

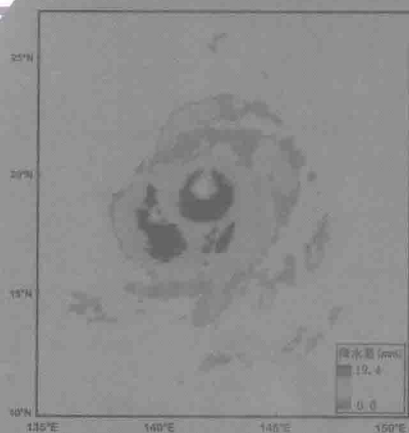


新世纪高等学校教材

数学与应用数学基础课系列教材

数学建模实验

北京师范大学数学科学学院 主 编
黄海洋 崔 丽 刘来福 王颖喆 编 著



SHUXUE
JIANMO
SHIYAN

新世纪高等学校教材

数学与应用数学基础课系列教材

数学建模实验

SHUXUE JIANMO SHIYAN

北京师范大学数学科学学院 主 编

黄海洋 崔 丽 刘来福 王颖喆 编 著



北京师范大学出版集团
BEIJING NORMAL UNIVERSITY PUBLISHING GROUP
北京师范大学出版社

图书在版编目(CIP)数据

数学建模实验 / 黄海洋, 崔丽, 刘来福, 王颖喆编著. —北京: 北京师范大学出版社, 2014.12

(新世纪高等学校教材 数学与应用数学基础课系列教材)

ISBN 978-7-303-18248-0

I. ①数… II. ①黄… ②崔… ③刘… ④王… III. ①数学模型—实验—高等学校—教材 IV. ①O141.4—33

中国版本图书馆CIP数据核字(2014)第272145号

营销中心电话 010-58802181 58805532
北师大出版社高等教育分社网 <http://gaojiao.bnup.com>
电子信箱 gaojiao@bnupg.com

出版发行: 北京师范大学出版社 www.bnup.com
北京新街口外大街19号
邮政编码: 100875

印 刷: 北京东方圣雅印刷有限公司
经 销: 全国新华书店
开 本: 170 mm × 230 mm
印 张: 13
字 数: 230千字
版 次: 2014年12月第1版
印 次: 2014年12月第1次印刷
定 价: 20.00元

策划编辑: 岳昌庆
美术编辑: 焦 丽
责任校对: 李 菡

责任编辑: 岳昌庆 王 颖
装帧设计: 焦 丽
责任印制: 陈 涛

版权所有 侵权必究

反盗版、侵权举报电话: 010-58800697

北京读者服务部电话: 010-58808104

外埠邮购电话: 010-58808083

本书如有印装质量问题, 请与印制管理部联系调换。

印制管理部电话: 010-58800825

数学建模 内容提要

数学建模实验是本科生数学建模教学的重要组成部分,本书主要配合刘来福、黄海洋、曾文艺编著的《数学模型与数学建模》教材的第一篇《建模的基本方法和常见模型》编写的数学实验和编程案例.全书分四章,第1章通过具体例子介绍数学软件 Matlab 的特点,特别展示了如何设计算法,对模型假设的可靠性、参数的灵敏度进行计算分析,将复杂的、抽象的推理通过编程计算直观地呈现.第2章针对轮廓模型、经验模型、机理模型、优化模型、仿真模型等一系列由浅入深的建模分析的数值计算方法,介绍 Matlab 软件在统计计算、微分方程、图形表达等方面的初步应用,以及优化软件 Lingo 的使用方法.部分例题和习题选自 Mark M. Meerschaert 著《Mathematical Modeling》.第3章以近年来数学建模竞赛题为例,通过初步分析建立模型,实现初等的编程计算.面对实际问题,只要有了好的切入点,进一步研究就有可能展开.第4章汇总了北京师范大学近几年校内数学建模竞赛部分赛题,它们是数学科学学院与其他学科合作的结果,体现了数学应用的学科交叉和科学发展对数学要求的新趋势.

本书可以作为大学本科数学建模课的教材,也可供高等院校师生以及各类科学技术工作者参考.

北京师范大学数学科学学院简介

北京师范大学数学系成立于1922年,其前身为1915年创建的北京高等师范学校数理部,1983年成立数学与数学教育研究所,2004年成立数学科学学院。学院现有教师85人,其中教授38人,副教授27人;有博士学位的教师占96%。特别地,有中国科学院院士2人,第三世界科学院院士1人,国家千人计划2人,全国高校教学名师奖1人,教育部长江学者奖励计划特聘教授4人和讲座教授1人,国家杰出青年基金获得者4人,新世纪百千万人才工程国家级人选2人。现有全日制在校生1178人,其中本科生819人,硕士研究生275人,博士研究生84人。

数学科学学院1981年获基础数学、概率论与数理统计博士学位授予权,1986年获应用数学博士学位授予权。1988年,基础数学、概率论与数理统计被评为国家级重点学科。1990年建立了北京师范大学第一个博士后流动站。1996年,数学学科成为国家211工程重点建设的学科。1997年成为国家基础科学人才培养基金基地。1998年获数学一级学科博士学位授予权。2001年概率论方向被评为国家自然科学基金创新群体。2005年进入“985工程”科技创新基础建设平台。2007年数学被评为一级学科国家重点学科。2008年数学与应用数学专业师范教育方向获第一批高等学校特色专业建设点。2009年数学与复杂系统教育部重点实验室挂牌,分析类课程教学团队被评为国家级优秀教学团队,调和分析与流形的几何方向被评为教育部创新团队。2011年获统计学一级学科博士学位授予权。2012年在高校第3轮数学一级学科评估中排名第五。学院还有6个硕士点,9个教研室和《数学通报》杂志编辑部。

近百年以来,学院已毕业全日制本科生7681人(不含辅仁大学数学系毕业生)。20多年来,已授予博士学位371人,硕士学位1477人,研究生班毕业209人。据不完全统计,在博士毕业生中:3人次当选为中国科学院院士和第三世界科学院院士,2人获全国高校教学名师奖,1人入选万人计划教学名师,3人任教育部长江学者奖励计划特聘教授,6人获国家杰出青年科学基金,4人获国家自然科学奖,3人获国家科学技术进步奖,2人获国家级有突出贡献的中青年专家称号,2人入选新世纪百千万人才工程国家级人选,2(5)人入选全国百篇优秀博士学位论文(提名)。(李仲来执笔)

2014-10-28

前 言

1915年北京高等师范学校成立数理部,1922年成立数学系,2004年成立北京师范大学数学科学学院。经过近百年的风风雨雨,数学科学学院在学科建设、人才培养和教学实践中积累了丰富的经验,将这些经验落实并贯彻到教材编著中去是大有益处的。

1980年,北京师范大学出版社成立,给教材的出版提供了一个很好的契机。北京师范大学数学科学学院教师编著的多数教材已先后在这里出版。除《北京师范大学现代数学丛书》外,就大学教材而言,共有5种版本。第1种是列出编委会的《高等学校教学用书》,1985年由我校出版社编写出版了1套(17部)数学系本科生教材和非数学专业高等数学教材。在出版社的大力支持下,这一计划完全实现,满足了当时教学的需要。第2种是未列编委会的《高等学校教学用书》。第3种是《面向21世纪课程教材》。第4种是《北京师范大学现代数学课程教材》。第5种是未标注“高等学校教学用书”,但实际上是高等学校教学用书。在这些教材中,除再次印刷外,已经有多部教材进行了修订或再版。

2005年5月,李仲来教授汇总了北京师范大学数学科学学院教师在北京师范大学出版社出版的全部著作,由李仲来教授与北京师范大学出版社理科编辑部岳昌庆、王松浦进行了沟通和协商,由北京师范大学数学科学学院主编(李仲来教授负责),准备对学院教师目前使用的,或北京师范大学出版社已经没有存书的部分教材进行修订后再版,另有一些教材需要重新编写。计划用几年时间,出版数学与应用数学系列教材、数学教育主干课程系列教材、大学公共课数学系列教材、数学学科硕士研究生系列教材,共4个系列的主要课程教材。

由学院组织和动员全院在职和退休教师之力量,主编出版数学一级学科4个系列的60余部主要课程教材。教材编写涉及面如此之广和数量之大,持续时间之长,这在一所高校数学院系内是为数不多的,其数量在中国数学界列全国第一。经过10年的编写,至今已经出版了62部教材,原计划的大多数教材已经出版,对于学院来讲,这是一件值得庆贺的大事。现在可以说,数学科学学院和北京师范大学出版社基本上是干成了一件大事。这是很难办成圆满的一件大事。剩下的一些教材在两三年内多数可以出版。若留下缺憾,则需要后人去补充。

从数量上看,按教材系列,出版数学与应用数学系列教材31部、数学教育主干课程系列教材11部、大学公共课数学系列教材9部、数学学科硕士研究生系列教材11部。按出版教材版次,第1版24部、第2版22部、第3版15部、第4版1部。还出版了3部教辅教材。

从质量上看,7部教材被评为普通高等教育“十一五”国家级规划教材;8部教材被评为“十二五”普通高等教育本科国家级规划教材;8部教材被评为北京市高等教育精品教材;《师范院校数学学科4个系列教材建设》项目获2012年北京师范大学教育教学成果一等奖。

本套教材可供高等师范院校数学教育本科生和研究生、教育学院数学系、函授(数学专业)、网络大学和在职中学教师等使用和参考. 希望使用这些教材的校内外专家学者和广大读者, 提出宝贵的修改意见, 使其不断改进和完善。(李仲来执笔)

北京师范大学数学科学学院

2014-10-28

作者的话

大学数学建模课程,听课容易做题难.与数学分析、偏微分方程等数学基础课程相比,数学建模讲授的内容非常初浅,极少学生反映听不懂.一方面由于涉及的数学分支和应用领域广泛,不可能涉及太深的内容.另一方面为了突出方法,一般一个案例涉及一种方法,从简化的问题开始,而不是从实际问题开始.如果没有前人的解答,一堂课一个简化的问题都未必讨论得清楚,更不要说面对一个实际问题,学生往往无从下手.因此教学的关键不是罗列齐全各种模型,也不是遍历各个数学分支,而是遵循数学应用的思维方式,由浅入深,由简到繁,例如,从变量的物理性质分析到数据的统计分析,从现象的机理建模到系统的仿真模拟.选择适当的案例,体现数学应用的基本理念和教学模式.教学难点在于实践环节,必须选择或设计适当的问题,激发学习的兴趣,引导学生从学习模仿到实践创新.只有动手亲身实践,才能掌握数学建模的思维方式和分析计算的数学手段.尤其在计算机飞速发展的时代,必须经历将实际问题转变成数学问题,又将数学问题求解转变成算法和程序的全过程,才能真正驾驭计算机和数学技术.所以数学建模上机实验课程必不可少.

本书将原来教材中附录的部分计算程序抽取出来,又添加了一些数学实验的例子,单独编成册,目的在于将实验课教学组织成一个比较完整的科学探索过程.实验课研究的问题一方面与理论课教学衔接,另一方面选取必须借助计算机才能进行研究的问题,建立的数学模型由规则或算法构成.因为编程计算主要运用数学软件 Matlab 和 Lingo,这样处理数学问题比较便捷.但是模型计算往往并不是一次就能够得到理想的结果.是模型错误,还是算法不当,或者是对软件的功能和指令了解不够,这些问题需要一一检验.所以我们在本教材中特别强调对软件计算结果的检验.实验课的内容不在于难,而在于实现人机对话,完成数学建模的目的.为了使学生对达到这个目的的要求有明确的认识,我们将北京师范大学近几年来校内竞赛自主命题的赛题收集在最后一章,仅供参考.

实际上,数学建模实验课为每位学生提供了施展才华的机会,将所学到的数学知识成功地运用于解决实际问题,通过计算机将结果可视化地形象展示,会给我们带来从未有过的成就感.要实现这个目标,我们需要依据模型设计算法,运用编程技巧,就像在中学时运用圆规、直尺一样,利用计算机求解数学模型.上机实验,同学们可以跟着老师教学进度循序渐进地学习,也可以自学,查阅自己感兴趣的章节.在“玩”计算机方面老师不一定是专家,“玩”计算机正是年轻人的特长,在这里,你大有超越老师的机会.正是数学建模上机实验使得数学建

模这门课程变得非常有趣.

学习数学软件, 不要学了再做, 要在做中学, 装上软件, 边看书边实践, 先照搬书上的程序, 让它能运行, 再根据你要解决的问题, 模仿、修改、尝试……发挥你的创造力, 做你想做的事……计算机就是这样“玩”会的. 还要经常“玩”, 越“玩”越熟练. 数学建模实验课只是学习数学软件的一种入门方式, 入门后有很多书可以看. 遇到问题, 最快捷的方法是向别人请教, 最有效的方法是学会看软件的帮助系统. 注意在上机实验课中, 目标是解决问题. 评价的标准是, 只要正确地解决问题, 数学方法越简单越好, 计算程序越短越好.

编者

2014 年 8 月

目 录

第 1 章 数学建模初步	1
§ 1.1 Matlab 编程初步	1
§ 1.1.1 矩阵运算	1
§ 1.1.2 数值函数	11
§ 1.1.3 符号函数	15
§ 1.1.4 赋值函数	17
§ 1.2 假设检验与灵敏度分析	23
§ 1.3 对模型的进一步研究和提高编程能力	27
§ 1.4 习题	38
第 2 章 常见模型及方法	39
§ 2.1 拟合模型与回归分析	39
§ 2.1.1 拟合模型	39
§ 2.1.2 回归分析	43
§ 2.2 插值模型与误差估计	54
§ 2.2.1 一维插值	54
§ 2.2.2 二维插值	57
§ 2.2.3 泛克里金插值	62
§ 2.3 机理模型与平衡原理	65
§ 2.3.1 差分方程模型	65
§ 2.3.2 微分方程模型	67
§ 2.3.3 离散与连续	72
§ 2.4 规划模型与优化算法	79

§ 2.5 仿真模型与蒙特卡洛模拟	86
§ 2.5.1 随机过程仿真的时间步长法	86
§ 2.5.2 随机过程仿真的事件表法	90
§ 2.5.3 时空系统仿真的元胞自动机方法	96
§ 2.6 习题	112
第 3 章 数学建模实例	115
§ 3.1 抢渡长江	115
§ 3.2 公务员招聘	120
§ 3.3 医院眼科病床安排	130
§ 3.4 储油罐定位与标定	133
§ 3.5 交巡警服务平台	146
§ 3.6 基于复杂网络分析的影响力评价	157
第 4 章 北京师范大学历年数学建模竞赛部分试题	167
§ 4.1 2005 年北京师范大学数学建模竞赛试题	167
§ 4.1.1 球门的危险区域	167
§ 4.1.2 校园网流量分析	167
§ 4.2 2006 年北京师范大学数学建模竞赛试题	169
§ 4.2.1 评阅试卷	169
§ 4.2.2 蔬菜病害分级	169
§ 4.3 2007 年北京师范大学数学建模竞赛试题	171
§ 4.3.1 上海证券交易所股市走势的分析	171
§ 4.3.2 二维条码的自动识别	172
§ 4.4 2008 年北京师范大学数学建模竞赛试题	175
§ 4.4.1 水资源效率的评价	175
§ 4.4.2 人员位置固定的场所分区疏散问题	176

§ 4.5	2009 年北京师范大学数学建模竞赛试题	178
§ 4.5.1	中国水坝对区域降水的贡献	178
§ 4.5.2	在粗糙表面上的纳米颗粒体积的估算	178
§ 4.6	2010 年北京师范大学数学建模竞赛试题	181
§ 4.6.1	现代汉字形声字声符在普通话中表音度的测查	181
§ 4.7	2011 年北京师范大学数学建模竞赛试题	183
§ 4.7.1	水资源短缺风险综合评价	183
§ 4.8	2012 年北京师范大学数学建模竞赛试题	185
§ 4.8.1	台风陆地强度衰减分析	185
§ 4.9	2013 年北京师范大学数学建模竞赛试题	186
§ 4.9.1	投篮问题	186
§ 4.9.2	台风降水空间结构特征参数提取	188
§ 4.10	2014 年北京师范大学数学建模竞赛试题	192
§ 4.10.1	计划生育政策调整对北京市小学招生规模的影响	192
§ 4.10.2	复杂天气系统模型最优参数化方案组合的试验设计	193

第 1 章 数学建模初步

这一章配合介绍数学建模最基本的要素, 假设与灵敏度分析、概念的数学定义、模型的表达、计算结果的讨论等分析过程, 引入数学软件 Matlab 的运用和相应的辅助计算的指令。

§1.1 Matlab 编程初步

首先要了解 Matlab 的基本功能. Matlab 是矩阵实验室(Matrix Laboratory)之意, 它的基本数据单位是矩阵, 拥有数百个内部函数的主包和三十几种工具包(Toolbox). 它除具备卓越的数值计算能力外, 还提供了专业水平的符号计算、文字处理、可视化建模仿真和实时控制等功能. 详细的介绍可以参考介绍 Matlab 的书籍或直接阅读 Matlab 的帮助. 下面介绍 Matlab 的矩阵运算、符号函数、赋值函数的基本指令, 感受一下 Matlab 的简便和直观.

本书中所有灰色框图内的内容为 Matlab 指令及其运行结果. 其中行首带有“>>”的为命令行, 没有“>>”的一般为运行结果.

§1.1.1 矩阵运算

1. 产生矩阵

```
>> v=[0.01,0.35,0.65,0.8]%产生一个向量(1行4列矩阵).
```

```
v =
```

```
    0.0100    0.3500    0.6500    0.8000
```

```
>> a=[1 2 3 -4;5 6 7 8; -1 3 -5 7]%产生3行4列矩阵.
```

```
a =
```

```
     1     2     3    -4
```

```
     5     6     7     8
```

```
    -1     3    -5     7
```

```
>> I=eye(3)%产生3阶单位矩阵.
```

```
I =
```

```
     1     0     0
```

```
     0     1     0
```

```
     0     0     1
```

```
>> o=zeros(3,4)%产生3行4列零矩阵.
```

```
o =
```

```
0     0     0     0
0     0     0     0
0     0     0     0
```

```
>> i=ones(3,4)%产生3行4列1矩阵.
```

```
i =
```

```
1     1     1     1
1     1     1     1
1     1     1     1
```

```
>> r=unidrnd(4,3,4)%产生3行4列服从均匀分布的最大值为4的随机整数矩阵.
```

```
r =
```

```
4     1     4     1
2     2     4     4
4     4     3     4
```

```
>> repmat([2 4 6],[2,1])%产生2行3列矩阵, 每行为2 4 6.
```

```
ans =
```

```
2     4     6
2     4     6
```

```
>> repmat(0,[2 4 6]);%产生2行4列6层的3维数组, 元素为0.
```

```
>> A=cat(3, r, o,i)%产生一个3行4列3层的3维数组.
```

```
A(:,:,1) =
```

```
4     1     4     1
2     2     4     4
4     4     3     4
```

```
A(:,:,2) =
```

```
0     0     0     0
0     0     0     0
0     0     0     0
```

```
A(:,:,3) =
```

```
1     1     1     1
1     1     1     1
1     1     1     1
```

2. 矩阵拼接与读取

```
>> b=[a; v]%对矩阵a添加1行.
```

```
b =
```

1.0000	2.0000	3.0000	-4.0000
5.0000	6.0000	7.0000	8.0000
-1.0000	3.0000	-5.0000	7.0000
0.0100	0.3500	0.6500	0.8000

```
>> c=[a [2 4 6]']%对矩阵a添加1列.
```

```
c =
```

1	2	3	-4	2
5	6	7	8	4
-1	3	-5	7	6

```
>> a(3,4)%a的第3行第4列元素.
```

```
ans =
```

```
7
```

```
>> a(:,2)%a的第2列元素.
```

```
ans =
```

```
2
```

```
6
```

```
3
```

```
>> a(2,:) %a的第2行元素.
```

```
ans =
```

```
5 6 7 8
```

```
>> b(2:4,:) %b的第2-4行元素.
```

```
ans =
```

5.0000	6.0000	7.0000	8.0000
-1.0000	3.0000	-5.0000	7.0000
0.0100	0.3500	0.6500	0.8000

```
>> b(:,1:3)%b的第1-3列元素.
```

```
ans =
```

1.0000	2.0000	3.0000
5.0000	6.0000	7.0000

```
-1.0000    3.0000   -5.0000
 0.0100    0.3500    0.6500
```

```
>> A(:, :, 2)%A的第2层元素.
```

```
ans =
```

```
0    0    0    0
0    0    0    0
0    0    0    0
```

```
>> A(:, 2, :)%A的第2列元素.
```

```
ans(:, :, 1) =
```

```
1
2
4
```

```
ans(:, :, 2) =
```

```
0
0
0
```

```
ans(:, :, 3) =
```

```
1
1
1
```

```
>> A(2, :, :)%A的第2行元素.
```

```
ans(:, :, 1) =
```

```
2    2    4    4
```

```
ans(:, :, 2) =
```

```
0    0    0    0
```

```
ans(:, :, 3) =
```

```
1    1    1    1
```

3. 矩阵的代数运算

```
>> d=a';%矩阵转置.
```

```
d =
```

```

    1     5    -1
    2     6     3
    3     7    -5
   -4     8     7
>> m=a-r;%矩阵对应元素相减.
m =
   -3    -2     1    -8
     1     3     4     7
    -2     2    -9     3
>> p=a*d;%矩阵相乘.
p =
   30     6   -38
     6   174    34
   -38    34    84
>> p1=a.*r;%矩阵对应元素相乘.
p1 =
     4     8     6   -16
    20    18    21     8
    -1     3   -20    28
>> p2=a.\r;%矩阵r的对应元素除以矩阵a的对应元素.
p2 =
    4.0000    2.0000    0.6667   -1.0000
    0.8000    0.5000    0.4286    0.1250
   -1.0000    0.3333   -0.8000    0.5714
>> p3=a./r;%矩阵a的对应元素除以矩阵r的对应元素.
p3 =
    0.2500    0.5000    1.5000   -1.0000
    1.2500    2.0000    2.3333    8.0000
   -1.0000    3.0000   -1.2500    1.7500
>> b.^2;%矩阵各元素自乘.
ans =
    1.0000    4.0000    9.0000   16.0000

```