



中等职业技术学校教材

数 学

第二册

湖南省中等职业技术学校教材编审委员会

湖南教育出版社



中等职业技术学校教材

数 学

第二册

江苏工业学院图书馆

主 编：彭仲武

主 审：李求来

副主编：曹幼文

藏 书 章

湖南教育出版社

中等职业技术学校教材
数 学
第二册

湖南省中等职业技术学校教材编审委员会编

责任编辑:陈一心

湖南教育出版社出版发行

长沙市银都教育印刷厂印刷

787×1092 毫米 32 开 印张:7.75 字数:170 000

1992 年 1 月第 1 版 1994 年 11 月第 4 次印刷

ISBN7-5355-1392-1/G·1387

定价:3.50 元

本书若有印刷、装订错误,可向承印厂调换

前 言

为了搞好中等职业技术教育系列教材的建设，我们在组织编写职业中专和职业高中专业课教材的同时，从1989年开始，组织部分高等学校、科研单位和普通中专、职业中专、职业高中有关专家、教授、教师，编写了这套文化课教材，主要供电视中专学校学生使用。其中语文、数学为各专业通用，物理、化学为工、农、医等相关专业使用。

根据国家教委有关文件精神，对本套教材的编写，我们力求按照中等职业技术学校的培养目标和我省社会经济发展的客观需要，力求体现中等职业技术学校的教学特点，确定了完成打基础和服务专业课教学双重任务的编写方针。与普通高中现行教材相比，在知识体系上，教材的内容不是简单增加或压缩，教材的深浅程度不是简单降低或提高，而是按照“高高低低”的原则，既基本保持教材的知识系统性，又根据专业教学需要，注重了教材的专业适应性。对专业教学必需而普通高中教材没有的内容作了补充和扩展，在这些方面，一般高于普通高中要求；对于与专业教学不相关的内容作了适当删减和压缩，在这些方面，一般低于普通高中要求。为了满足少数专业教学的需要，教材还安排了部分选修内容。

我省编写这套文化课教材还缺乏经验，不足之处在所难免。望有关专家和广大师生在使用中提出修改意见，使之更加完善。

湖南省中等职业技术教育教材编审委员会

1991年2月

目 录

第一章 直线和平面	(1)
第一节 平面	(1)
一 平面的概念	(1)
二 水平放置的平面图形的直观图的画法	(3)
三 平面的基本性质	(6)
第二节 空间两条直线	(11)
一 两条直线的位置关系	(11)
二 平行直线	(13)
三 两条异面直线所成的角和它们的距离	(16)
第三节 空间直线和平面	(21)
一 直线和平面的位置关系	(21)
二 直线和平面平行	(22)
三 直线和平面垂直	(25)
四 直线和平面所成的角	(31)
五 三垂线定理及其逆定理	(33)
第四节 空间两个平面	(38)
一 两个平面的位置关系	(38)
二 平面和平面平行	(39)
三 二面角及其平面角	(44)
四 平面和平面垂直	(47)

第二章 多面体和旋转体	(58)
第一节 多面体	(58)
一 多面体的概念.....	(58)
二 棱柱.....	(60)
三 棱锥.....	(65)
四 棱台.....	(70)
五 棱柱、棱锥和棱台的侧面积和体积的计算.....	(74)
第二节 旋转体	(82)
一 旋转体的概念.....	(82)
二 圆柱、圆锥、圆台.....	(83)
三 球.....	(92)
第三章 直线	(106)
第一节 有向线段、线段的定比分点	(106)
一 有向线段.....	(106)
二 平面上两点间的距离.....	(108)
三 线段的定比分点.....	(111)
第二节 直线方程	(117)
一 直线方程的概念.....	(117)
二 直线的倾斜角与斜率.....	(118)
三 直线方程的几种形式.....	(121)
四 直线方程的一般形式.....	(126)
五 直线型经验公式.....	(129)
第三节 两条直线的位置关系	(133)
一 两条直线的平行与垂直.....	(133)
二 两条直线的夹角、交点.....	(138)
三 点到直线的距离.....	(142)
第四章 圆锥曲线	(151)

第一节 曲线与方程	(151)
一 曲线与方程	(151)
二 曲线方程的求法	(152)
三 曲线的交点	(155)
第二节 圆	(157)
一 圆的定义及其标准方程	(157)
二 圆的一般方程	(159)
第三节 椭圆	(162)
一 椭圆的定义及其标准方程	(162)
二 椭圆的几何性质及其画法	(166)
第四节 双曲线	(171)
一 双曲线的定义及其标准方程	(171)
二 双曲线的几何性质及其画法	(173)
第五节 抛物线	(179)
一 抛物线的定义及其标准方程	(179)
二 抛物线的几何性质及其画法	(182)
第六节 圆锥曲线	(189)
一 坐标轴的平移	(189)
二 利用坐标轴的平移化简二元二次方程	(191)
三 圆锥曲线	(194)
第五章 参数方程、极坐标	(205)
第一节 参数方程	(205)
一 曲线的参数方程	(205)
二 常见的参数方程	(207)
三 化参数方程为普通方程	(210)
四 圆的渐开线	(213)
五 参数方程应用举例	(215)

第二节 极坐标.....	(219)
一 极坐标系.....	(219)
二 曲线的极坐标方程.....	(222)
三 极坐标与直角坐标的互化.....	(227)
四 等速螺线.....	(230)

第一章 直线和平面

第一节 平 面

一、平面的概念

常见的桌面、黑板面、窗玻璃面、平静的水面等，都给我们以平面的形象。几何里所说的平面就是从这些物体的特性中抽象出来的。但是，几何里的平面是无限延伸的。

当我们站在适当的位置观察课桌面或黑板面时，感到它们都象平行四边形。因此，通常画平行四边形来表示平面。画一个水平放置的平面时，一般把平行四边形的锐角画成 45° 角，横边长度等于另一边长度的两倍（图1—1）。画一个直立的平面时，可以把平面画成矩形或平行四边形，注意将其中一组对边

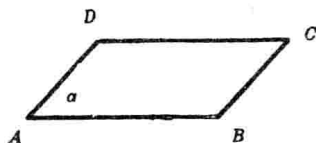


图1—1

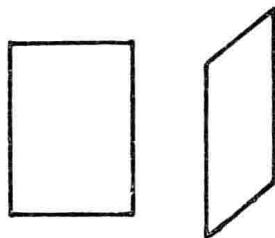


图1—2

画成铅垂位置（图1—2）。当一个平面的一部分被另一个平面遮住时，被遮部分的线段应画成虚线或不画（图1—3）。

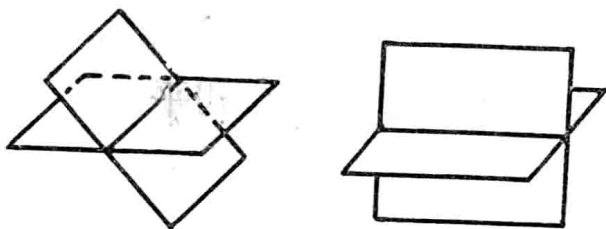
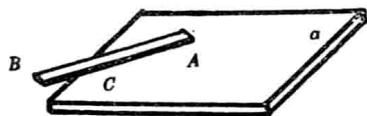


图1—3

平面通常用一个希腊字母 α 、 β 、 γ 、 δ 、……来表示，如平面 α 、平面 β 等，也可以用表示平面的平行四边形的两个相对顶点的字母来表示，如平面 AC （图1—1）。

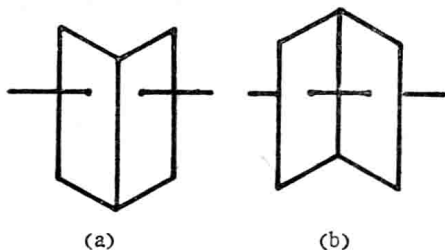
练 习 一

1. 如图所示，直尺 AB 的一部分在桌面上，一部分在桌面外，能不能说直尺的 BC 部分在桌面所在的平面之外？为什么？

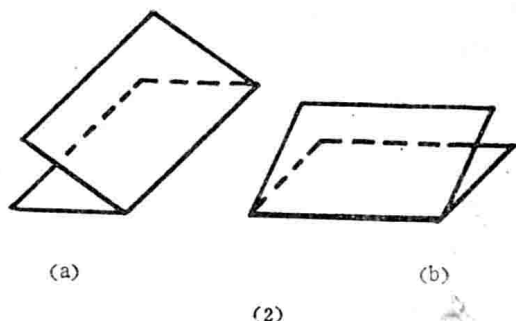


第1题图

2. 观察(1)、(2)中(a)、(b)两个图形，用模型来说明它们的位置有什么不同。并用字母表示各平面。

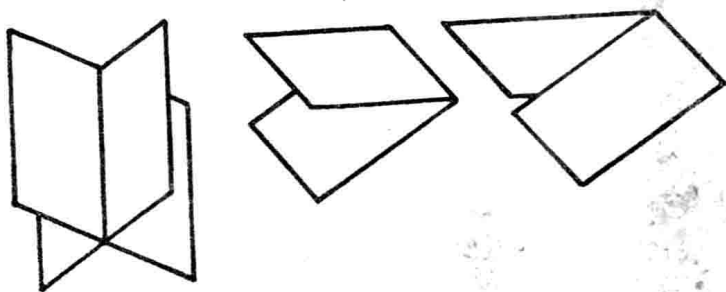


(1)



第2题图

3.如图，一个平面的一部分被另一个平面遮住。试将被遮部分的线段画成虚线，并用字母表示各个平面。



第3题图

二、水平放置的平面图形的直观图的画法

空间图形往往要画在纸上或黑板上，也就是要用一个平面图形来表示空间图形。按照某种规则画成的表示空间图形的平面图形，叫做这个空间图形的**直观图**。如图1—4是正方体的一种直观图，正方体的各个面本

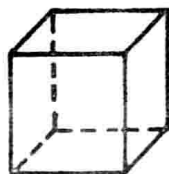


图1—4

来都是正方形，但是在直观图中，有一些面却画成了平行四边形。这样，便使得它具有较强的立体感。

要画空间图形的直观图，首先要掌握水平放置的平面图形的直观图的画法。下面举例说明一种常用的画法。

【例题1】画水平放置的三角形 ABC （图1—5(1)）的直观图。

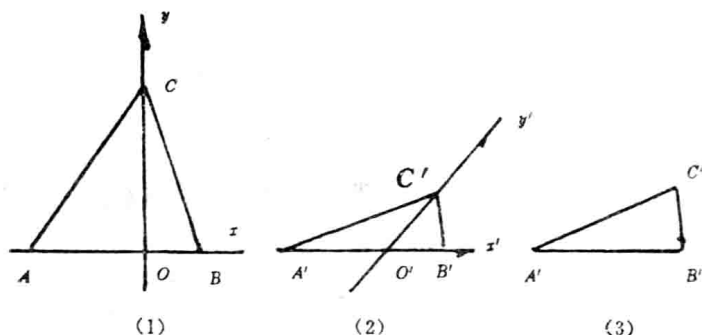


图1—5

画法 (1) 取 AB 边所在的直线为 x 轴， AB 边上的高 CO 所在的直线为 y 轴(图1—5(1))。画对应的 x' 轴、 y' 轴，使 $\angle x'O'y' = 45^\circ$ (或 135°)(图1—5(2))。

(2) 在 x' 轴上取 $A'O' = AO$ ， $O'B' = OB$ 。在 y' 轴上取 $O'C' = \frac{1}{2}OC$ 。

(3) 分别连结 $A'C'$ 和 $B'C'$ 。擦去辅助线，得到图1—5(3)所示的 $\triangle A'B'C'$ ，它就是三角形 ABC 的直观图。

上面画直观图的方法叫做画斜二测图的方法。这种画法的规则是：

(1) 在已知图形中取互相垂直的 x 轴和 y 轴。画对应的 x' 轴和 y' 轴，使 $\angle x'O'y' = 45^\circ$ (或 135°)。

(2) 已知图形中凡是平行于 x 轴的线段,在直观图中画成与 x' 轴平行,并保持原长度不变。

(3) 已知图形中凡是平行于 y 轴的线段,在直观图中画成与 y' 轴平行,其长度为原来的一半。

依据这一规则,确定所给图形的某些顶点在直观图的位置时,常常要作辅助线。图画好后,注意要擦去这些辅助线。

【例题2】画水平放置的正六边形 $ABCDEF$ (图1—6(1))的直观图。

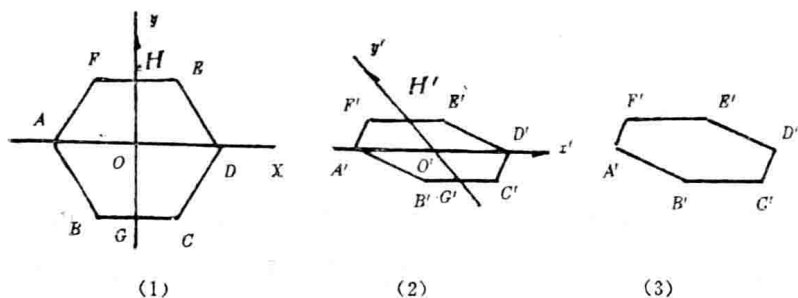


图1—6

画法 (1) 取正六边形的对角线 AD 所在的直线为 x 轴、对称轴 GH 所在的直线为 y 轴(图1—6(1))。画对应的 x' 轴和 y' 轴,使 $\angle x'O'y' = 135^\circ$ (图1—6(2))。

(2) 在 x' 轴上取 $A'O' = AO, O'D' = OD$;在 y 轴上取 $O'G' = \frac{1}{2}OG, O'H' = \frac{1}{2}OH$ 。

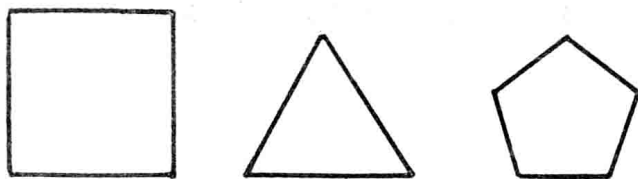
(3) 分别以 G', H' 为中点,作 $B'C'$ 和 $F'E'$ 平行于 x' 轴,并使 $B'C' = BC, F'E' = FE$ 。

(4) 分别连结 $A'B', C'D', D'E', F'A'$ 。擦去辅助线 $A'D'$ 和 $G'H'$,得到图1—6(3)所示的六边形 $A'B'C'D'E'F'$ 就

是正六边形 $ABCDEF$ 的直观图。

练习二

分别画出水平放置的正方形、正三角形、正五边形的直观图。



练习二图

三、平面的基本性质

人们在日常生活和生产实践中，经过长期观察，总结出关于平面的三个基本性质。我们把它们规定为公理，作为进一步推理的基础。

公理1 如果一条直线上的两点在一个平面内，那么这条直线上所有的点都在这个平面内。

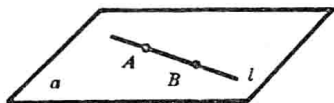


图1—7

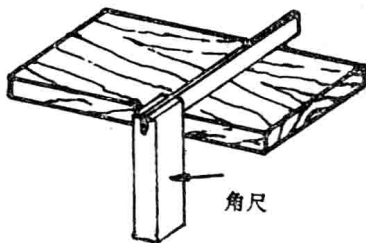


图1—8

如图1—7，直线 l 上有两点 A 和 B 在平面 a 内，那么直线 l 上所有的点都在平面 a 内。这时我们说，直线 l 在平面 a 内，或者说

平面 α 经过直线 l 。

木工用角尺的一条直角边放在刨过的木板表面任意移动，看角尺的这条直边是否处处和木板面密合，由此来检查木板是否刨平(图1—8)。工人铺水泥地面时用一根直尺来刮平等等，都是公理1的实际应用。

公理2 如果两个不同的平面有一个公共点，那么它们有且只有一条通过这个点的公共直线。

如图1—9，平面 α 和平面 β 有一个公共点 P ，那么它们有且只有一条通过点 P 的公共直线 a 。这时我们说平面 α 和 β 相交，交线是 a 。画相交平面时，一定要画出它们的交线。

教室内的天花板和一面墙壁在墙角有一个公共点，它们就交于过这个点的一条直线。

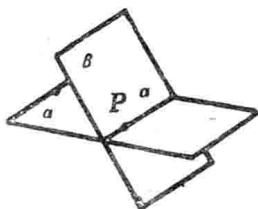


图1—9

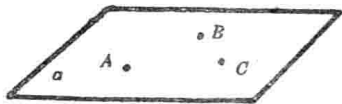


图1—10

公理3 经过不在同一条直线上的三点，有且只有一个平面。

如图1—10， A 、 B 、 C 三点不在同一直线上，那么过 A 、 B 、 C 三点有且只有一个平面 α 。这个平面又可记作“平面 ABC ”。

这里“有且只有一个平面”，也就是“确定一个平面”。因此，公理3也可以简单地说成“不在同一直线上的三点确定一个平面”。

一扇门用两个合页和一把锁就可以固定，支承架常常采用

三个脚等，都是这个公理的实际例子。

根据公理1和公理3，还可以得出以下三个结论。

推论1 经过一条直线和这条直线外的一点，可以确定一个平面（图1—11(1)）。

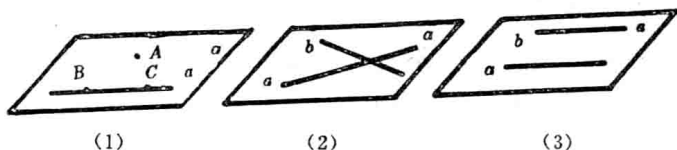


图1—11

A 是直线 a 外的一点，在 a 上任取两点 B 、 C 。根据公理3，经过不共线的三点 A 、 B 、 C 确定一个平面 α 。因为直线 a 上有两点 B 、 C 在平面 α 内，根据公理1，直线 a 在平面 α 内，即平面 α 是经过直线 a 和点 A 的平面。

因为点 B 、 C 在直线 a 上，所以经过直线 a 和点 A 的平面一定经过点 A 、 B 、 C 。根据公理3，经过不共线的三点 A 、 B 、 C 的平面只有一个，所以经过直线 a 和点 A 的平面只有一个。

推论2 经过两条相交直线，可以确定一个平面（图1—11(2)）。

推论3 经过两条平行直线，可以确定一个平面（图1—11(3)）。

空间的直线和平面是点的集合，因此，空间的点、直线和平面相互之间的关系，可以借用集合中的某些符号来表示，只是个别记法有所不同。

点 A 在直线 a 上，记作 $A \in a$ ；

点 A 在直线 a 外，记作 $A \notin a$ ；

点 A 在平面 α 内，记作 $A \in \alpha$ ；

点 A 在平面 α 外，记作 $A \notin \alpha$ ；

直线 a 在平面 α 内, 记作 $a \subset \alpha$ 或 $a \supset \alpha$;

平面 α 和平面 β 相交, 交线为 a , 记作 $\alpha \cap \beta = a$.

【例题3】 证明两两相交且不过同一点的三条直线共面(即在同一平面内).

已知 直线 AB 、 BC 、 CA 两两相交, 交点分别为 A 、 B 、 C (图1—12).

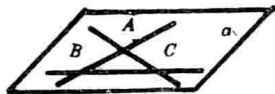


图1—12

求证 直线 AB 、 BC 、 CA 共面.

证明 $\because$ 直线 AB 和 AC 相交于点 A ,

$\therefore$ 直线 AB 和 AC 确定一个平面 α (推论2).

$\because B \in AB, C \in AC$,

$\therefore B \in \alpha, C \in \alpha$.

$\therefore BC \subset \alpha$ (公理1).

因此, 直线 AB 、 BC 、 CA 都在平面 α 内, 即它们共面.

练 习 三

1. 在一块平板下面放交叉的两条绳子, 或者平行的两条绳子, 就可以将平板水平地提起来. 为什么?

2. 下列说法是否正确? 为什么?

(1) 空间任意三点可以确定一个平面.

(2) 一条直线上的两个点在一个平面内, 那么这条直线上的第三个点也一定在这个平面内.

(3) 三角形一定是平面图形.

3. 用集合中的符号表示下列语句:

(1) 点 A 在平面 α 内, 但在平面 β 外;

(2) 直线 a 经过平面 α 外的一点 M ;

(3) 直线 a 在平面 α 内, 又在平面 β 内, 平面 α 和 β 相交于直线 a .