高职高专物流管理专业规划教材

物流运筹实务

WULIU YUNCHOU SHIWU

姚文斌 主编

机械工业出版社
CHINA MACHINE PRESS

赠电子课件

高职高专物流管理专业规划教材

物流运筹实务

主　编　姚文斌
副主编　张启慧
参　编　聂　俊　施学良　查卫华
主　审　王自勤

机 械 工 业 出 版 社

本书介绍了线性规划及运输优化、整数规划及应用、网络计划与网络最优化、需求预测与库存控制、Excel 的规划求解功能。教学内容兼顾算法理论教学与 Excel 规划求解实训教学，每章附有实用、丰富的习题，并要求学生上机完成。

本书可作为高职物流管理专业学生的教科书，也可作为物流从业人员的培训教材使用。

图书在版编目（CIP）数据

物流运筹实务/姚文斌主编．—北京：机械工业出版社，2014.6

高职高专物流管理专业规划教材

ISBN 978-7-111-46446-4

Ⅰ．①物…　Ⅱ．①姚…　Ⅲ．①物流—运筹学—高等职业教育—教材　Ⅳ．①F252

中国版本图书馆 CIP 数据核字（2014）第 075043 号

机械工业出版社（北京市百万庄大街 22 号　邮政编码 100037）

策划编辑：孔文梅　　责任编辑：刘　畅　熊海丽

责任校对：张　薇　　封面设计：路恩中

责任印制：李　洋

北京宝昌彩色印刷有限公司印刷

2014 年 6 月第 1 版第 1 次印刷

169mm×239mm · 10.25 印张 · 186 千字

0001—2500册

标准书号：ISBN 978-7-111-46446-4

定价：19.00 元

凡购本书，如有缺页、倒页、脱页，由本社发行部调换

电话服务	网络服务
社服务中心：（010）88361066	教材网：http://www.cmpedu.com
销售一部：（010）68326294	机工官网：http://www.cmpbook.com
销售二部：（010）88379649	机工官博：http://weibo.com/cmp1952
读者购书热线：（010）88379203	**封面无防伪标均为盗版**

前　言

运筹学是一门基础的应用学科，主要研究系统最优化的问题，通过建立实际问题的数学模型并求解，为决策者进行决策提供科学依据。运筹学在自然科学、社会科学、工程技术生产实践、经济建设及现代管理中有着重要的意义。

随着科学技术和社会经济建设的不断发展，运筹学得到迅速的发展和广泛的应用。作为运筹学组成部分的线性规划、整数规划、网络优化、存储论等内容成为物流管理类专业学生所应掌握的必要知识和学习其他相应课程的重要基础。本书根据高职物流专业学生知识结构的需要，系统介绍上述内容的基本理论及应用方法。

运筹学在物流优化与决策中的作用越来越大，运筹学课程的地位也越来越重要，然而，传统的教学强调基本原理与算法的讲授，过于强调数学公式及其推导，与企业优化决策过程联系较少，且较少使用计算机，与现代管理不相适应，不便于学生专业技能的培养。本教材根据高职物流专业的特点，选择典型的运筹学内容，结合制造业、物流业、商贸流通业的特点及部分案例，按照工作过程进行整合，主要介绍线性规划及运输优化、整数规划及应用、网络计划与网络最优化、需求预测与库存控制及其在物流中的应用。教材中以使用 Excel 电子表格作为一项主要内容，为相应教学及学习提供了一个舒适而愉快的环境。

自从 2004 年以来，作者一直从事高职物流管理专业运筹学的教学与改革，对于数学功底不是很深厚的高职学生，通过使用功能强大的 Excel 电子表格完成模型的建立、求解最优化方案，教学效果不错，得到了学生们的普遍好评。

本书的特点如下：

（1）按照行动导向课程改革理念，根据物流优化的工作过程对教学内容进行了一定的整合，大量引入典型企业实际案例；

（2）针对高职学生的特点，加强数学建模与 Excel 规划求解的内容；

（3）运筹学理论与 Excel 规划求解实训贯穿全书始末。

本书由浙江经济职业技术学院姚文斌老师担任主编，并编写了第一章、第二章、第三章的第三节、第五章的第一节与第三节、第六章；张启慧老师编写了第四章；浙江水利水电学院聂俊老师编写了第五章的第二节；浙江经

贸职业技术学院查卫华老师编写了第三章的第一节；金华职业技术学院施学良老师编写了第三章的第二节；王自勤教授认真审阅了本书，在此一并表示衷心的感谢。

为方便教学，本书配备电子课件等教学资源。凡选用本书作为教材的教师均可索取，请发送邮件至 cmpgaozhi@sina.com，咨询电话：010-88379375。

由于编者水平有限，书中错误和不当之处在所难免，恳请广大读者给予指正，欢迎相互交流讨论并提出建议。编者电子邮箱：ywbshanxi@163.com。

编　者

目　　录

1 第一章 绪 论

第一节 运筹学的发展及主要分支

运筹学这个名称，最早于 1938 年出现在英国，英国人称之为 Operational Research，1942 年美国开始从事这项工作时，称之为 Operations Research。我国运筹学的先驱者从《史记》“运筹帷幄之中，决胜千里之外”一语摘取“运筹”二字作为这门科学的名称，既显示其军事的起源，也表明其萌芽早已出现在我国。

运筹学作为一门近代新兴的科学，始源于第二次世界大战期间。20 世纪 30 年代后期，英国军事管理部门邀请了一批科学家（绝大部分为自然科学家），研究与防御有关的战略和战术问题，以便最有效地利用有限的军事资源，最成功地使用现有的武器装备。早期的工作包括研究新式雷达的有效使用，野外火炮控制设备的效能（尤其是火炮在实战中的应用）等。这个小组的建立及其工作标志着第一次正式的运筹学活动。英国运筹小组的卓有成效的工作促使美国军事管理部门也开始进行类似的活动。美国运筹小组的工作包括反潜艇策略、深水炸弹的起爆深度研究等。这些早期的运筹学工作，使用的方法一般说来都极为浅显，而成效卓著。人们开始认识到武器系统的有效使用和估价是必不可少的工作；用定量分析方法研究实际问题、建立数学模型等方法也是行之有效的。

第二次世界大战以后，各兵种的运筹学组织转而研究在各种作战条件下的现代和未来战争中，武器系统的有效的、准确的、客观的分析和评价。而那些企业管理家们也注意到了运筹小组的成就，想利用运筹学方法来解决产业部门内部新型的管理问题，以提高生产率并增加利润。甚至在政府部门制订计划、进行决策时，也试图采用运筹学方法。所有这些都使得运筹学的研究队伍和应用领域不断扩大。20 世纪 50 年代，计算机科学与计算技术的成就，对运筹学的发展也起着很大的推动作用。与此同时，运筹学本身也获得了坚实的数学基础，诸如线性规划、动态规划、非线性规划、对策论、图论等运筹学分支日趋成熟。在以后的 20 多年中，运筹学已被人们普遍公认为是一门学术性和应用性很强的学科。世界上有许多国家，把运筹学列为大学生高年级及研究生学习课程的一部分，有关运筹

学的书籍和杂志如雨后春笋般涌现，并建立了许多新的运筹学会等学术组织。

运筹学有着很多的应用领域和研究领域，时至今日仍在不断发展和扩充。这里只能简单叙述一下它的最主要的几个分支。

1. 数学规划

数学规划(Mathematical Programming)是研究计划管理工作中在给定条件下，按某一衡量指标来寻找最优方案，它可以表示为在满足约束条件下，求极大极小值问题。

数学规划中最简单的是线性规划。1939 年，苏联数学家康特罗维奇（L. V. Kantorovich）就提出了生产组织与计划中的线性规划模型，20 世纪 40 年代末丹西格（G. B. Dantzig）、查恩斯（A. Charnes）等人关于线性规划的工作，都是线性规划的最卓著的开创性工作。线性规划是研究在线性不等式或等式的限制条件下，使得某一个线性目标取得最大（或最小）的问题。由于线性规划模型比较简单，理论与计算方法比较成熟，因而线性规划在交通、工业、农业、军事、经济、管理等方面有很多成功应用的实例。

由于在实际问题中某些变量的取值只能为整数（例如，机器的台数，完成工作的人数等），因此，在线性规划的模型中有一部分或全部变量要求是整数，这就构成了（线性）整数规划问题(Integer Programming)。在整数规划的解法当中，最具有代表性的是割平面法和分支定界法。这两类方法的共同特点是把一个整数规划问题的求解，转化为多次线性规划的求解。

非线性规划（Nonlinear Programming）是线性规划的进一步发展与继续。在很多实际问题当中，变量与变量之间的关系大多是非线性关系。如果在数学规划模型当中，至少有一个非线性函数出现（不论是目标函数，还是约束函数），我们就称其为非线性规划问题。非线性规划的发展是与寇恩、塔凯尔（H.W.Kuhn、A.W.Tucker）于 1951 年发表的非线性规划基本定理分不开的，此后非线性规划的工作日益增多，出现了很多算法。随着运筹学应用领域的不断扩大和深入，这一分支的研究发展很快。

动态规划（Dynamic Programming）是与时间有关的规划问题。它是贝尔曼（R. Bellman）等人在 1951 年，根据一类多阶段决策问题的特性，提出了解决这类问题的著名的“最优化原理”，随后又应用这一原理解决了很多实际问题，从而创建了解决多阶段决策问题的一种新方法——动态规划。动态规划在工程技术、经济、管理、军事等有关部门都有着广泛的应用。

2. 对策论

对策论（Theory of Games）也是运筹学的一个重要分支。1928 年冯·诺依曼（J. Von Neumann）等人由于经济问题的启发，研究了一类具有某种特性的博弈问

题，这是对策论的最早期的工作。在我国古代的战国时期，“齐王与田忌赛马”就是一个非常典型的对策论的例子。对策论所研究的主要对象是带有斗争性质（或至少含有斗争成分）的现象。由于对策论研究的对象与政治、军事、工业、农业、交通运输等领域有密切关系，处理问题的方法又有着明显的特色，所以越来越受到人们的注意。

3．存储论

在人类的实践活动中，都会遇到存储问题，存储量过大或过小往往都会带来损失（例如，水库的蓄水量，商品的库存量，机器零件的备用量，血库的储血量等）。存储论（Inventory Control）是研究在各种不同情况下的库存问题，形成数学模型，选择合理的存储决策，以使相应问题中考虑的各项费用的总和为最小。随着社会经济的不断发展，需要存储的对象越来越多，因而研究存储问题对我们来说是十分有意义的。

4．排队论

排队论（Queuing Theory）有时也被称为随机服务系统，它同样是运筹学的一个重要分支。它是研究系统拥挤现象和排队现象的一门学科，其目的是研究排队系统的运行效率，估计服务质量，确定系统参数的最佳值，以决定系统结构是否合理、研究设计改进措施等。1915 年丹麦数学家埃尔朗（A. K. Erlang）在研究自动电话系统中通话线路与电话用户呼叫数量的关系问题时，建立了呼叫生灭模型，推导出了埃尔朗公式，它极为成功地解决了这一问题。这是排队论的开创性工作。排队论在城市管理、计算机研制、卫星通信、水库调度、生产管理等方面都得到了广泛应用。

5．图论

图论（Graph Theory）作为数学的一个分支，迄今已有 200 多年的历史。随着科学技术的发展及电子计算机的出现与广泛应用，从 20 世纪 50 年代，图论的理论得到进一步发展。图论在物理、化学、电学、计算机科学等方面得到应用。特别是许多运筹学问题可以化为纯图论问题，使用图论的理论和方法来求解便显得十分方便。因此，图论中的某些理论和方法也可看作是运筹学的一个重要分支。

第二节　运筹学在我国的发展

现代运筹学被引入中国是在 20 世纪 50 年代后期。中国第一个运筹学小组在钱学森、许国志先生的推动下于 1956 年在中国科学院力学研究所成立，而运筹

学思想可以追溯到很早以前。我国古代的能人志士曾采用运筹学思想指导实践，有些案例至今仍有借鉴作用。

1．丁谓修宫，一举而三役济

宋真宗大中祥符年间，大内失火，一夜之间，大片宫室楼台、殿阁亭榭变成了废墟。为了修复这些宫殿，宋真宗挑选了善于思考的晋国公丁谓负责。当时，要完成这项重大建筑工程，需要解决一系列相关难题：一是取土困难，因为要到郊区去取土，路途太远；二是与此相关的运输问题难于解决，这不光是运土问题，还要运输大量其他材料；三是大片废墟垃圾的处理问题。丁谓运筹规划，制订了高明的施工方案。首先下令“凿通衢取土”，从施工现场向外挖了若干条大深沟，挖出的土作为施工用土。这样一来，取土问题就舍远求近地就地解决了。第二步，再把宫外的汴水引入新挖的大沟中，“引诸道竹排筏及船运杂材，尽自堑中入至宫门”。这样，又解决了大批木材、石料的运输问题。待建筑运输任务完成之后，再排除堑水，把工地所有垃圾倒入沟内，重新填为平地。简单归纳起来，就是这样一个过程：挖沟（取土）—引水入沟（运输）—填沟（处理垃圾）。此方案不仅取得了“一举而三役济”的效果，而且“省费以亿万计”，还大大缩短了工期。丁谓所设计的方案，其思想与如今运筹学中的统筹方法是一致的。

2．田忌赛马

战国初期，齐国的国王要求田忌和他赛马，规定各人从自己的上马（即头等马）、中马、下马中各选一匹马来比赛，并且说好每输一匹马就得支付一千两银子给获胜者，当时齐王的马比田忌的马强，好像田忌要输三千两银子了，但田忌的谋士们给田忌出主意：上马虽不及齐王的上马，但却强于齐王的中马，因此用上马与齐王的中马比赛，同理用中马与齐王的下马比赛，而用下马与齐王的上马比赛。比赛结束，田忌反赢得一千两银子，田忌所用的策略就是如今运筹学中对策论的策略。

3．侯叔献治水

宋神宗熙宁年间，睢阳（今河南商丘）界中掘汴堤放水淤田，不料汴水暴涨，堤防崩溃，一时大水汹涌，人力无法堵塞。就在这万分紧急的时刻，恰好位居都水丞的侯叔献来到现场。他知道上游数十里处有一座无人的古城，便立即下令在上游掘堤，把水引入古城。这样一来，下游水势大减，使险情得以缓解，从而赢得时间修复河堤。到第二天，上游的古城水满，汴水涌向下游时，河堤已经修好，这一最佳方案挽救了千万人的生命财产。

从上述案例中，我们可以看到运筹学思想在我国具有良好的基础。

运筹学概念虽然起源于欧美，但在学科研究方面，我国并不落后。20 世纪

50年代末，著名数学家华罗庚等老一代科学家就曾为运筹学的发展和应用做出了突出贡献，60年代，他们亲自指导青年科技工作者在全国推广运筹学方法，华罗庚的“优选法”和“统筹方法”被各部门采用，取得了很好的效果，受到中央领导的好评。杨纪珂教授亲自带领学生深入厂矿企业，推广应用“质量控制”技术，也取得了很好的效果，受到各界的好评。他们还为管理人员编写了通俗易懂的普及性读物，让更多的人学习和运用运筹学方法。改革开放以来，运筹学的应用更为普遍，特别是在流通领域应用更为广泛。例如，运用线性规划进行全国范围的粮食、钢材的合理调运等；许多企业的作业调配、工序安排、场地选择等，也使用了运筹学方法，取得了显著的效果。

第三节　运筹学在物流中的应用

随着现代物流的发展，物流方案的选择和优化在如何更好地利用物流资源和满足用户自身的需求方面起着日益重要的作用。物流管理的核心问题是物流合理化问题。物流合理化是根据物流活动的客观规律，组织各物流部门采取有效措施，以最低的物流成本，达到最佳的物流效益和客户满意的服务水平。物流合理化涵盖了物流方案选择、物流节点选址、系统布置设计、配送车辆调度、人员工作安排、设备使用安排、最优路径选择、网络最大流、“补充—存储—消耗”系统合理化动态批量等一系列相关问题。这些问题通常要通过运筹学的方法解决。

运筹学的特点是利用数学、管理科学、计算机科学等研究事物的数量化规律，使有限的自然资源和社会资源得到更充分合理的利用。它以数学为工具，从系统的观点出发研究全局性的规划，寻找各种物流问题的最优方案和最适宜的可行解。它在现代物流中的应用越来越广泛，对辅助物流活动决策、物流合理化建设也发挥了重要作用，并取得了良好的经济效益。运筹学在现代物流中的应用主要涉及以下问题。

1．库存问题

运筹学主要应用于解决多种物资库存量的管理，确定某些设备的能力或容量，如某仓库库存能力的大小，某港口的转运能力，车载量的大小等。为解决实际中的库存问题，运筹学还专门发展了存储论这一分支学科。合理应用存储论，不仅可以节省实际运行费用，还能减少相应其他活动、资源的开销，比如减少管理人员，提高转运设备的使用率，减少运输、装卸设备等。

2．运输问题

这一问题历来也是运筹学研究的重中之重，它包括了空运、水运、公路运

输、铁路运输、管道运输、内部物流、第三方物流等。水运有船舶航运计划、港口装卸设备的配置和船到码头后的作业安排。公路运输除了汽车调度计划外，还有公路网的设计分析、最优路径的选择、驾驶人的调度安排、行车时刻表的安排、运输费用的合理定价、车场的设立等一系列问题。铁路方面的应用则更多、更复杂。

3．配送问题

随着现代物流的发展，配送逐步成为物流中的一个重要组成部分，同时由于配送并不单单是一个相对独立的物流功能，它从一产生起就表现出了相当强的综合性。从某种意义看，一个大型的物流配送中心几乎就是一个微缩的全过程物流，因此配送过程中涉及的运筹学问题也更多更复杂，比如货物分拣搭配、货配车、车配货、人员调度安排、库存空间分配等。

4．物流设施和设备的使用分配问题

这一问题的解决将大大降低物流成本，合理利用资源，提高物流企业和客户企业的效率和效益，提高资源利用率。

5．物流中心规划选址问题

在现代物流中，要求优化物流中心以及其他物流节点的布局安排，增强物流中心布局的合理性，以最少的物流节点辐射尽可能大的物流活动区域，增大物流园区建设实施的可行性。

2 第二章 线性规划及运输优化

教学目标

通过本章内容的学习，了解线性规划在网络配送、选址、设备合理利用、资源分配等问题中的应用，以及物流作业中如何科学组织货源以满足不同地方的需求；熟练掌握上述问题的数学模型的构建，并能用 Excel 求解。

本章内容要点

本章内容主要包括线性规划数学模型及单纯形法、两阶段法、Excel 求解法、平衡的运输问题和不平衡的运输问题。

线性规划是运筹学中理论比较完善、方法比较成熟，并具有广泛应用的一个分支。早在 20 世纪 30 年代，苏联数学家康特罗维奇首先提出了线性规划的模型，1947 年美国数学家丹西格提出单纯形法，随着计算机技术的发展，使得有成千上万个约束条件和决策变量的线性规划问题能快速求解。线性规划主要研究两类问题：一是在资源有限的条件下，如何合理安排，才能以最少的人力、资源去完成任务；二是在任务确定后，如何计划、安排才能使资源消耗最少。

第一节 线性规划问题的一般形式

线性规划是运筹学的重要分支之一，在实际中应用的比较广泛，其方法也较成熟，借助计算机能使计算更方便，应用领域更广泛和深入。

线性规划通常解决下列两类问题。

（1）当任务或目标确定后，如何统筹兼顾，合理安排，用最少的资源（如资金、设备、原材料、人工、时间等）去完成确定的任务或目标；

（2）在一定的资源条件限制下，如何组织安排生产以获得最好的经济效益（如产品量最多、利润最大）。

【例 2-1】 某流通加工中心计划加工甲、乙、丙三种产品。这些产品分别要

在A，B，C，D四种不同的设备上加工。按工艺资料规定，单件产品在不同设备上加工所需要的台时见表2-1，已知各设备在计划期内的能力分别为20h，15h，16h，12h；分别生产一件甲、乙、丙三种产品，企业可获得的利润分别为4元、3元、5元。流通加工中心应如何安排生产计划，使计划期内总的利润收入最大？

表2-1　产品加工台时表

设备 \ 台时/h \ 加工产品	甲	乙	丙	设备能力/h
A	3	1	2	20
B	2	2	4	15
C	4	0	1	16
D	0	3	5	12
利润/元	4	3	5	

解：为了用数学表达式表达这一问题，假设在计划期内生产的这三种产品的产量分别为待定未知数 x_1，x_2，x_3

加工设备A总加工量为：$3x_1+x_2+2x_3$，但计划期内总加工能力为20，因此应有

$$3x_1+x_2+2x_3\leqslant 20$$

类似地，我们可以得到

$$\text{B：}\ 2x_1+2x_2+4x_3\leqslant 15$$

$$\text{C：}\ 4x_1+x_3\leqslant 16$$

$$\text{D：}\ 3x_2+5x_3\leqslant 12$$

同时，各产品的数量不应该是负数，因此还有

$$x_1\geqslant 0,\ x_2\geqslant 0,\ x_3\geqslant 0$$

所获得的总利润是

$$f=4x_1+3x_2+5x_3$$

我们求 f 的最大值。

综合起来，可以把这个问题的数学形式写成：

$$\max f=4x_1+3x_2+5x_3$$

$$\begin{cases}3x_1+x_2+2x_3\leqslant 20 & (2-1)\\ 2x_1+2x_2+4x_3\leqslant 15 & (2-2)\\ 4x_1+x_3\leqslant 16 & (2-3)\\ 3x_2+5x_3\leqslant 12 & (2-4)\\ x_1\geqslant 0,\ x_2\geqslant 0,\ x_3\geqslant 0 & (2-5)\end{cases}$$

式中，记号 $\max f$ 表示求函数 f 的最大值；函数 $f=4x_1+3x_2+5x_3$ 称为目标函数；式（2-1）～式（2-5）称为约束条件。满足约束条件的一组 x_1，x_2，x_3 的值称为

此问题的可行解，使目标函数 f 最大的可行解称为最优解。从计划安排的角度看，可行解是一个生产安排的方案，最优解就是一个最好的安排方案，上述问题就是一个线性规划问题。

一般地，如果我们要求出一组变量的值，使之满足一组约束条件，这组约束条件只含有线性不等式或线性方程；同时，这组变量的值使某个线性的目标函数取得最优值（最大值或最小值），这样的数学问题就是线性规划问题。

工农业生产、交通运输等领域的许多问题可以归结为求一个线性规划的解的问题。

线性规划的数学模型由决策变量、目标函数及约束条件构成，称为三个要素。其特征是：

（1）解决问题的目标函数是多个决策变量的线性函数，通常是求最大值或最小值；

（2）解决问题的约束条件是一组多个决策变量的线性不等式或等式。

具有 n 个变量的线性规划问题可以写成下述形式：

$$\max(\min)\ f = c_1x_1 + c_2x_2 + \cdots + c_nx_n$$

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \cdots + a_{1n}x_n \leqslant (\text{或} =, \geqslant)\ b_1 & (2-6) \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \cdots + a_{2n}x_n \leqslant (\text{或} =, \geqslant)\ b_2 & (2-7) \\ \qquad\vdots & \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \cdots + a_{mn}x_n \leqslant (\text{或} =, \geqslant)\ b_m & (2-8) \\ x_j \geqslant 0, j = 1, 2, \cdots, n & (2-9) \end{cases}$$

为了书写方便，上式也可写成：

$$\max(\min)\ f = \sum_{j=1}^{n} c_j x_j$$

$$\begin{cases} \sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_j \leqslant (\text{或} =, \geqslant)\ b_i & \quad i = 1, 2, \cdots, m \\ x_j \geqslant 0,\ j = 1, 2, \cdots, n & \end{cases}$$

在实际中一般 $x_j \geqslant 0$，但有时 $x_j \leqslant 0$ 或 x_j 无符号限制。

满足约束条件式（2-6）～式（2-9）的一组 x_1，x_2，…，x_n 的值称为此问题的可行解，使目标函数 f 最大或最小的可行解称为最优解。

第二节　线性规划问题的求解

一、线性规划问题的标准型

在用单纯形法求解线性规划问题时，为了讨论问题方便，需将线性规划模型

化为统一的标准形式。

线性规划问题的标准型为：

（1）目标函数求最小值（有时求最大值）；

（2）约束条件都为等式方程；

（3）变量为非负；

（4）常数 b_i 都大于或等于零。

$$\min f = \sum_{j=1}^{n} c_j x_j$$

$$\begin{cases} \sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_j = b_i & i=1,\ 2,\ \cdots,\ m \quad (2\text{-}10) \\ x_j \geqslant 0,\ j=1,\ 2,\ \cdots,\ n & \quad (2\text{-}11) \end{cases}$$

式中，$b_i \geqslant 0$；$i=1$，2，…，m。

【例 2-2】将下列线性规划化为标准型：

$$\max z = -x_1 + x_2 - 3x_3$$

$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 + x_3 \leqslant 8 \\ x_1 + x_2 + x_3 \geqslant -3 \\ -3x_1 + x_2 + 2x_3 \leqslant 5 \\ x_1 \geqslant 0,\ x_2 \geqslant 0,\ x_3 \ \text{无符号要求} \end{cases}$$

解：（1）因为 x_3 无符号要求，即 x_3 可取正值也可取负值，标准型中要求变量非负，所以令 $x_3 = x_3' - x_3''$，其中 x_3'，$x_3'' \geqslant 0$。

（2）第一个约束条件是"≤"号，在"≤"左端加入松弛变量 x_4，$x_4 \geqslant 0$，化为等式。

（3）第二个约束条件是"≥"号，且常数项为负数，在"≥"号左端减去剩余变量（也称松弛变量）x_5，$x_5 \geqslant 0$，同时两边乘以-1。

（4）第三个约束条件是"≤"号，因此在"≤"号左边加入松弛变量 x_6，$x_6 \geqslant 0$。

（5）目标函数是求最大值，为了化为求最小值，令 $f=-z$，得到 $\min f=-z$，即当 z 达到最大值时 f 达到最小值，反之亦然。

综合起来得到下列标准型：

$$\min f = x_1 - x_2 + 3x_3' - 3x_3''$$

$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 + x_3' - x_3'' + x_4 = 8 \\ -x_1 - x_2 - x_3' + x_3'' + x_5 = 3 \\ -3x_1 + x_2 + 2(x_3' - x_3'') + x_6 = 5 \\ x_1,\ x_2,\ x_3',\ x_3'',\ x_4,\ x_5,\ x_6 \geqslant 0 \end{cases}$$

可以看出，变量 x_4，x_5，x_6 分别只出现在一个方程中，且系数为 1，我们将这些变量称为基变量，x_1，x_2，x_3'，x_3'' 为非基变量，具有上述特点的线性规划标准型称为典则形式。

二、单纯形法

单纯形法的基本思路是有选择地取基本可行解，并从可行域的一个极点出发，沿着可行域的边界到另一个相邻的极点，要求新极点的函数值不比原目标函数值差。

对于线性规划的一个基，当非基变量确定后，基变量与目标函数值也随之确定。因此，一个基本可行解向另一个基本可行解的移动，以及移动时基变量与目标函数值的变化，可以分别以基变量和目标函数用非基变量的表达式来表示。同时，当可行解从可行域的一个极点沿着可行域的边界移动到相邻的极点的过程中，所有非基变量中只有一个变量的值从开始增加，而其他非基变量的值都保持不变。

根据上述讨论，单纯形法的基本过程如图 2-1 所示。

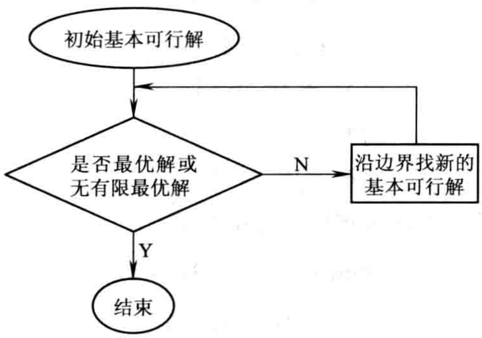

图 2-1　单纯形法的流程图

单纯形法的基本步骤可描述如下：

（1）寻找一个初始的可行基和相应基本可行解（极点），确定基变量、非基变量，并分别将目标函数和基变量用非基变量表示，确定基变量、非基变量和目标函数的值。对于典则形式，非基变量全部等于 0，基变量等于常数项，目标函数等于常数项。

（2）在用非基变量表示的目标函数表达式中称非基变量的系数的负值为检验数，记为λ_j。若$\lambda_j > 0$，那么相应的非基变量 x_j 的值从当前值 0 开始增加时，目标函数值随之减小，这个选定的 x_j 称为进基变量，转到（3）。如果任何一个非基变量的值增加，都不能使目标函数值减小，即所有的检验数为非正，则当前的基本