q_0 \cdot 2q}{(l-x)^2}$$

解此方程, 得 $x = (\sqrt{2} - 1)l$

8. 三个相同的点电荷放置在等边三角形的各顶点上。在此三角形的中心应放置怎样的电荷, 才能使作用在每一点电荷上的合力为零?

解: 设等边 $\triangle ABC$ 的边长为 a , 各顶点上的点电荷 $q_A = q_B = q_C = q$ 。如图, q_A 受 q_B 、 q_C 作用的合力 F 的大小



$$F = 2F_1 \cos 30^\circ = \frac{2}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q^2}{a^2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{3} q^2}{4\pi\epsilon_0 a^2}$$

方向如图, 据题意, 中心放置的电荷 q' 应与 q 异号, 设它对 q_A 的作用力为 F' , 方向向下。

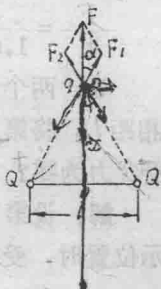
$$F' = -\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{qq'}{(OA)^2} = -\frac{qq'}{4\pi\epsilon_0} \cdot \left(\frac{\sqrt{3}a}{3}\right)^{-2}$$

$$= -\frac{3qq'}{4\pi\epsilon_0 a^2}$$

由 $F = F'$ 解得 $q' = -\frac{\sqrt{3}}{3}q$

q_B 和 q_C 受力情况完全类似

9. 电量都是 Q 的两个点电荷相距为 l , 连线中点为 O ; 有另一点电荷 q , 在连线的中垂面上距 O 为 x 处。(1)求 q 受的力; (2)若 q 开始时是静止的, 然后让它自己运动, 它将如何运动? 分别就 q 与 Q 同号和异号两种情况加以讨论。



解：(1) 如图所示， q 所受到的电场力分别为 F_1 和 F_2 ，其大小

$$F_1 = F_2 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{qQ}{x^2 + \frac{l^2}{4}}, F_1 \text{ 与 } F_2 \text{ 的合力}$$

$$F = 2F_1 \cos\alpha = 2 \cdot \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{qQ}{x^2 + \frac{l^2}{4}} \cdot \frac{x}{\sqrt{x^2 + \frac{l^2}{4}}} \\ = \frac{Qqx}{2\pi\epsilon_0 \left(x^2 + \frac{l^2}{4}\right)^{3/2}}$$

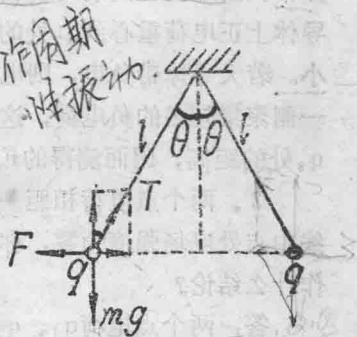
不选角作心

(2) 若 q 与 Q 同号，则 q 在合力 F 的作用下，将沿 OP 方向作加速运动到无穷远。

若 q 与 Q 异号，则 q 将在始终指向平衡位置 O 的力作用下，在 l 的中垂线上以 O 点为中心，作周期性振动。

10. 两小球质量都是 m ，都用长为 l 的细线挂在同一点；若它们带上相同的电量，平衡时两线夹角为 2θ （见附图）。设小球的半径都可略去不计，求每个小球上的电量。

解：如图所示，设每个小球带的电量为 q ，根据平衡条件



$$\begin{cases} T \sin\theta = k \frac{q^2}{(2l \sin\theta)^2} \\ T \cos\theta = mg \end{cases}$$

$q = \pm \frac{\sqrt{3}}{3} q$

解方程组得

$$q = \pm 2l \sin\theta \sqrt{4\pi\epsilon_0 mg \tan\theta}$$

§2. 电场 电场强度

思 考 题

1. 在地球表面上通常有一竖直方向的电场, 电子在此电场中受到一个向上的力, 电场强度的方向朝上还是朝下?

答: 因电子所受电场力的方向与电场方向相反, 故电场方向朝下。

2. 在一个带正电的大导体附近P点放置一个试探点电荷 q_0 ($q_0 > 0$), 实际测得它受力 F 。若考虑到电量 q_0 不是足够小的, 则 F/q_0 比P点的场强 E 大还是小? 若大导体球带负电, 情况如何?

答: 当 q_0 不是足够小时, 它将引起大导体上电荷的重新分布。结果使远离 q_0 的一侧聚集较多正电荷, 这就增大了大导体上正电荷重心到 q_0 处的距离, 因而 F/q_0 比P点的场强小。若大导体带负电, 则电荷重新分布的结果是在靠近 q_0 的一侧聚集较多的负电荷, 这就减小了大导体上负电荷重心到 q_0 处的距离, 因而测得的 F/q_0 比P点的场强大。

3. 两个点电荷相距一定的距离, 已知在这两点电荷连线中点处电场强度为零, 你对这两个点电荷的电量和符号可作什么结论?

答: 两个点电荷 q_1 、 q_2 连线中点的场强 E , 是它们分别在中点产生的场强 E_1 、 E_2 之和。即 $E = E_1 + E_2$, 已知 $E = 0$, 故 $E_1 = -E_2$ 。也就是要求 E_1 、 E_2 等值反向。所以 q_1 、 q_2 必定是等值同号的电荷。

4. 一半径为 R 的圆环, 其上均匀带电, 圆环中心的电场强度如何? 其轴线上场强的方向如何?

答: 根据叠加原理和对称性, 圆环中心的合场强为零。

轴线上场强 E 的方向沿着轴线, 当 $q > 0$ 时, E 沿轴线背离环心, 当 $q < 0$ 时, E 沿轴线指向环心。

习 题

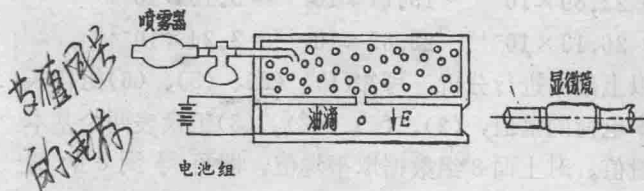
1. 在地球表面上某处电子受到的电场力与它本身的重量相等, 求该处的电场强度 (已知电子质量 $m = 9.1 \times 10^{-31}$ 千克, 电荷为 $-e = -1.60 \times 10^{-19}$ 库)。

解: 设该处电场强度为 E , 则 $eE = mg$

$$\text{所以} \quad E = \frac{mg}{e} = \frac{9.1 \times 10^{-31} \times 9.8}{1.60 \times 10^{-19}}$$

$$= 5.6 \times 10^{-11} \text{ 牛顿/库仑}$$

2. 电子所带的电量 (基本电荷 $-e$) 最先是由密立根通过油滴实验测出的。密立根设计的实验装置如附图所示。一个很小的带电油滴在电场 E 内。调节 E , 使作用在油滴上的电场力与油滴的重量平衡。如果油滴的半径为 1.64×10^{-4} 厘米, 在平衡时, $E = 1.92 \times 10^5$ 牛顿/库仑。求油滴上的电荷 (已知油的密度为 0.851 克/厘米³)。



解: 设油滴的电量为 q , 它受的电场力和重力分别为 F 和 P , 由 $F = P$, 即 $Eq = mg$ 。得

$$q = \frac{mg}{E}$$

$$= \frac{\frac{4}{3} \times 3.14 \times (1.64 \times 10^{-6})^3 \times 0.851 \times 10^{-3} \times 10^6 \times 9.8}{1.92 \times 10^5}$$

$$F = 8.02 \times 10^{-19} \text{ 库仑}$$

3. 在早期(1911年)的一连串实验中,密立根在不同时刻观察在单个油滴上呈现的电荷,其测量结果(绝对值)如下:

6.568×10^{-19} 库仑	18.08×10^{-19} 库仑
8.204×10^{-19} 库仑	19.71×10^{-19} 库仑
11.50×10^{-19} 库仑	22.89×10^{-19} 库仑
13.13×10^{-19} 库仑	26.13×10^{-19} 库仑
16.48×10^{-19} 库仑	

根据这些数据,可以推得基本电荷 e 的数值为多少?

解:把测量结果依次两两相减:

$$(1) 8.204 \times 10^{-19} - 6.568 \times 10^{-19} = 1.636 \times 10^{-19}$$

$$(2) 11.50 \times 10^{-19} - 8.204 \times 10^{-19} = 3.296 \times 10^{-19}$$

$$(3) 13.13 \times 10^{-19} - 11.50 \times 10^{-19} = 1.63 \times 10^{-19}$$

$$(4) 16.48 \times 10^{-19} - 13.13 \times 10^{-19} = 3.35 \times 10^{-19}$$

$$(5) 18.08 \times 10^{-19} - 16.48 \times 10^{-19} = 1.60 \times 10^{-19}$$

$$(6) 19.71 \times 10^{-19} - 18.08 \times 10^{-19} = 1.63 \times 10^{-19}$$

$$(7) 22.89 \times 10^{-19} - 19.71 \times 10^{-19} = 3.18 \times 10^{-19}$$

$$(8) 26.13 \times 10^{-19} - 22.89 \times 10^{-19} = 3.24 \times 10^{-19}$$

对以上数据进行分析,可知(1)、(3)、(5)、(6)组代表一个基本电荷的量值,(2)、(4)、(7)、(8)组代表两个基本电荷的量值。对上面8组数据取平均值,即可得到 e 的量值。

$$e = \frac{1.636 + 3.296 + 1.63 + 3.35 + 1.60 + 1.63 + 3.18 + 3.24}{12}$$

$$\times 10^{-19} = 1.630 \times 10^{-19} \text{ 库仑}$$

4. 根据经典理论,在正常状态下,氢原子中电子绕核作圆周运动,其轨道半径为 5.29×10^{-11} 米。已知质子带电荷 $e = 1.60 \times 10^{-19}$ 库,求电子所在处原子核(即质子)的电场

强度。

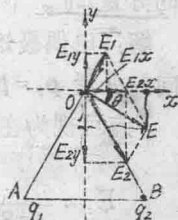
解：根据点电荷的场强公式 $E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q}{r^2}$ 电子所在处原子核的电场强度 E 的大

$$E = 8.99 \times 10^9 \times \frac{1.60 \times 10^{-19}}{(5.29 \times 10^{-11})^2}$$

$$= 5.15 \times 10^{11} \text{ 牛顿/库仑} \quad (\text{方向沿径向向外})$$

5. 两个点电荷， $q_1 = +8.0$ 微库仑， $q_2 = -16.0$ 微库仑（1微库仑 = 10^{-6} 库仑），相距20厘米。求离它们都是20厘米处的电场强度 E 。

解：如图示， $AB = AO = BO = 20$ 厘米， $\triangle ABO$ 为等边三角形。 q_1 和 q_2 分别在 O 点产生的场强的大小 $E_1 =$



$$\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q_1}{AO^2}, \quad E_2 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q_2}{BO^2}。 \text{取直角坐标系}$$

oxy ，将 E_1 、 E_2 进行分解：

$$E_x = E_{1x} + E_{2x} = E_1 \cos 60^\circ + E_2 \cos 60^\circ$$

$$= 8.99 \times 10^5 \times 3$$

$$E_y = E_{1y} + E_{2y} = E_1 \sin 60^\circ + E_2 \sin 60^\circ$$

$$= -8.99 \times 10^5 \times \sqrt{3}$$

$$\therefore E = \sqrt{E_x^2 + E_y^2}$$

$$= \sqrt{(8.99 \times 10^5 \times 3)^2 + (-8.99 \times 10^5 \times \sqrt{3})^2}$$

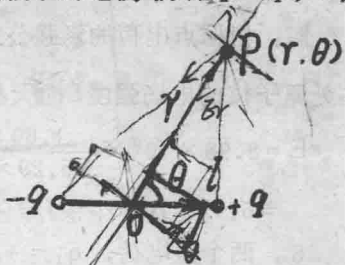
$$= 3.1 \times 10^6 \text{ 牛顿/库仑}$$

$$\tan \theta = \frac{E_y}{E_x} = \frac{8.99 \times 10^5 \times \sqrt{3}}{8.99 \times 10^5 \times 3} = \frac{\sqrt{3}}{3} \quad \therefore \theta = 30^\circ$$

即 E 的方向与从 q_1 到 q_2 的连线成 30° 夹角。

6. 如附图所示, 一电偶极子的电偶极矩 $\mathbf{p} = q\mathbf{l}$, P 点到偶极子中心 O 的距离为 r , r 与 $\mathbf{l}$ 的夹角为 θ 。

在 $r \gg l$ 时, 求 P 点的电场强度 $\mathbf{E}$ 在 $\mathbf{r} = \overrightarrow{OP}$ 方向的分量 E_r 和垂直于 $\mathbf{r}$ 方向上的分量 E_θ 。



解: 电偶极矩 $\mathbf{p}$ 沿 $\mathbf{r}$ 方向的分量 $\mathbf{p}_r = \mathbf{p} \cos \theta$; 沿垂直于 $\mathbf{r}$ 方向的分量 $\mathbf{p}_\theta = \mathbf{p} \sin \theta$ 。

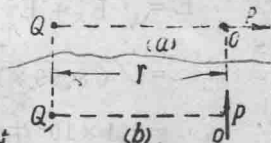
P 点可视为在 $\mathbf{p}_r$ 的延长线上。

$$\begin{aligned} \therefore E_r &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{2\mathbf{p}_r}{r^3} \\ &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{2\mathbf{p} \cos \theta}{r^3} \quad (\mathbf{p}_\theta \text{ 对 } E_r \text{ 无贡献}) \end{aligned}$$

P 点又可视为在 $\mathbf{p}_\theta$ 的中垂线上,

$$\begin{aligned} \therefore E_\theta &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{\mathbf{p}_\theta}{r^3} \\ &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{\mathbf{p} \sin \theta}{r^3} \quad (\mathbf{p}_r \text{ 对 } E_\theta \text{ 无贡献}) \end{aligned}$$

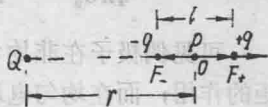
7. 把电偶极矩 $\mathbf{p} = q\mathbf{l}$ 的电偶极子放在点电荷 Q 的电场内, $\mathbf{p}$ 的中心 O 到 Q 的距离为 r ($r \gg l$)。分别求 (1) $\mathbf{p} \parallel \overrightarrow{QO}$ (图 a) 和 (2) $\mathbf{p} \perp \overrightarrow{QO}$ (图 b) 时偶极子所受的力 $\mathbf{F}$ 和力矩 $\mathbf{L}$ 。



解: (1) 当 $\mathbf{p} \parallel \overrightarrow{QO}$ 时, 设 $\mathbf{p}$ 的方向为正, 则作用在 $\pm q$ 上的力分别为

$$F_- = -k \frac{qQ}{\left(r - \frac{l}{2}\right)^2}$$

$$F_+ = k \frac{qQ}{\left(r + \frac{l}{2}\right)^2}$$



整个偶极子受的力

$$F = F_- + F_+ = -\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{2Qql}{r^3} \quad (\text{其中应用了 } r \gg l)$$

或
$$F = -\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{2Qp}{r^3}$$

因为 F_+ 与 F_- 对 O 点的力臂为零，故偶极子受的力矩为零。

(2) 当 $\vec{p} \perp \vec{QO}$ 时，Q 作用在 $+q$ 、 $-q$ 上的力分别为

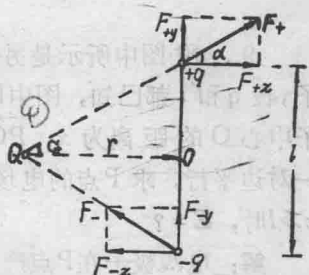
$$F_+ = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{qQ}{r^2 + l^2/4}, \quad F_- = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{qQ}{r^2 + l^2/4}$$

将 F_+ 与 F_- 进行正交分解，显然，合力

$$F = F_{+y} + F_{-y} = 2F_+ \sin \alpha$$

$$= \frac{Qp}{4\pi\epsilon_0 r^3}$$

或
$$F = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^3} \cdot p$$



由于 $F_{+x} = F_{-x}$ ，且不共线，所以，偶极子又受到力偶矩 L 的作用

$$L = 2F_{+x} \cdot \frac{l}{2} = F_+ l \cos \alpha = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{p}{r^2}$$