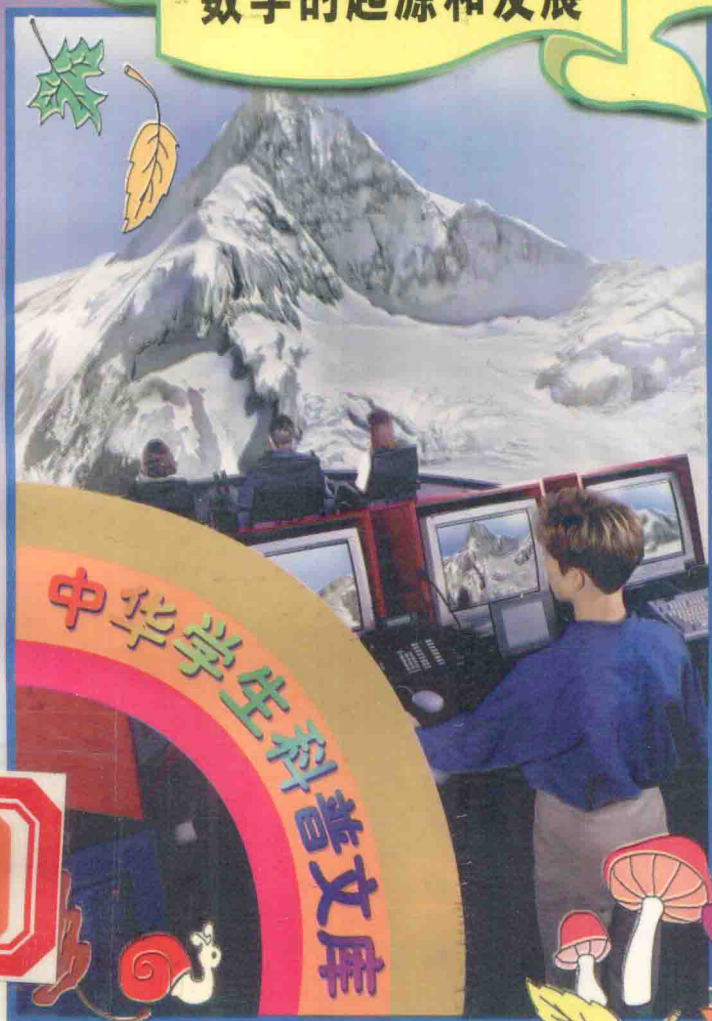


数学的起源和发展



新世界出版社

张雄(1977)月龄照容片

中国书刊出版业、印刷业、发行业统计公报

中华学生科普文库

(1)

数学符号起源与演变

藏书章

主编 刘林

编著 郑远新

新世界出版社

图书在版编目(CIP)数据

数学的起源和发展/刘以林主编. - 北京:新世界出版社, 1998.4

(中华学生科普文库; 1/刘以林主编)

ISBN 7-80005-417-9

I. 数… II. 刘… III. 数学-普及读物 IV. 01-09

中国版本图书馆 CIP 数据核字(98)第 09205 号

中华学生科普文库

(1) 数学的起源和发展

主编:刘以林

责任编辑:杨 彬 廖旭和 邵 东

封面设计:北京蓝格艺术公司

出版发行:新世界出版社

社址:中国北京百万庄路 24 号 **邮码:**100037

经销:新华书店北京发行所

印刷:保定大丰彩印厂

开本:32 **印张:**425 **印数:**6000

版次:1998 年 4 月北京第 1 版第 1 次印刷

ISBN 7-80005-417-9/G.126

定价:500.00 元(全 100 册)

《中华学生科普文库》编委会

- 主编** 刘以林 北京组稿中心总编辑
- 编委** 张 平 中国人民解放军总医院医学博士
- 袁曙宏 北京大学法学博士
- 冯晓林 北京师范大学教育史学博士
- 毕 诚 中央教育科学研究所生物化学博士
- 陶东风 北京师范大学文学博士
- 胡世凯 哈佛大学法学院博士后
- 杨 易 北京大学数学博士
- 祁述裕 北京大学文学博士
- 张同道 北京师范大学艺术美学博士
- 周泽汪 中国人民大学经济学博士
- 章启群 北京大学哲学博士

总 序

世界从蒙昧到明丽，科学关照的光辉几乎没终止过任何瞬间，一切模糊而不可能的场景，都极可能在科学的轻轻一点之下变得顺从、有序、飘逸而稳定。风送来精确和愉悦的气息，一个与智慧和灵感际遇的成果很可能转眼之间就以质感的方式来到人间。它在现实中矗立着，标明今天对于昨天的胜利；或者它宣布，一个科学的伟人已徐徐到来或骤然显现了。

在人类的黎明，或我们的知识所能知道的过去那些日子，我们确实可以看到科学在广博而漫长的区域经历了艰难与失败，但更以改变一切的举足轻重的力量推动了历史，卓然无匹地建立了一座座一望无际的光辉丰碑。信心、激情、热望与无限的快乐是这些丰碑中任何一座丰碑所暗示给我们的生活指向，使我们笃信勤奋、刻苦、热爱生活、深思高举是我们每个人所应该做的；与此同时，我们更加看到了科学本身深深的魅力，人文的或自然的，科学家的或某个具体事物的，如一

面垂天可鉴的镜子，我们因为要前进和向上，就无可回避地要站在它的面前梳理自己的理性和情感，并在它映照的深邃蕴含里汲取智慧与力量，从而使我们的创造性更加有所依凭，更加因为积累的丰厚而显得强劲可靠。伟大的、人所共知的科学家牛顿曾经说过一句人所共知的话，他的一切成就都是因为“站在巨人的肩膀上”的缘故，这是一个伟大心灵的谦逊，但更是一道人生智慧的风景，是牛顿在告诉我们，科学领域所既有的东西，我们应该知道的那一切，那就是“巨人的肩膀”，我们要“知道应该站上去”。为此，我们编委会和全体作者几十人，就自己的视野所能达到的、本世纪前有关科学的所有的一切，竭尽全能编撰了这套《中华学生科普文库》，期望学生的阅读世界能因此更多地渗入科学智慧的内容，也期望老师们能够关注这些科学本身所具有的普遍而非常的事物。

科学的魅力来源于它对人类发展根本上的推动，它的光荣是永远的。

刘以林

1998年3月，北京永定路121室

目 录

天地初分识、记数.....	(1)
泥版、纸草与竹筒测日径	(13)
辉煌的毕达哥拉斯学派	(26)
《几何原本》与《九章算术》	(39)
灿烂的亚历山大时代	(53)
徽率、祖率及“天元”、“四元”	(66)
方程求解引起的“决斗”	(80)
代数、几何大进军	(94)
微积分的诞生.....	(103)
硕果累累的现代数学基础理论.....	(115)



天地初分识、记数

话说原始的人类诞生之后，我们的这些祖先们捕鱼、打猎、采野果，渐渐地需要知道物件的多少。正如娃娃从呀呀学语开始，首先就分清了“一”和“许多”，人类在最原始的时代首先分清的也是“一”和“许多”。

随着社会逐步进化，人们当然需要更多的数以及对数的认识。一个部落必须知道它有多少成员、有多少敌人；一个人也感到需要知道他羊群里的羊有没有少。

或许最早的计数方法是用手来进行的，比如数羊时，每数一只羊就扳一个手指头，当然也可能用的是小石子来进行数数。英语中 *calculus* (计算) 一词，原来的含义就是小石块；北美印地安人直到前不久还有用小石块计数的。

切不可小瞧这么一种方法！这样一种方法实

科学是人类进步的阶梯



科学是人类进步的阶梯



际上不就是我们常说的“一一对应”嘛！把羊群里的羊一只一只地和一块一块石头逐一对应起来，或者逐一扳下手指头，这就是所谓一一对应。这样，石头子有多少（或者手指头有多少），羊就有多少。

“识”了数，还需要“记”。所谓“记”，就是把一些信息用一定的方式在载体上留下痕迹，留下记号，并且能使群体中的成员了解其记的意义，解读出原来的信息。

记的载体可以多种多样。从古代的绳、石、手指，到后来的甲骨青铜、绢帛竹简，一直到四大发明中的纸张的出现，再至现代的音碟光碟，电脑中的内存外存、软驱硬盘，林林总总，数不胜数。

那么，先民又是如何开始记数的呢？

最早，当然是用语音这种载体。但一开始，对于两只羊和两个人所用的语音（词）是不同的——尽管他们都是两个。例如，在英语中有 team of horses（共同拉车、拉犁的两匹马），yoke of oxen（共轭的两头牛），brace of partridge（一对鹌鹑），pair of shoes（一双鞋）。

这里都有 2 这个数，但在不同的对象中有不



同的说法。把 2 这种共同性质加以抽象，并采用与任何具体事物都无关的某个语音来代表它，是在很长时间以后才实现的。现在的数词，是有相同数目的各类事物，它们所具有的共同性质的一个抽象表示。因此我们可以说，数学在它的萌芽状态就有了抽象性这么个特点。

用语音作载体，毕竟有个很大的弱点：它太容易消失了，不太牢靠，不太稳定，有时还会产生不同的理解。怎么办呢？先民们就用当时能有的材料、当时能有的条件进行着创造。

随后最普遍使用的，恐怕就是结绳这种方法了。结绳记数这种方法，不但在远古时候使用，而且一直在某些民族中沿用下来。中央民族大学就收藏着一副高山族的结绳，由两条绳组成：每条上有两个结，再把两条绳结在一起。

不但东方有过结绳，西方也结过绳。传说古波斯王有一次打仗，命令手下兵马守一座桥，要守 60 天。为了让将士们不少守一天也不多守一天，波斯王用一根长长的皮条，在上面系了 60 个扣。他对守桥的官兵们说：“我走后你们一天解一个扣，什么时候解完了，你们就可以回家了。”





回头我们再来看一件有趣的事情。在我们古代的甲骨文中，数学的“数”，它的右边表示一只右手，左边则是一根打了许多绳结的木棍——“数”者，“图结绳而记之”也。所以，数学研究所的门口，最好用木棍打几个绳结作标“记”，连招牌都不用挂了。

和结绳几乎同时或者稍后的一种记数方法，要算是书契了。书契，就是刻、划，在竹、木、龟甲或者骨头、泥版上留下刻痕，留下记号。《释名》一书中说：“契，刻也，刻识其数也。”意思是在某种物件上刻划一些符号，以记数。



我国1974年在青海乐都县发掘的原始社会末期的墓葬中，发现了49枚骨片，大小形状都差不多，是与小孩的小手指差不多大小，但很薄的一个长方形。在骨片的中部两侧有刻口，有的带3个刻口，有的带5个刻口，不少是带1个刻口的。如果1个刻口代表1个数的话，那么这40多枚骨片大约可表达从1~60间的任何一个自然数。当然，这些小骨片也可用来计算。



在国外也有类似的发现。

这是刻痕记数的历史见证。

随着刻痕刻印的发展，渐渐地就出现了纯粹的数字符号。这可是一项光辉伟大的成就。

说到最初的记数符号，不禁想起一个笑话。

从前有个土老财，目不识丁，于是请了个先生教他儿子读书。

先生来了，先教财主儿子描红。描一笔，先生就教道“这是‘一’字”；描两笔，先生便教道“这是‘二’字”；描三笔，先生又教道“这是‘三’字”。

“三”字刚写完，财主儿子便哈哈大笑，蹦着跳着去找他爹，连声说：“太容易了，太容易了，字我已经都会识了，不用请先生了。”土财主自然很高兴，辞了先生更省了钱。

不久，财主请一个叫万百千的人来喝酒，就叫儿子写请帖。不料过了许久，仍不见儿子拿帖来，只好到书房去看看。

到得书房，只见儿子满头大汗，见面就埋怨说：“这位客人的姓名也太古怪，什么不好叫，偏叫万百千，我一早到现在忙个不息，也才描了五百多划，干脆把扫帚拿来划，来得快一点儿。”





说起来，咱们的先祖刚开始记数时，正是这么干的。

我们把世界上各个民族最早的记数符号归纳起来看一看，最初的几个数差不多都一样，都是象形符号。

20 世纪初发现的甲骨文，是我国文化史上的一件大事。上面的汉字约有 4500 多个，可辨认的不足 1000 个，当中有不少数学方面的资料。其中代表 1、2、3、4 的几个符号分别是：

— = ≡ ≡

这是远在 4000 年前殷商时候的事了。

同样是远在公元前 3000 多年的古埃及人刻在石头上的碑文，也是象形文字，有时这些文字也写在其他材料上，比如纸草片、木头和陶器。其中代表 1、2、3、4 的分别是：

┆ || ||| ||||

它们都是一些垂直放着的木棒。

早期的巴比伦人，居住在美索不达米亚的两河流域，大体上就是今天的伊拉克。他们没有纸草片，恐怕乌龟壳也不多，甚至连便于刻划的石头也不容易找到，他们主要用粘土来书写。

用一支硬笔把文字压印在湿的粘土板上，硬



笔的笔尖是一个锐利的等腰三角形。把硬笔稍稍倾斜，就在粘土板上印下一个楔形，然后把写好的书板晒干，使其坚硬耐久，便于长期保存。在从公元前 2000 年到公元前 200 年的楔形文字泥板上，表示 1、2、3、4 的是：



16 世纪初，西班牙一支探险队来到墨西哥的尤卡坦，发现了古时代玛雅人的有趣数字，这里面是这样表示 1~4 的：

• • • • •

还有大家看到的罗马数字，有时在一些旧钟表上还有，那上面写的是：

I II III 或 IV

你看，尽管这些世界文明的发祥地相隔遥远，当时只能是鸡犬之声不见，老死不相往来，但还是不约而同地创造出差不多的几个最初的记数符号。这也和小孩一样，不管什么民族，最初的几岁大家都差不多。

接下来，我们的祖先就会遇到土财主的儿子同样的问题了。

当数目不太多时，恐怕一开始还是采取财主

万
分
之
一
的
精
确
度
是
不
可
忽
视
的



万
分
之
一
的
精
确
度
是
不
可
忽
视
的



儿子的方法。比如“23”，就用“|||||
|||||”来表示。

把这么多的记号写成长长的不间断的一行，阅读起来就麻烦得很，这就自然需要把它分成较小的组。

如果我们习惯于用一只手计数的话，那么很自然地把记号分成5个一组（直到现在，还有这样的习惯：做买卖侃价时，把一只手翻上几翻）。

这样，“23”就可以写成“|||| |||| |||| |||| ||”。

如果你觉得麻烦，想把这成组的数再用一个新的记号来表示不就简单许多了嘛！而这正是进位制的开始！

古罗马人创造的符号有点儿像逢五进一，不过也有整十整百的符号：

I = “1” II = “2” III = “3”

V = “5” L = “50” D = “500”

X = “10” C = “100” M = “1000”

记数时，采用的是加法和减法法则：即数值较小的符号位于数值较大的符号后头时，则两数相加；反之，则数值相减。比如：“Ⅶ”表示“5加2”，即“7”，而“Ⅳ”则是“5减1”，也就是“4”了。



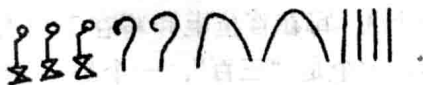


这样，1988 用罗马符号表示就是：

MCMLXXXV III

比起罗马人来，尼罗河畔的古埃及人就要先进

了！比如“3224”，他们是这么写的：



头一个符号，代表 1000，其实这是一朵莲花；第二个符号，表示 100，这是一圈绳子； $\cap$ ，自然是 10，它画的是一副脚镣；后面的 4 根竖线当然就更一目了然了。

更值得自豪的是我们中国人的创造！早在4000年前，我国刚刚进入奴隶社会时期，就出现了相当完善的十进制记数系统。在殷商时期的甲骨文中，便有从1到10的文字表示，以及“百”、“千”、“万”等相应的符号：

一	二	三	三	五	人	十	八
1	2	3	4	5	6	7	8
九	1	西	牙	世			
9	10	100	1000	10000			

甲骨上有着不少数字记录。比如，有一片甲骨刻着“八日辛亥允戈伐二千六百五十六人”，





意思是说在八日辛亥那天的一场战争中，消灭敌方 2656 人。

现在的记数方法可真算是先进，是记数方面的一大发明。先进在什么地方呢？第一，它只用了 10 个符号。第二，就是有了数位的概念，比如说同一个 3，写在百位上和写在千位上，意义就不一样：一个是“三百”，一个是“三千”。

这么个聪明的办法现在就叫做位值记数法。这发明位值记数法的冠军宝座，稳稳是咱中国人的。

这要从“算筹”说起。筹，是竹字头，就是一般粗细、一般长短的小竹棍。那么，这算筹又是干什么用的呢？就是用来计算的。那时没有纸张，古人就用这些小竹棍摆成不同的行列，表示不同的数，进行计算。

要用筹来算，首先必须能用“筹”把数摆出来。一开始，是这么摆放的：

古人写字是从上到下，竖排。而这摆数，就是从左到右了。为了不使数位与数位之间混乱，古人用一种横式摆法：