

幾何学大辞典

1

基本定理と問題—平面—

理学博士 岩田至康編

槓 書 店

編者略歴

岩田至康 (いわたしこう)

昭和 10 年 北海道大学理学部数学科卒業。

岐阜農林専門学校教授

岐阜大学教育学部教授を経て

現在、岐阜大学名誉教授。

岐阜教育大学教授。

理学博士

(住所) 岐阜市長良松籾町 1 丁目

幾何学大辞典 第 1 卷

定価 5000 円

1971 年 5 月 30 日 初版発行

1978 年 6 月 30 日 4 版発行

編者 岩田至康

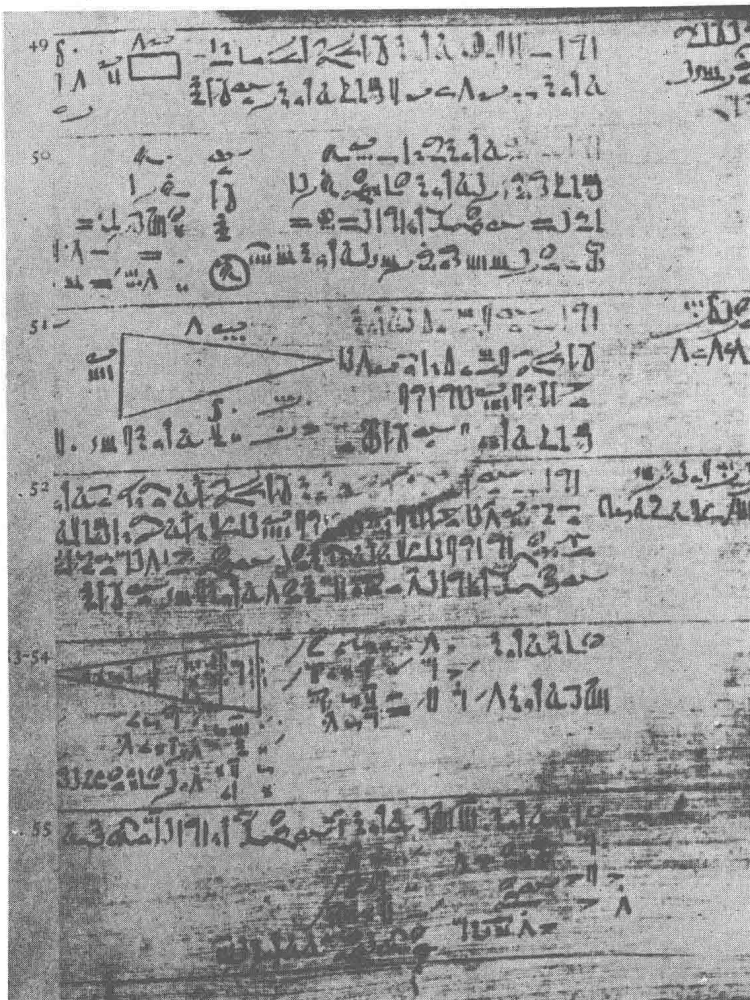
発行者 吉田全夫

槇書店

東京都中央区八重洲 2-6-15 (〒104)
電話東京 (03) 281-3608・8238
振替口座東京 6-29898

加藤文明社・中条製本

(38・10)



最初の数学文献と言われるエジプトのリンド (Rhind) 文書

GEOMETRIE.

LIVRE PREMIER.

Des problèmes que on peut résoudre sans
y employer que des cercles & des
lignes droites.

Tous les Problèmes de Geometrie se
peuvent facilement reduire a tels termes,
qu'il n'est besoin par après que de connoître
la longueur de quelques lignes droites,
pour les construire.

Et comme toute l'Arithmetique n'est composée, que
de quatre ou cinq opérations, qui sont l'Addition, la
Soustraction, la Multiplication, la Division, & l'Extra-
ction des racines, qu'on peut prendre pour une espece
de Division : Ainsi n'a-on autre chose à faire en Geom-
etrie touchant les lignes qu'on cherche, pour les pre-
parer à être connus, que leur en adjoindre d'autres, ou
en ôter, Oubien en ayant une, que ie nommeray l'unité
pour la rapporter d'autant mieux aux nombres, & qui
peut ordinairement être prise à discretion, puis en ayant
encore deux autres, en trouver une quatriesme, qui soit
à l'une de ces deux, comme l'autre est à l'unité, ce qui est
le même que la Multiplication, ou bien en trouver une
quatriesme, qui soit à l'une de ces deux, comme l'unité
est à l'autre.

P p

est

TABLE

Des matières de la

GEOMETRIE.

Livre Premier.

DES PROBLEMES QU'ON PEUT
construire sans y employer que des cercles &
des lignes droites.

COMMENT le calcul d'Arithmetique se rapporte aux opérations de Geometrie.	297
Comment se font Geometriquement la Multiplication, la Division, & l'extraction de la racine quarrée.	298
Comment on peut user de chiffres en Geometrie.	299
Comment il faut venir aux Equations qui servent à résoudre les problèmes.	300
Quels sont les problèmes plans; Et comment ils se résolvent.	302
Exemple tiré de Pappus.	304
Response à la question de Pappus.	307
Comment on doit poser les termes pour venir à l'Equation en cet exemple.	310

K k k

Com

デカルトの「幾何学」

(La Geometrie, 1637初版本)

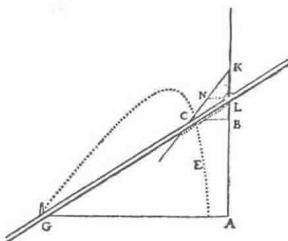
(左上) 目次のオ 1 ページ

(左下) オ 1 巻の最初のページ

(右上) $y^2 = cy - \frac{cx}{b}y + ay - ac$ のグラフ

を説明したページ

(右下) 円と放物線の交点を利用して 4 次方程式の解法を説明したページ

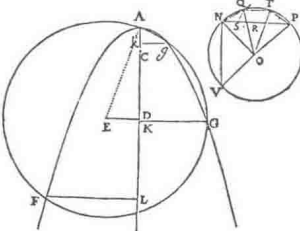


Après cela prenant vn point à discretion dans la courbe,
comme C, sur lequel ie suppose que l'instrument qui sert
à la descrire est appliqué, ie tire de ce point C la ligne
CB parallele à GA, & pourceque CB & BA sont deux
quantités indeterminées & inconnues, ie les nomme
l'une y & l'autre x. mais afin de trouver le rapport de
l'une à l'autre, ie considere aussi les quantités connus
qui determinent la description de cete ligne courbe,
comme GA que ie nomme a, KL que ie nomme b, &
NL parallele à GA que ie nomme c. puis ie dis, comme
NL est à LK, ou $\frac{c}{a}$, ainsi CB, ou y, est à BK, qui est
par consequent $\frac{c}{a}y$: & BL est $\frac{c}{a}y - b$, & AL est $x +$
 $\frac{b}{c}y - b$. de plus comme C B est à LB, ou y à $\frac{b}{c}y - b$, ainsi
a, ou GA, est à LA, ou $x + \frac{b}{c}y - b$, de façon que mul-
sif triplant

396

LA GEOMETRIE.

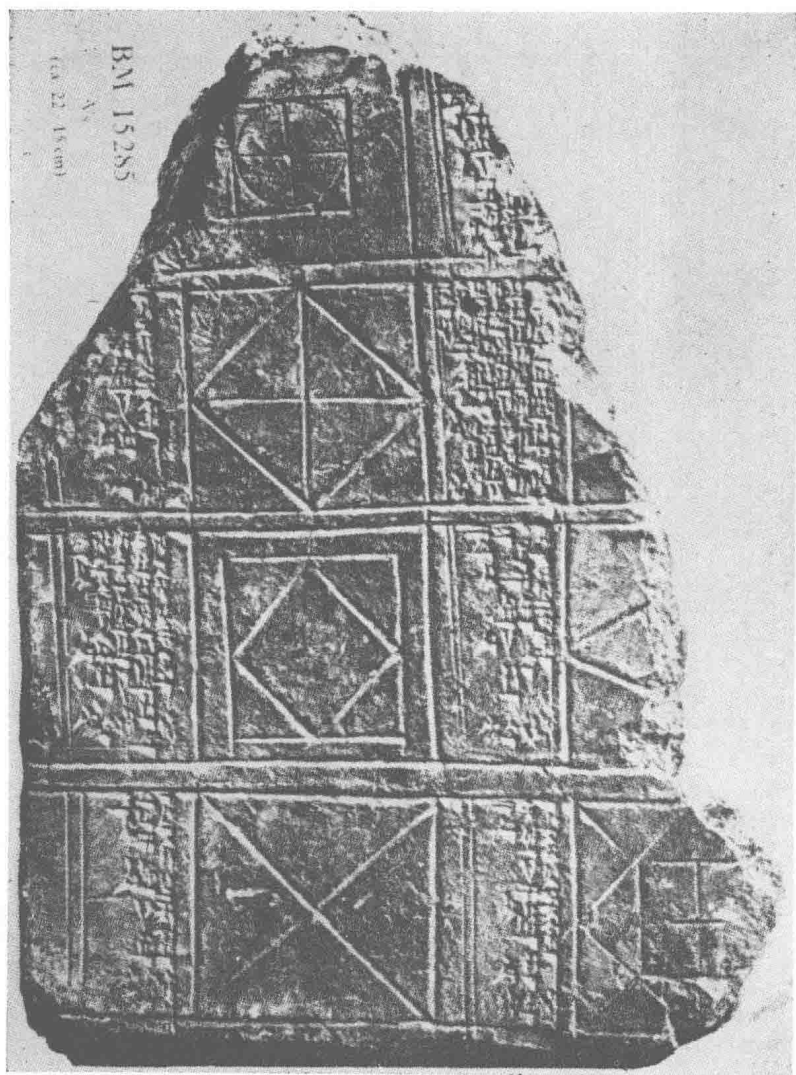
descrire, avec la partie de son aisseu A C, qui est $\frac{1}{2}$ de la
moitié du costé droit, il faut du point C eleuer la per-
pendiculaire C E esgale à $\frac{1}{2}g$, & du centre E, par A, de-
scrire le cercle A F, on trouue FL, & LA, pour les
deux moyennes cherchées.



La façon
de diviser
vn angle
en trois.

Tout de même si on veut diviser l'angle NOP, ou-
bien l'arc, ou portion de cercle N Q T P, en trois par-
ties esgales; faisant NO $\propto 1$, pour le rayon du cercle, &
NP $\propto g$, pour la subtendue de l'arc donné, & NQ $\propto x$,
pour la subtendue du tiers de cet arc; l'Equation
vient,

$x^3 \propto 3x - g$. Car ayant tiré les lignes NQ, OQ,
OT, & faisant QS parallele à TO, on voit que comme
NO est à NQ, ainsi NQ à QR, & QR à RS; en sorte
que



大英博物館に保管されているバビロニアの楔形文字盤の数学を論じた一面



幾何原本第一卷之首 界說三十六
公論十九 末作四
泰西利瑪竇口譯
吳 崧 徐 光 啓 筆 受
界說三十六則
凡造論先當分別解說論中所用名目。故曰界說。
凡歷法地理、樂律、算章、技藝、工巧諸事。有度、有數者。
皆依賴十府中幾何府屬。凡論幾何。先從一點始。
自點引爲線。線展爲面。面積爲體。是名三度。
第一界

(上) 利瑪竇 (Matteo Ricci, 右) と徐光啓 (左)

(下) ユークリッドの「原本」の支那訳、界説は定義である

序

幾何学大辞典全5巻のうちの第1巻が、棋書店社長吉田全夫氏の好意によってこの度刊行されたことは、編者の最も喜びとするところである。

この第1巻は、平面幾何学における「基本定理と問題」について詳細に解説したもので、幾何学に関心をもつあらゆる人びとに読んでもらうために、特に程度を下げて高校程度とし、たまに大学教養程度の数学がでてくるくらいである。

本辞典5巻の企画は、古今東西——エジプト時代から現代まで、西洋はもちろん中国、日本——のあらゆる図形に関する問題を網羅して、これに詳細な解答と注——出所、発見者、関連事項等の文献——をつけることを以て目的とする。これは非常に困難な仕事ではあるが、私のライフワークとして是非完遂しなければならないと念願している。すなわち、つぎに第2巻として空間幾何学における「基本定理と問題」を刊行し、それに引き続いて第3巻「証明問題」、第4巻「軌跡・作図・計算問題」、第5巻「円錐曲線その他」という順序で逐次刊行して行く予定である。何卒この願いが達せられるように、読者諸賢の御援助、御高評を懇願する次第である。

本書第1巻成るに当って、長年に亘り書店との交渉や原稿の作製に御助言をおしめなかった北村泰一教授、並びに棋書店の厚美武宏氏に深尽なる感謝の意をささげる。また図の作製や校正等について御尽力を頂いた岐阜大学の内藤淳、杉山和雄の両氏、並びに直井功、野呂昭広両君に厚く感謝する。

1970 年 文化の日

金華山頂の岐阜城を仰ぎつつ

編者しるす。

は じ め に

本書は幾何学大辞典全5巻中の第1巻をなすもので、平面幾何学の基本定理と、基本軌跡、基本作図等について詳説したものである。初めに基本事項を便覧として常に利用できるように分類整理し、つぎにそれらを応用して幾何学の問題を解くにはどうしたらよいかということについて、その方法を例示し、最後にそれらのうち、図形に関する問題についてその解法を示した。

解答についてはただ1つの解を掲げることに満足せず、あらゆる見地から、できるだけ多くの解法を示すことにした。なほ本書のもう1つの特徴として、ほとんどすべての問題に〔注〕をつけて、できるだけ詳細に文献その他の関連事項を示したことである。

数学辞典の草分けは、明治時代に出た長沢亀之助氏のものであろう。われわれは特に代数・幾何・三角法の各辞典に親しんだことを思い出す。これらの辞典はその後大正時代を経て昭和の初め頃まで続いて刊行されたように思う。つぎに出た幾何学辞典は、昭和12年初版の笹部貞市郎氏のものである。この書は現在も公刊されて好評を博しているようである。外国ではわが国ほどの大部のものは見当らず、私の知る範囲では

J. Mc.Dowell, Exercises on Euclid and in Modern Geometry.

F. G.-M., Exercices ds Géométrie.

等の問題解答集のみである。

しかしこれらの辞典はどちらかというと啓蒙的な書であって、学術的見地からみると幾分物足りなさを感じる。わが国の現状としてはこれらの書では満足できず、もっと学術的で文献を調べる上においても役立つような幾何学辞典の出現が望まれる。私は久しい以前からそのような辞典があれば、幾何学研究者にとってどんなに役立つであろうかと思い、ひそかにその出現を望んでいたのであるが、ついに私の望みはかなえられなかった。

古来初等幾何学の文献は非常に多い。論文をかく者の大きな悩みは、果して自分のものにオリジナリティがあるかどうかということである。しかし幾何学の歴史は2千年以上の長きにわたり、その文献を個人で詳細に調べることはほとんど不可能である。幸いにわが国では、小倉金之助、窪田忠彦両博士のおか

げで、相当に幾何学の文献は調べられているが、もちろんそれだけでは満足できない。両博士の後をついで、さらに文献を追加してくれる人が出ないかと私は今までそれを期待してきた。しかし私も老年の域に達し、もはやこれ以上待つことはできなくなった。そこで意を決して、自分で及ばずながら少しでもよいから文献を追加し、また整理して両博士の業績を後世に伝えたいと思うようになった。はなはだおこがましい次第ではあるが、みなさんの協力によって幾何学大辞典を世におくり、不備な点は後継者によって訂正増補していただくことが私の終生の願いである。

以上のような目的を達するために、私は入手できる限りの本や雑誌を調べることとした。しかし個人のやることであるからその範囲はおよそ見当がつくことと思う。幾何学2千年の歴史からみれば、それは九牛の一毛にも及ばないかも知れないが、それでも幾分かは役に立つであろうと思って、微力の限りを尽くしたつもりである。

Bertrand Russell が言ったように、数学は最高の美をもつ芸術品である。私はこの芸術品の中から特に図形に関する作品を選んで、これを鑑賞し、解説しようと思う。Euclid の原本、Descartes の幾何学は日本文学でいえば万葉集、源氏物語にも比すべき、香り高く、後世に大きな影響を及ぼした芸術作品であり、Simson, Feuerbach, Poncelet, Pascal 等の定理もまたそれらにつぐ芸術品であると思う。私はこれらの芸術的作品を読者とともに味わうことの喜びをもつことを無上の光榮とするものである。

つぎに本書の附録について一言する。Pythagoras の定理の証明はあまりに多いので、附録でまとめて掲げることとした。また Euclid の原本は、われわれ幾何学研究者にとってのバイブルであるからその一部を訳して、本書の定理や問題と対照し、読者の便をはかった。その他に幾何学史年表と列伝とを付け、また初学者のために、本書でしばしば使われる数学の公式を附した。

本書は事典であるから、一貫した論理体系はもっていないが、それについては各分野での参考書を示しておいたから、それによって補っていただくこととする。しかし第8章で問題解法について一通りの説明を述べたので、読物としての役目をも一応果していることと信ずる。読者諸君は本書を縦横に活用することによって、座有の書とせられんことを切望する。

凡 例

本書で問題の解答をさがすには、まずその所属——証明問題か、軌跡か作図か、最大最小問題か——を見つけてその節をさがし、つぎにたとえば証明問題であるならば、その仮説の属する小節をさがすようにすればよい。基本的な問題と有名な問題は一応その所属するところに必ずある筈である。基本的でない複雑な問題は第3巻以後で解説する。

さらに、本書を使用するに当っては読者はつぎのことに注意せられたい。

1. 本書は第1部、第2部、附録の3部から成り、第1部の第1章から7章までは重要な問題の便覧で、その解答は第2部の第1章から第7章までの対応する節の同じ番号のところにある。
2. 第1部の第1章から6章まででは、問題（公式）を総合幾何、座標幾何、複素数、ベクトル等の順に分類し、総合幾何に重点を置いてその他の計算公式は〔 〕で示した。
3. 第1部の第8章は問題解法についての詳細な解説であり、第2部の第8章は、第1部にある計算公式（[1],[2],……で示した）の証明である。
4. 附録Ⅰは Pythagoras の定理の種々の証明と拡張であり、Ⅱは Euclid 原本 (Euclid's Elements) の解説である。これによってその大容を知っていただければ幸いである。Ⅲは主として本書の問題を解くために必要な数学公式を一括して掲げたものである。Ⅳは日本に重点をおいた40人の幾何学者の列伝であり、Ⅴは幾何学と日本を主とした数学史年表で、数学者の歿年をもとにして表示した。したがって()内の年は生れた年を示す。
5. 術語の詳細な説明は本辞典第2巻附録の術語辞典のところで一括して述べる。幾何学者の伝記についても第2巻附録の人名辞典の項を参照されたい。本書ではギリシア人の名は英語でかいた。
6. E. Ⅱ, 9 は Euclid 原本の第2巻の命題9を意味する。
7. 数学雑誌引用の場合、例えば Mathesis 2, 3 (1892) は1892年の Mathesis 2巻3号を表わす。

図形に関する規約

1. $\triangle ABC$ の面積を S , 3 辺の長さを a, b, c とし, $a+b+c=2s$ とする.
2. 垂心を H とし, 各頂点からその対辺への垂線の足をそれぞれ H_1, H_2, H_3 .

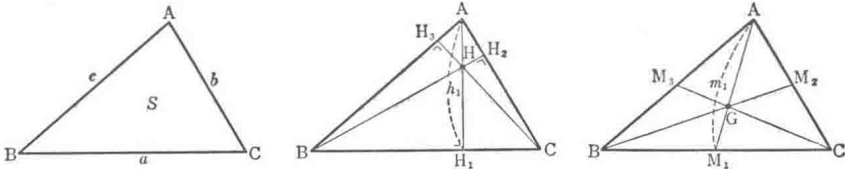
$$AH_1=h_1, \quad BH_2=h_2, \quad CH_3=h_3$$

とする.

3. 重心を G とし, 各辺の中点を M_1, M_2, M_3

$$AM_1=m_1, \quad BM_2=m_2, \quad CM_3=m_3$$

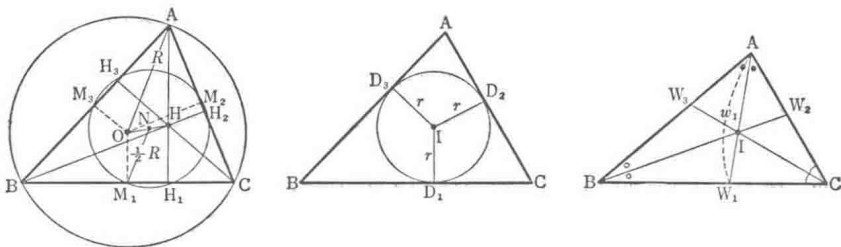
とする.



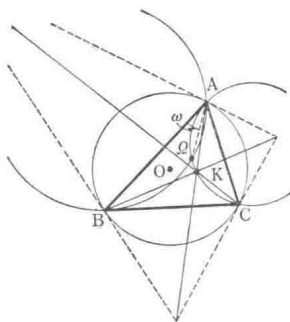
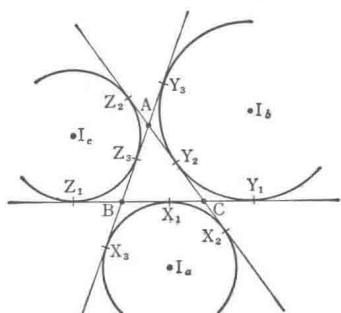
4. 外心を O , 外接円の半径を R とする.
5. 内心を I , 内接円の半径を r とし, 内接円が各辺に接する点を D_1, D_2, D_3 とする.
6. 各頂点の 2 等分線が対辺と交わる点を W_1, W_2, W_3 とし

$$AW_1=w_1, \quad BW_2=w_2, \quad CW_3=w_3$$

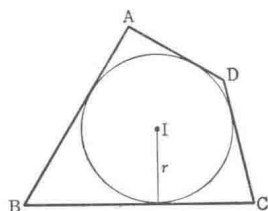
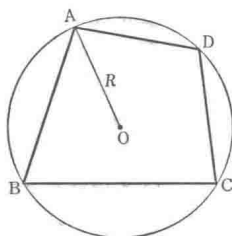
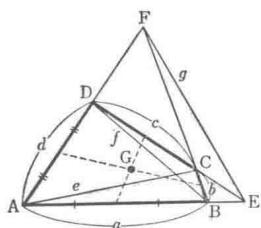
とする.



7. 傍心を I_a, I_b, I_c とし, 傍接円の半径を r_a, r_b, r_c , 各傍接円が 3 辺に接する点をそれぞれ X_1, X_2, X_3 ; Y_1, Y_2, Y_3 ; Z_1, Z_2, Z_3 とする.
8. 9 点円の中心を N とし, 類似重心を K とする. (p.35 参照)
9. プロカル正点を Ω , プロカル負点を Ω' とし, プロカル角を ω とする. (p.36 参照)



10. 完全四角形 $ABCDEF$ において, $AB=a$, $BC=b$, $CD=c$, $DA=d$, $AC=e$, $BD=f$, $EF=g$ とする.
11. 四角形 $ABCD$ の面積を S , $a+b+c+d=2s$ とし, 重心を G とする.
12. 四角形 $ABCD$ が円に内接するとき, その外接円の中心を O , 半径を R とする.
13. 四角形 $ABCD$ が円に外接するとき, その内接円の中心を I , 半径を r とする.



14. 放物線の焦点を F , 準線を d とする.
15. 楕円の中心を O , 焦点を F, F' , 準線を d, d' とする.
16. 双曲線の中心を O , 焦点を F, F' , 準線を d, d' とする.

