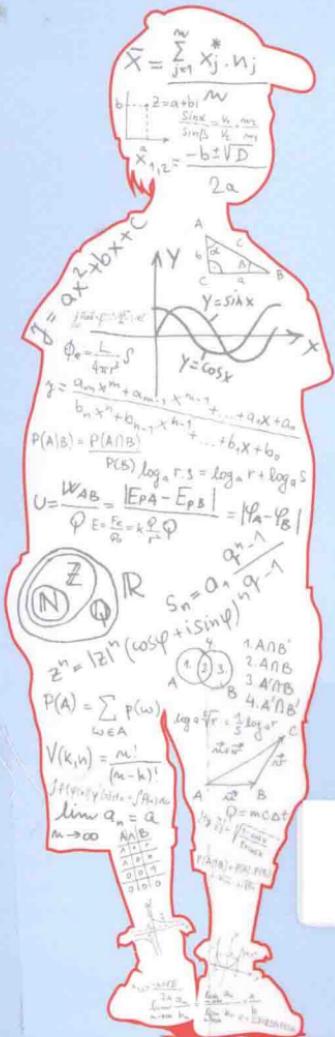


小明的世界

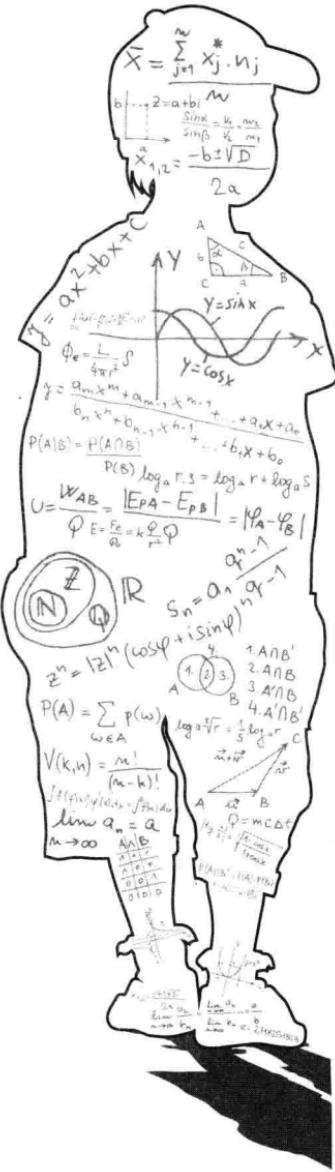
孙晓博著

小明

这个众多小学作文
数学题和笑话的主人公
从何而来
永恒世界还是现实世界
当穿梭于两者之间
你还能分清哪个是真实的自己
来自书里的人，生活在现实世界中
会不会随着作者构架的世界前进
是人在书中还是书化了人生



清华大学出版社



小明的 世界

孙晓博著

清华大学出版社
北京

本书封面贴有清华大学出版社防伪标签，无标签者不得销售。

版权所有，侵权必究。侵权举报电话：010-62782989 13701121933

图书在版编目(CIP)数据

小明的世界 / 孙晓博 著. —北京 : 清华大学出版社, 2015.1

ISBN 978-7-302-39000-8

I. ①小… II. ①孙… III. ①中篇小说—中国—当代 IV. ①I247.5

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2015) 第 005567 号

责任编辑：张立红

封面设计：肖 鹏

版式设计：方加青

责任校对：杨庆杰

责任印制：宋 林

出版发行：清华大学出版社

网 址：<http://www.tup.com.cn>, <http://www.wqbook.com>

地 址：北京清华大学学研大厦 A 座 邮 编：100084

社总机：010-62770175 邮 购：010-62786544

投稿与读者服务：010-62776969, c-service@tup.tsinghua.edu.cn

质 量 反 喂：010-62772015, zhiliang@tup.tsinghua.edu.cn

印 装 者：三河市金元印装有限公司

经 销：全国新华书店

开 本：144mm×210mm 印 张：8.75 字 数：162 千字

版 次：2015 年 1 月第 1 版 印 次：2015 年 1 月第 1 次印刷

定 价：32.00 元

产品编号：061824-01



前　言

本书是一部有完整故事情节的文学作品，同时又是一部讲述数学的作品，以不太常见的人文视角谈论数学及其哲理、趣味。

文学尤其是故事类文学是所有人都喜爱且乐于接受的，而数学就不那么讨人喜欢了。实际上，对大多数人来说，数学常常意味着学生时代的一种挫折甚至是噩梦，无论是在初中、高中、大学，还是在研究生阶段，皆有可能。即便不计较负面情绪，十多年学校教育之后，除了应付日常生活的四则运算外，数学在大多数人的心底几乎沉淀不下什么有价值的东西。这对于将数学作为重中之重的学校教育来说，不啻是巨大的讽刺与悲剧。数学是被那些有悟性的人有意无意忘却的一门学问，至多代之以咬牙切齿的反感与憎恨。

不能不说，这是一种深切的遗憾。在我看来

来，数学不但有用，还具有外表冷峻峭拔、内在热烈深沉的独特之美，值得细细欣赏与沉思。当然数学之美并不能轻易体验到，这种体验的过程有点像长跑或攀岩之类的体育活动，看似枯燥艰苦，辛劳过后却别有一种难以言说的身心愉悦和美好感受。只是，再乏味的运动项目都有大量粉丝，慢跑和暴走的粉丝绝不在少数，而数学的粉丝却乏善可陈。

从文化角度看，数学是我们这个文明古国相对欠缺的一种气息，我们总是从实用的角度去对待它，而它的价值远不止于此。自古以来，我们中国的文人对于永恒与无限都不乏各种感慨，“念天地之悠悠，独怆然而涕下”“江畔何人初见月，江月何年初照人”，美则尽美，独独缺少了一丝理性与思辨的色彩，究其根源，或许是缘于数学精神的缺失。而我们的数学教育，一贯着重于解题训练的教育，也缺少了某些文化上的气质与筋骨。

相比那些厌恶数学的人来说，我属于幸运儿，数学是历次考试提分的上善科目，所以我从未反感过它。因为理科学得好，我有幸进入好的大学，接受好的教育，然后去好的单位工作，在体制内谋生的我活得安稳而体面。我那时对于数学并没有更深刻的认识，对我来说，数学只不过是一个更有用的工具罢了。我的这个看法相信也是大多数理工科出身者的观念。

也许是机缘巧合，也许是命中注定，十年前，当我准备信息技术领域的硕士毕业论文时，我陷入到一个既迷人又实用的数学问题中。我的论文是关于数字指纹技术的，为了追查盗版，我希望找到这样一种编码，数量充足，且彼此之间差异度大。这些数字编码作为数字指纹分别嵌入到视频的不同拷贝中，在经过压缩之类的强噪声环境后，这些数字指纹仍能生存下来，且彼此之间仍然保有良好的分辨率，这些存活下来的数字指纹将有助于追查和正确指认盗版者。

为了找到这些性能良好的编码，一个新的组合数学问题自然而然提出了。起初我以为这个问题会有人研究过，因为研究数学不需要复杂的装备，所以其发展通常是超前的，而且大幅度超前于时代。例如现在大学的

主干课程、工程技术中普遍使用的微积分，是前辈数学家二百年前就已准备好的研究成果。然而遗憾的是，查阅了各种数学典籍，请教了多位数学专家，我都未能找到这个组合数学问题的现成答案。

要知道，在呈现组合爆炸的编码中，穷举式的查找是不可能的。我当时计划寻找的是仅有33个不同符号的编码，这些编码共有 $33! \approx 8.68 \times 10^{36}$ 之多。我需要从这些浩如烟海的编码中，寻找到 $33 \times 32 \times 31 = 32736$ 个性能好的准正交码。这个难度比大海捞针毫不逊色。

怎么办？一种执着的、钻牛角尖的劲头被激发出来。在解决这个问题的过程中，从试探、猜想到证明，我的心灵经历了一场酣畅淋漓的洗礼，一种刻骨铭心的欢乐，以及由此带来了种种感悟。我找到的这32736个编码，其实是由区区三个编码通过反复的置换运算生成的。这三个编码我称为种子，因为唯有这些内在排列次序精准的种子才能孕育出全部高差异度编码，其次序之微妙，堪称“失之毫厘，谬以千里”。这使我联想到诸多事物，如人类与猩猩之间仅有1%的DNA差异，却造成这两个物种的天壤之别，而那些为人类发展做出杰出贡献的伟人，我相信他们的内在品质也如同种子一样，精微曼妙。寻找这些种子的整个思想过程，如同居里夫人从几吨的沥青矿物中提炼出0.1克闪闪发光的镭，艰辛而幸福。

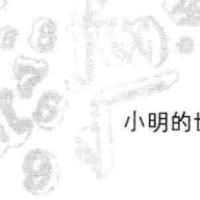
这是我找到的三个种子（需要从置换群的角度去理解）：

S1: (1)(2)(3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23
24 25 26 27 28 29 30 31 32 33)

S2: (1)(2 3)(4 17)(5 31)(6 8)(7 28)(9 13)(10 19)(11 22)(12 27)(14 26)
(15 23)(16 33)(18 25)(20 21)(24 30)(29 32)

S3: (1 2)(3 33)(4 32)(5 31)(6 30)(7 29)(8 28)(9 27)(10 26)(11 25)(12
24)(13 23)(14 22)(15 21)(16 20)(17 19)(18)

有心人不妨尝试用这三个种子进行置换乘法运算，将生成全部32736个编码，任意两个编码之间，至多只有两个位置上的数字相同。不知你是否觉得神奇？



这样一个心灵历程让我对数学有了崭新的认知，数学中的各种对象在我眼前变得鲜活起来，栩栩如生，各有性情。领会数学的内在之美成为我生活中的乐趣之一。多年以后，历经世事的我渴望将这种感悟传达给他人。我深信，理解这种感悟的人，将对这个世界有更进一步的认识。如果有更多的人理解数学的底蕴，世界将变得更加文明，更加秩序井然。

我对数学，起初跟大多数人的感受一样，因有用而信任，然后又因信任而喜爱。最终也许走得稍微远了些，意识到数学不仅仅有用，不仅仅值得信任与喜爱，它还闪耀着艺术的美与和谐，值得欣赏，同时又具有无可比拟的正确性。关键的是，这种正确性并非一目了然，需要调动我们的智慧，陶然耕耘其中才能体会到。而不同的数学对象之间，往往又有着千丝万缕的联系。这真是一幅奇妙的场景。

我愿意相信，很可能存在着高于我们这个物理世界的绝对正确与完善的世界，并非纯粹主观思维的产物，而是客观实在的真理。这种信念，已经不属于数学本身了，而是一种哲学。但我认为哲学对于理解数学本身也很有帮助，至少会是一种趣味、一种幽默。我力图形象地展示心目中的那个世界，于是有了这样一部文学性作品。它不是讲述数学中的一道道趣题、一桩桩奇闻轶事，而是小心翼翼地展开一个带有我个人情感的完整故事，在故事中揭示数学世界一些我认为最重要对象的秉性，与我们的现实世界相映成趣。如果这个故事能引起人们对于数学与哲学的兴趣和探究心，我将感到莫大的荣幸与欣慰。

孙晓博

2014年 北京



目 录

| | |
|----------|-----|
| 第一章 生日 | 1 |
| 第二章 算数山谷 | 25 |
| 第三章 乘法 | 69 |
| 第四章 旅行 | 87 |
| 第五章 几何城 | 99 |
| 第六章 方程 | 125 |
| 第七章 冲突 | 149 |
| 第八章 代数山 | 187 |
| 第九章 谁主沉浮 | 219 |
| 第十章 尾声 | 245 |

第一章 生日

当太阳已经落山的时候，小明还在小区附近的公园里闲逛，不愿回家。这是个春天的傍晚，夕阳虽已隐没在山的那一头，天边仍有万丈霞光。奇怪的是，这样一个天气晴朗的周末，却没有一个小朋友跟他一起在这里玩耍。小明一个人玩着、等着，略有遗憾，但仍然兴致勃勃地看看这个、碰碰那个，最后爬到一座土堆上。这个公园里有很多起伏的土堆，可有些不太平凡——上边建有围合的城墙，小明上来的就是这种。据说此地是元朝——地球上曾经存在过的疆域最大的国家——都城遗址，故修建些城墙以示纪念。说是城墙，也太过简陋，只是勉强有个凹凸的垛子形状，表意而已。这里是小明喜欢的地方，抬头望去视野辽阔，低头则又看到花木浓荫。曾有几个大学生路过此地，把这城墙说成是方波发生器。小明听到后回家问爸爸什么是方波发生器，爸爸说那是一种电子设备，能产生正—负—正—负或者说1—0—1—0波形的电压，电压随时间的变化就像方形的锯齿一样。可是方形锯齿波能用来干什么，小明不知道。

在太阳落山的方向，西方天空的颜色变化引起了他的关注。他以前从未注意过晚霞有如此丰富的色调。妈妈以前骑车带着他的时候，经常提醒他去看天上的彩云、深蓝的天幕等自然气象，他那时总是抬头随便看一眼，目光随后就转移到路边的景物上。这一次，他对天空有了完全不同的感受。他注意到晚霞色彩的变化，从温暖的金黄、橙红，渐次过渡到清冷的浅蓝、深蓝，绚丽丰富，彼此交织，广阔无边，有一种他从未体验过的美感。

公园里有一条小河，有不少大人在河边散步，老人居多。小明听爸

爸爸说，这条河基本是死水，并不算是真正的河流，只能算是一条狭长的池塘。最糟糕的是这里以前经常泛着臭气，夏天的时候尤其严重，很少有人来这里闲逛。托奥运会的福，这条所谓的河流得到脱胎换骨的治理，虽然几乎仍是一池死水，但水质变得澄清，岸边也栽花种草、铺路建亭，变成一个人人爱去的休闲场所。

再过一个月是小明10岁的生日。孩子对生日总是很期待，小明也不例外，早早就惦记上了。爸爸妈妈说要送给他一个特别的生日礼物，他现在还不知道是什么。这个礼物真的会有什么特别吗？小明有一种随遇而安的个性，对礼物并不是特别在意，他更喜欢过生日的那种欢乐气氛，还有好吃的生日蛋糕。

昨晚吃饭的时候，爸爸妈妈问他：“你很快就要十岁了，你想要什么生日礼物？”

“什么都可以，你们送什么我都会很高兴。”

爸爸笑着问：“那你最想要什么？”

“什么都可以要吗？”

“是啊，你想要什么，只要我们能做到，都会考虑。”爸爸说。

“就算爸爸妈妈做不到，知道你的愿望也好啊。”妈妈补充道。

“那我想要一颗天上的星星。可以吗？”小明没想好要什么，就开了个玩笑。

“哦，你抬头看窗外，我宣布，你看到的那些星星都是你的啦。”爸爸也开了个玩笑。

“这也可以？”小明抬头看着那些星星，“那我怎么得到它们呢？”

“你以后直接去摘就好，就跟去大棚摘草莓差不多。”妈妈笑着说，“也许星星比草莓更好吃呢！”

“爸爸妈妈特别送给你一颗中子星，它可是世界上你能看见的最重的东西，当然也是最重要的东西了。”爸爸也笑着说，“但你不能拿着它，会压坏你的手。”

“我倒！星星那么大，我可摘不了。”小明接着发挥，“要不就给我一个地上的猩猩也成，它们挺可爱的。”几个人一起笑，享受着愉快祥和的时光。

此刻的小明坐在城墙垛子上，回想着昨晚关于星星的笑话，注意到晚霞的色彩越来越暗淡，整个天空都变得深蓝，星星真的开始出现。他抬头看着天空和那些星星，突然意识到，只有向上的方向是没有边界的，可以无穷无尽，其他方向都有限度——地球就这么大。而向上又是最困难的，他努力向上跳，也只能离开地面很短的距离，而且一转眼就落回来。

辽阔的星空头一次引起他强烈的好奇和幻想。如果能一直向上走，会发生什么？离开地球、离开太阳系、离开银河系、离开所有的天体，将到达哪里？

小明曾想象，最远最远的天边，可能是铜墙铁壁，将宇宙所有的一切紧紧包裹其中。如果是这样，那铜墙铁壁的外面，又会是什么？

小明想起《西游记》里的一个情节：孙悟空跟如来佛打赌，要跳出他的手心，结果孙悟空飞到天边，看到五个肉红色的柱子，撑着一股青气，孙悟空认为这就是天的尽头，撒了泡尿就回去了。小明很喜欢琢磨这段故事。他在设想，如果孙悟空飞得再远些，飞出五个柱子之外，会发生什么？孙悟空显然还能飞得更远，他是自己停下来的，并没有什么东西挡住他。如果能飞得更远些，一定会看到完全不同的景象。可那会是什么景象呢？

小明不知道，他这番奇思异想，已经在遥远不可捉摸的天界之外激荡起了不大不小的涟漪。那是个浩瀚而飘渺的非物质世界，气象万千，存在各种各样的神灵，有些正准备到物质世界游历。其中有一个非常古老的数字精灵，正在他那个世界的天幕一角观察地球的形形色色。这片思想的小水花引起了他的兴趣，于是细细察看。

“如此深思者，竟然还是个少年，真是孺子可教。我正准备下界寻人做些开启点化，此人可列入我的备忘录中。”他自言自语，又点点头，然后纵身一跃，转眼即飞入凡间。



公园里天色渐晚，到小明回家吃晚饭的时候了。他从城墙上跳下来，准备往家走。只见一个老人走过来，他穿着式样古老的白色长袍，头发、胡须也都是白色的，身材高大、嘴角紧绷、眼神明亮而锐利，显得很威严。他走到小明身边，小明觉得这个老人好像要批评他，说他践踏城墙之类的，不禁有点紧张。

“喜欢看天空的人，是孤独的人。”白衣老人看看天空，再看看他，面带一丝微笑。他笑起来的时候，眼神就不那么锐利了，嘴角和眼角甚至还显得挺温暖。

“孤独也不见得不好。”他又补充一句。

小明放松下来：“是啊，我经常一个人玩，挺孤独的。”

“我知道。你叫小明，对吧？下个月是你的生日。”

“啊，你怎么知道？”

老人得意地说：“我什么都知道。我还知道你在哪个小学读书、上几年级、你住在哪里、你的爸爸妈妈叫什么名字。”

“你是我家亲戚吗？”

“不是。”

“那可有点奇怪。你是警察？”

“你看我像吗？”

“你不笑的时候像，很严肃的样子。也许你是退休的警察？”

“警察应该没我有学问，也没我本事大。”白衣老人笑起来，且尽力让自己笑得灿烂，与警察的形象拉开距离。他眼珠转了转，“你把我当成警察也可以，”他又沉思了一下，斟酌着措辞，“不过我的职责并不是保护你们人类世界。我保护我们自己的世界。”

“爷爷，这话很奇怪，难道你不是人类？”

“我只是有人类的躯壳罢了，这样才容易跟你交流啊。”



“人类的躯壳？”小明琢磨着这个词语，“那你是谁？你从哪里来？”
“我来自永恒的世界。你明白这句话的意思吗？”
“永恒的世界。我明白，就是说你不会死，对吗？你是神？”小明来了兴趣。

“我不会死，这话对。我是神，这话不太对。事实上，我不仅不会死，我也从未出生过。而你们所谓的神几乎都出生过。”

小明有点困惑。不出生是怎么来的？万物都是有起始的。爸爸说，根据物理学家的研究，整个宇宙都从大爆炸开始呢！难道这位爷爷在宇宙之外？没有出生过却存在的事物，非常令人不可思议。

老人好像明白他在想什么，“既不会出生又不会死亡的东西，的确很难理解，尤其是对固执己见的成年人来说就更显得像是十足的谎言了。所以我更愿意跟你们小朋友打交道，并且坦白自己。你们能比较容易接受我。”

老人接着说：“你可以这么想，如果什么东西不会终止，但却有个起始，那岂不是更古怪吗？”

这样想，小明似乎有点理解了。他点点头。

“下个月你就要10岁了，按照你们人类的计数习惯，开始两位数的年龄。十字头的年龄是人一生中最特别、最重要的时期，它将决定人生的极限。在这个年龄段你将会从孩子变成大人，会比现在长高很多，也聪明很多。你会明白很多以前不可能理解的道理，也将有以前从未有过的体验。”

“从未有过的体验？比如此时此刻我见到你？”小明动脑筋发问，“你怎么知道你不会死呢？你又没死过。不过这话有些不对。我的意思是说，我看不出你和别人，和那些会死的人有什么不一样。而且你怎么知道你没有起始呢？也许你的父母都去世了，没人告诉你你的来源。”他想了想，举了个例子，“比如，我就一点也不记得我婴儿时期的事情，我不知道我是怎么来到这个世界上的，全都是爸爸妈妈告诉我的，或者从照片、

录像里看到的。如果我是个孤儿，也没照片什么的，我就一点也不知道自己是怎么来的。”他停了停又说，“不过，如果我看到别的孩子是怎么来的，我也就差不多知道自己是怎么来的了。”

老人微笑，“你这段话说得不错。我果然没看错你，你是个特别的孩子。我的眼光一向很好。嗯，考虑到你们人类已经进化发展到接近玄妙的门槛，我会让你更特别一些，你将会有前所未有的体验和感悟。在那些神奇的体验中，你将知道你关心的天之外到底有什么？你是谁？你从哪里来？你将到哪里去？”

“神奇的体验？”小明对这个很感兴趣。

“是的。无论你们人类如何进化，总是特别相信眼见为实，总归是一种体验型的存在。为了让你相信我与你们不同，我将给你展示一些不同寻常的现象。但你要答应我，不要告诉任何人，包括你的父母。而且你要确信这并非幻觉。”

“好的，我答应。你打算飞给我看吗？你会骑着扫帚什么的吗？”小明想起看过的各种神魔故事。

“别说话，看我的脚。现在。”

小明发现老人的双脚已经离开地面大约一尺高，好像整个人往上平移了一截似的悬在空中。老人本来就身材高大，这时看起来有点像个巨人。小明感到震撼，用力眨了眨眼。

“你是神仙？还是魔术师？”

“哈哈，你怎么不猜我是鬼怪呢？我既不是神仙，也不是魔术师。”

“那是什么？”

“太晚了，再不回家，你爸爸妈妈该着急了。我们改天再聊吧。再次提醒你，不要告诉爸爸妈妈关于你和我之间的一切，否则你就再也看不到我给你展示的各种奇迹了。”老人缓缓落地。“要知道，我不想给这里惹太多麻烦。”

小明答应着，带着巨大的惊讶和迷惑，一路寻思着回到家中。今天他

回家有点晚，爸爸妈妈对他有点抱怨。

“你再这样晚回家，就不让你一个人去那么远的公园玩了，知道吗？”爸爸说。

“小区里的小花园，你多玩会儿没事。去那个公园可别太晚回来。”妈妈说。

其实那个公园也就在小区边上，隔一条马路而已。只是这个小区很大，而爸爸妈妈认为小明还太小，总觉得还不够安全。小明默默吃完饭，就主动准备洗漱睡觉。往常周六的晚上，他总要在家折腾得更晚些才会上床休息，今天有些反常。妈妈问了小明好几次怎么了，是不是在公园遇到什么事了。小明说都挺好的，只是他玩得太累了，想早点休息。小明躺在床上一个人琢磨着傍晚发生的事情，不知不觉睡着了。

接连好多天，他一有机会就跑到那个公园，希望能再见到那个白衣老人，但没有。他很失望，他还是头一次体验到这种失望的感觉，但他仍锲而不舍地经常跑去那个地方，以至于对那儿的一草一木都极为熟悉。他观察它们渐次发芽长叶，绽放出各种美丽的花朵。

③

春天渐渐过去，天气热了起来，小明的生日到了。生日那天碰巧是个周末，他一大早就醒来，没有像以前那样赖床，而是很快下地穿好衣服，刷牙洗脸。

“妈妈，早饭吃什么呀？”

“小明，你怎么起这么早？今天是周末啊。”

“早睡早起嘛。有什么吃的？我饿了。”

“妈妈还困呢，不能起来给你做早餐。冰箱里有面包和酸奶，你可以直接拿出来吃。”

小明很快吃完面包和酸奶，然后走进卧室，对还在睡觉的爸爸妈妈

说：“妈妈，我想去小区公园里玩。”

“你昨天还没玩够啊，别忘了你下午还有奥数课。”

“我知道。你们还没祝我生日快乐呢。”

“小明，祝你生日快乐！”爸爸妈妈闭着眼躺在床上微笑，“去吧，十二点以前必须回来。”

小明一溜烟跑出去。他又来到小区边的公园里，来到这个熟悉的城墙围起来的空地上。初夏的早上八点，太阳已经升起好高了。也许是时间还早的缘故，公园里没什么人。此刻光线明亮，春天鲜花盛放的景象已经转变为夏日的树影婆娑。小明期待着见到以前遇到的那位白衣老人，可再次感到失望。不过他很快注意到城墙的西北角上新写着几个炭色大字“刘小明”，那正是他的名字。他跑到那个角落，除了墙面上的字，什么也没发现。他奇怪又纳闷，无事可做，就又爬上垛子，这时他注意到城墙的外侧砖块之间有一道缝隙，里面塞着一个白色信封。他用指甲揪出那个信封，封面上写着“刘小明亲启”。里面有一封信，信是这样写的：

小明，你好：

我相信你能发现这封信。首先祝你生日快乐！

很抱歉，这些天我另有事情不能来到这里。我喜欢跟你聊天，也乐于向你展示我的奇迹，希望能借此让你相信：我不是寻常人类中的一员。但我跟你、还有你们整个人类，有非常密切的联系。

我很难用你能理解的语言向你解释我到底是什么。这跟你的年龄无关，只是你的某些观念还有习惯束缚了你的思维。为了扩展你的思维，我要交给你一个小小的任务，在你完成之后，你才能再见到我，我们之间其他有趣的游戏才能继续进行下去。这个任务很简单：

请你想一想，在你的生活中，是否有永恒的事物？

你可以跟你的父母还有其他人讨论这个问题。然后在我们重逢之时把