



普通高等教育“十二五”电子信息类规划教材

信号与系统

XINHAO YU
XITONG

◎ 刘明珠 孙继禹 林海军 编著



免费电子课件



机械工业出版社
CHINA MACHINE PRESS

普通高等教育“十二五”电子信息类规划教材

信号与系统

刘明珠 孙继禹 林海军 编著



机械工业出版社

本书通过分析连续时间信号与系统的时域特性、频域特性和复频域特性,给出了从时域、频域和复频域角度分析连续时间信号通过线性时不变系统的基本原理与常规处理方法,分析了离散时间信号与系统的 Z 域分析过程和傅里叶分析方法。本书遵循从时域到变换域,从连续到离散,从输入-输出到状态描述的循序渐进的推进方式,不仅注重阐明信号与系统中相关的物理概念和方法,还注重将相关理论与工程应用背景相结合。

本书不但适合作为通信工程、电子信息工程、电子科学与技术、测控技术与仪器等专业的本科教材,还适合于其他电子类、信息类理工科专业的本科生及研究生使用,也可供相关工程技术人员自学参考使用。

图书在版编目(CIP)数据

信号与系统/刘明珠,孙继禹,林海军编著. —北京:机械工业出版社, 2014. 11

普通高等教育“十二五”电子信息类规划教材
ISBN 978-7-111-48256-7

I. ①信… II. ①刘… ②孙… ③林… III. ①信号系统-高等学校-教材 IV. ①TN911.6

中国版本图书馆CIP数据核字(2014)第236861号

机械工业出版社(北京市百万庄大街22号 邮政编码100037)

策划编辑:刘丽敏 责任编辑:刘丽敏 王琪

版式设计:赵颖喆 责任校对:陈越

封面设计:张静 责任印制:李洋

北京振兴源印务有限公司印刷

2015年1月第1版第1次印刷

184mm×260mm · 25印张 · 607千字

0001—3000册

标准书号:ISBN 978-7-111-48256-7

定价:49.00元

凡购本书,如有缺页、倒页、脱页,由本社发行部调换

电话服务

网络服务

社服务中心:(010) 88361066 教材网:<http://www.cmpedu.com>

销售一部:(010) 68326294 机工官网:<http://www.cmpbook.com>

销售二部:(010) 88379649 机工官博:<http://weibo.com/cmp1952>

读者购书热线:(010) 88379203 封面无防伪标均为盗版

前 言

在当今高速发展的信息时代，学习和掌握与信息技术相关的“信号与系统”课程已经成为广大学生和科研工作者的迫切需求。“信号与系统”课程是高等学校通信、计算机、自动化、测控技术与仪器、电子信息工程等专业的专业基础课程之一，是一门集理论性、设计性和实践性为一体的内容丰富的课程。

本书是对编者多年教学实践的总结，并参考大量国内外相关文献资料的基础上完成的。它以信号与系统的基本应用为背景，全面、系统地论述了信号与系统的基本理论和分析方法。编者充分考虑了学习、认知的一般规律，采用了物理解释与数学表达和工程应用并重、信号分析与系统分析并重、连续时间信号与系统与离散时间信号与系统并重、时域分析与变换域分析并重的组织形式。在章节安排上可根据学习需要灵活选择，既保持了章节的连贯性，也可根据学时要求和专业侧重选择相关章节学习。

本书在取材上非常注意内容和结构的完整性，主要内容包括：信号与系统的基本描述，信号通过线性时不变系统的时域、频域、复频域以及 Z 域分析等。在体系上，本书遵循从信号分析到系统分析、从时域分析到变换域分析的学习规律，强调信号分析是系统分析的基础，突出不同分析方法的特点、适用范围及应用条件等。在内容编排上，本书体现了经典与现代、连续与离散、信号与系统的关系。对于信号分析，本书重点突出基本信号的描述及信号的表示，强调傅里叶变换、拉普拉斯变换和 Z 变换的数学概念、物理概念和工程概念等，淡化数学运算过程。对于系统分析，本书侧重系统的描述与特性分析，着重突出系统对信号的加工处理过程及结果。

本书主要从3个部分阐释信号、系统及系统对信号的处理作用。第1部分包括第1~3章，从时间域阐述连续和离散信号与系统的基本概念、特性，这部分为以后各章的学习打下基础。第2部分包括第4~7章，从变换域角度阐述连续信号与系统的频域分析方法和复频域分析方法，强调变换域分析法在通信工程领域的主要应用。第3部分包括第8、9章，给出了离散时间信号与系统的 Z 变换分析法。最后，本书简要介绍了系统状态空间描述法，讨论了连续系统和离散系统的状态方程求解方法，为采用计算机进行大规模信号与系统分析打下基础。

本书内容丰富，概念清晰，理论分析严谨，逻辑性强，内容深入浅出，循序渐进，并且注重理论联系实际。为了帮助读者掌握“信号与系统”课程的基本理论和分析方法，本书引入了一定数量的例题，并在每章都配备了适量的习题。

本书第1、2、7、10章由刘明珠编写，第3、8、9章由孙继禹编写，第4~6章由林海军编写。在编写过程中，编者参考了众多国内外相关教材，在此谨向这些教材的编著者致以衷心的感谢！

在编写本书的过程中，编者得到了机械工业出版社的大力支持和帮助，并提出许多宝贵意见，在此深表谢意。由于编者水平有限，书中难免会出现错误和疏漏之处，敬请读者给予批评指正，以供编者今后进一步修改和提高。

目 录

前言	
第1章 信号与系统分析导论	1
1.1 信号的描述与分类	1
1.1.1 信号的描述	1
1.1.2 信号的分类和特性	3
1.2 常用连续时间信号及其时域特性	6
1.2.1 常用连续时间信号及其描述	6
1.2.2 连续时间信号的基本运算	16
1.2.3 确定信号的时域分解	20
1.2.4 信号的正交函数表示法	23
1.3 常用离散时间信号及其时域特性	29
1.3.1 离散时间信号及其描述	30
1.3.2 离散时间信号的基本运算	30
1.3.3 常用的离散时间信号	33
1.4 系统的描述与分类	36
1.4.1 系统的描述	36
1.4.2 系统的分类	39
1.4.3 线性时不变系统的基本性质	42
1.5 信号与系统分析方法概述	44
1.5.1 信号与系统的分析方法	44
1.5.2 信号与系统理论的应用	45
本章小结	45
习题	45
第2章 连续时间系统的时域分析	49
2.1 连续时间系统的经典时域分析方法	49
2.1.1 连续时间系统的数学模型	50
2.1.2 连续时间 LTI 系统的经典分析法	51
2.2 连续时间系统的零输入响应与零状态响应	57
2.2.1 系统的起始状态到初始状态	57
2.2.2 零输入响应与零状态响应的定义	62
2.2.3 零输入响应与零状态响应的求解	63
2.2.4 零输入线性与零状态线性	67
2.3 冲激响应与阶跃响应	68
2.4 卷积	73
2.4.1 卷积的定义	73
2.4.2 卷积的计算	74
2.4.3 卷积的性质	76
2.5 零状态响应的卷积积分法求解	80
2.6 微分方程的算子符号表示法	82
2.6.1 算子符号的基本规则	82
2.6.2 用算子符号建立微分方程	83
本章小结	85
习题	85
第3章 线性时不变离散时间系统时域分析	90
3.1 离散时间系统的数学模型	90
3.1.1 离散时间系统的性质	91
3.1.2 离散时间系统的数学模型——差分方程	92
3.2 离散时间系统的经典时域分析方法	95
3.3 离散时间系统的零输入响应与零状态响应	99
3.4 离散时间系统的单位抽样响应与单位阶跃响应	102
3.4.1 离散时间系统的单位抽样响应	102
3.4.2 离散时间系统的单位	

阶跃响应	104	5.1.2 拉普拉斯变换的收敛域	167
3.5 卷积和及其在求离散时间系统		5.2 常用函数的拉普拉斯变换	169
响应中的应用	104	5.3 拉普拉斯逆变换	171
3.5.1 卷积和的定义及图解法计算	104	5.4 拉普拉斯变换的基本性质	177
3.5.2 用卷积和求解离散时间		5.5 拉普拉斯变换与傅里叶	
系统响应	106	变换的关系	184
3.6 系统的稳定性与因果性	107	本章小结	186
本章小结	108	习题	187
习题	108	第6章 连续时间系统的复频域	
第4章 连续时间信号与系统的		分析	189
频域分析	110	6.1 线性系统复频域分析法	189
4.1 周期信号的傅里叶级数	110	6.1.1 基本元件的复频域特性	189
4.1.1 傅里叶级数	110	6.1.2 用元件 S 域模型分析	
4.1.2 傅里叶级数收敛条件	114	系统响应	191
4.1.3 利用函数对称性简化傅		6.1.3 用微分特性分析系统的复频	
里叶级数运算	115	域响应	193
4.2 周期信号的频谱	118	6.2 系统函数及其零、极点	195
4.2.1 时域与频域的关系	118	6.2.1 系统函数	195
4.2.2 周期信号的频谱及其特点	119	6.2.2 系统函数的零、极点	196
4.3 非周期信号的傅里叶变换	125	6.3 系统函数的零、极点分布与	
4.4 典型非周期信号的频谱	127	时域响应	197
4.5 傅里叶变换的性质	132	6.4 由系统函数求频率响应	203
4.6 周期信号的傅里叶变换	146	6.4.1 用零、极点分布确定系统的	
4.7 抽样定理	149	频率响应	203
4.7.1 信号的抽样	150	6.4.2 用解析法确定系统的	
4.7.2 时域抽样定理	151	频率响应	208
4.7.3 频域抽样定理	154	6.5 系统稳定性及其判定	210
4.8 连续时间信号通过 LTI 系统的		6.5.1 系统的稳定性	210
频率响应分析	154	6.5.2 系统稳定性判据	211
4.8.1 LTI 系统的频率响应	154	6.6 信号流图和梅森公式	214
4.8.2 用频域分析法求零		6.6.1 由系统框图到信号	
状态响应	155	流图的转换	214
本章小结	161	6.6.2 信号流图中的常用术语	216
习题	161	6.6.3 信号流图的运算法则	216
第5章 连续时间信号的复频域		6.6.4 信号流图的梅森	
分析	165	增益公式	218
5.1 拉普拉斯变换	165	本章小结	219
5.1.1 拉普拉斯变换的定义	165	习题	219

第7章 信号与系统在通信中的

应用	223
7.1 无失真传输	223
7.2 理想滤波器	225
7.2.1 理想低通滤波器及其 频率特性	226
7.2.2 带通滤波器及其特性	229
7.2.3 系统的物理可实现性及佩利- 维纳准则	232
7.3 调制与解调	234
7.3.1 信号的幅度调制原理	234
7.3.2 幅度调制信号的解调原理	234
7.4 抽样信号的重构	235
7.5 信号的相关	239
7.5.1 相关系数	239
7.5.2 相关函数	241
7.5.3 相关函数的性质	242
7.5.4 相关函数的计算	242
7.5.5 相关定理	243
7.6 能量谱和功率谱	244
7.6.1 能量和功率	244
7.6.2 信号的能量谱与功率谱	245
7.6.3 维纳-辛钦关系	248
7.6.4 信号通过 LTI 系统的能 量谱与功率谱	249
7.7 匹配滤波器	251
本章小结	254
习题	254

第8章 离散时间信号与系统的Z

域分析	259
8.1 Z变换及其收敛域	259
8.1.1 Z变换	259
8.1.2 Z变换的收敛域	260
8.1.3 典型序列的收敛域	260
8.2 常用序列的Z变换	263
8.3 Z反变换	264
8.4 Z变换的性质	269
8.5 Z变换与拉普拉斯变换的	

关系 275

8.5.1 S平面与Z平面的映射关系	275
8.5.2 Z变换与拉普拉斯变换表达 式间的转换	277
8.6 Z域中求解离散时间系统的 响应	278
8.6.1 零输入响应的Z域求解	279
8.6.2 零状态响应的Z域求解	279
8.6.3 全响应的Z域求解	280
8.7 Z域系统函数及其应用	282
8.7.1 系统函数 $H(z)$	282
8.7.2 系统函数 $H(z)$ 的解法	282
8.7.3 系统函数零、极点分布与 $h(n)$ 的关系	283
8.7.4 利用 $H(z)$ 判断离散时间 系统的稳定性	284
8.8 离散时间系统的频率 响应特性	285
8.8.1 离散时间系统的频率响应	285
8.8.2 几何法求离散时间系统的频率 响应特性	287
本章小结	288
习题	289

第9章 离散时间系统的傅里叶分析

9.1 离散傅里叶级数	291
9.1.1 周期序列离散傅里 叶级数的引入	294
9.1.2 $\hat{x}(n)$ 的 k 次谐波系数 $\hat{X}(k)$ 的求法	294
9.1.3 用Z变换、傅里叶变换 求 $\hat{X}(k)$	296
9.1.4 离散傅里叶级数的性质	297
9.2 离散傅里叶变换	300
9.2.1 有限长序列 $x(n)$ 和周期序列 $\hat{x}(n)$ 的关系	300
9.2.2 有限长序列 $X(k)$ 和周期序列 $\hat{X}(k)$ 的关系	301

9.2.3 有限长序列的离散傅里叶变换	301	域求解过程	340
9.3 离散傅里叶变换的基本性质	302	10.2.2 输出方程的 S 域解法	340
9.3.1 离散傅里叶变换的基本性质	302	10.2.3 矩阵 A 的特征值与系统的自然频率	341
9.3.2 有限长序列的线性卷积与圆周卷积	309	10.3 连续时间系统状态方程的时域求解	345
9.4 离散傅里叶变换与 Z 变换的关系	312	10.3.1 状态方程的时域求解	345
9.5 快速傅里叶变换	313	10.3.2 输出方程的时域求解与单位冲激响应矩阵 $h(t)$	346
9.5.1 减少 DFT 运算次数的方法	314	10.3.3 状态转移矩阵 $\varphi(t) = e^{At}$ 的性质	346
9.5.2 时间抽选算法 (DIT) 的基本原理	315	10.3.4 矩阵指数函数 e^{At} 的计算	348
9.5.3 快速傅里叶变换的运算量	321	10.4 离散时间系统状态方程的建立与求解	351
9.5.4 按时间抽取 (DIT) 的 FFT 算法的特点	321	10.4.1 离散时间系统状态方程的建立	351
9.6 快速傅里叶变换的应用	323	10.4.2 离散时间系统状态方程的求解	352
本章小结	326	本章小结	358
习题	327	习题	358
第 10 章 系统的状态变量分析法	329	附录	362
10.1 连续时间系统状态方程的建立	330	附录 A 常见信号的傅里叶变换表	362
10.1.1 连续时间系统状态方程的一般形式	330	附录 B 常见信号的单边拉普拉斯变换表	363
10.1.2 由电路图直接建立状态方程	331	附录 C 常见信号的 Z 变换表	363
10.1.3 由系统微分方程建立状态方程	334	附录 D Z 变换的主要性质	364
10.1.4 由系统传递函数建立状态方程	337	附录 E 几何级数的求值公式表	364
10.2 连续时间系统状态方程的 S 域求解	340	附录 F 常用数学公式	365
10.2.1 状态方程的 S		习题答案	369
		参考文献	389

第1章 信号与系统分析导论

1.1 信号的描述与分类

1.1.1 信号的描述

人类的发展需要人与人之间进行交流,发出消息、接收消息是人类社会信息交流的手段。所谓消息,是指用来表达信息的某种客观对象,如电话机中的声音,电视机中的图像,雷达探测到的目标距离、高度、方位等都是消息。所谓信号,是消息的表现形式,是带有信息的某种物理量,如电信号、光信号、声音信号等。信号是消息的表现形式与传送载体,而消息则是信号的具体内容。

很久以来,人们曾经寻求各种方法,以实现信号的传输。我国古代利用烽火台的火光传送敌人入侵的警报,古希腊人以火炬的位置表示不同的字母符号,这些属于光信号的传输,是最原始的光通信系统;利用击鼓鸣金可以报送时刻或者传达命令,这是声信号的传输;以后又出现信鸽、旗语、驿站等传送消息的方法。然而这些传递信号的方法无论在距离、速度还是可靠性方面都受到很大局限。

19世纪以后,人们开始利用电信号传递消息。1837年莫尔斯(F. B. Morse)发明了电报。1876年贝尔(A. G. Bell)发明了电话,直接将声音信号转变为电信号沿导线传输。19世纪末,人们又致力于研究用电磁波传送无线电信号。1865年,英国的麦克斯韦(Maxwell)提出了电磁波学说。之后,德国的赫兹(Hertz)通过实验证实了麦克斯韦的学说,为无线电电子科学的发展奠定了理论基础。1895年,俄国的波波夫(Popov)、意大利的马可尼(Marconi)实现了电信号的无线传输。从此以后,传送电信号的通信方式得到迅速发展,无线广播、超短波通信、广播电视、雷达、无线电导航等相继出现,并且已经应用到工农业生产、国民经济管理、国防及人们日常生活的各个方面。因为消息的传送一般都不是直接的,往往需借助一定形式的信号才能便于远距离、精确、快速地传输与处理,因此电信号成为当今信号处理领域的主要研究内容,具有普遍的、重要的意义。

随着科技的进步,人们之间联系不断增强,信息获取的途径越来越多样。人们发布新闻、传播电视图像、网络通信、导航卫星定位以及空间技术探索等都需要传递数据。把某些消息借助一定形式的信号传递出去或有效接收的过程就是通信,通信是信号与系统研究的重要相关领域之一。而通信的最终目的都是要实现无论何时、无论何地都能准确地实现信息的传输。

信号与系统是研究信号基本性质和系统对信号的加工处理作用的一门学科。它几乎涉及所有的人类生产、生活领域,包括电子电路、通信装置、信号处理装置、机器人及自动化、汽车、生物医学仪器、化工生产过程、加热和制冷装置以及人类社会和经济发展的其他领域。

图 1-1 为一段语音(‘This is a test’)的时间连续信号波形,图 1-2 为 Lenna 灰度图像示例。典型的通信系统的组成框图如图 1-3 所示。

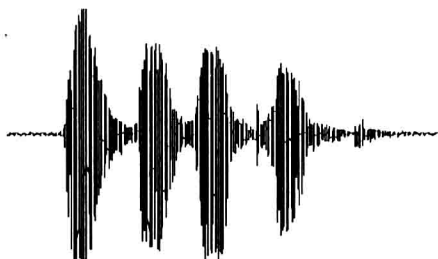


图 1-1 语音信号



图 1-2 图像信号

在图 1-3 中,待发消息通过转换器转换为包含有信息的信号,一般为电信号,再通过发送设备进行信号加工和处理,以产生适宜信道传输的信号形式。信号经信道进行传输,在传输过程中会受到各种噪声或干扰的影响。在接收端,信号通过接收设备被提取出来,并经转换器转换为可被接收的消息形式。

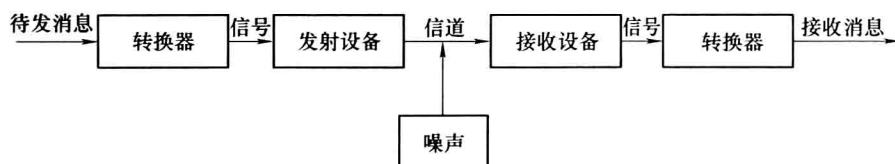


图 1-3 典型的通信系统的组成

现在对图 1-3 中的名词做解释。

消息 (Message) 待传送的一种以收、发双方事先约定的方式组成的符号,如语言、文字、图形、电码等。

信号 (Signal) 用于描述和记录消息的任何物理状态随时间变化的过程称为信号。由于消息一般不便直接传输,故需把消息转换成相应变化的电压、电流或电荷,即电信号,它是现代科学技术中应用最广泛的信号。

通常,信号是消息的表现形式,消息是信号的具体内容。

转换器 (Converter) 把消息转换为电信号,或者反过来把电信号还原成消息的装置,如摄像管、显像管、传声器和扬声器等。由于这些装置具有将一种形式的能量转换为另一种形式能量的功能,所以也常称其为换能器。

信道 (Channel) 信号传输的通道,它可以是双导线、同轴电缆和波导,也可以是空间人造卫星,或者是光导纤维。有时发射机和接收机也可以看成是信号通道的一部分。

由上述可知,通信系统的工作主要包括 3 个方面:消息与信号之间的转换、信号的处理和信号的传输。可见,通信系统是以信号为核心进行工作的。本书主要讨论电信号,着重研究信号与系统的基本特征,并讨论信号与系统的分析原理和计算方法,同时对信号的传输、处理及应用等基本问题作初步介绍。

信号的表示可以有多种方式,一般常用的有4种:语言描述法、函数表示法、波形表示法和数据表示法。

语言描述法 用语言描述信号物理特性的方式进行信号表述,这种方法称为语言描述法。例如:无限的短时间内作用能量无穷大的信号,即冲激信号。

函数表示法 因为信号通常是时间 t 的函数,所以对于某一类信号就可以用时间函数来描述,本书一般用函数 $f(t)$ 表示信号。例如:正弦信号的函数表示形式为 $f(t) = \sin\omega t$ 。

波形表示法 通过专门仪器可以观测到信号随时间变化的轨迹——波形,因此也可以用波形来描述信号。图 1-1 即为一般语音信号的波形。

数据表示法 随着当代数字电子技术的发展,相当一部分信号是用其不同时刻采样点的数据表示的,如飞行器的轨道观测返回数据等。

应当注意,由于信号表现为以时间为自变量的函数,故在本书中常常交替地使用“信号”与“函数”这两个名词而不加区别。然而,严格说来函数可以是多值的,而信号却是单值的,函数不一定是信号。信号是实际的物理量或物理现象,而函数则可能只是一种抽象的数学定义。

1.1.2 信号的分类和特性

从不同的研究角度出发,可将信号分为下列几种类型:确定性信号和随机信号、周期信号与非周期信号、连续时间信号与离散时间信号、能量信号与功率信号等。

1. 确定性信号与随机信号

按信号随时间变化的规律来分,信号可以分为确定性信号和随机信号。

确定性信号 (Determinate Signal) 是指能够以明确的数学表达式或波形方式进行物理描述的信号,即信号是一确定的时间函数。对于某一给定时间,确定性信号可以确定出一相应的函数值。正弦信号、指数信号、各种周期性信号等都是确定性信号。确定性信号在工程技术领域有很多具体应用,如卫星的运行轨道、电容元件充放电时电流的变化等。确定性信号示例如图 1-4 所示。

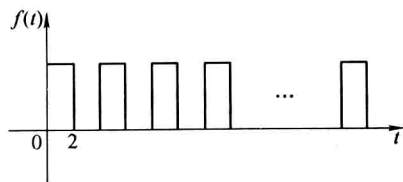


图 1-4 确定性信号示例

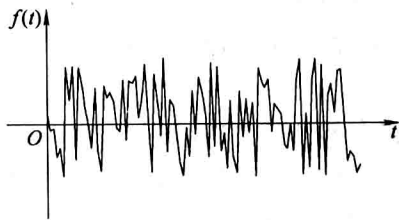


图 1-5 随机信号示例

随机信号 (Random Signal) 不是时间 t 的确定函数,是不能以明确的数学表示式表达,只能用概率统计方法描述的信号。随机信号又称不确定信号。电路元器件中的热噪声电流、通信传输过程中信道引入的各类噪声等都是随机信号。随机信号示例如图 1-5 所示。

严格说来,在自然界中确定性信号是不存在的,通信系统中传输的信息也都具有不确定性,因为若传输的是确定性信号,则对接收者而言,就不可能获得任何新的信息,从而失去了传送消息的基本意义。但是,对于确定性信号的分析仍然具有重要的意义,因为在一定条

件下，实际信号可以与确定性信号表现出某种相似的特性，这种信号可近似地看成是确定性信号。可见确定性信号是一种近似的、理想化了的信号，可利用确定性信号对复杂问题分析进行简化，以便于工程的实际应用。

2. 周期信号与非周期信号

在确定性信号中，按照时间函数的周期性又可分为周期信号和非周期信号。

周期信号 (Periodic Signal) 就是依一定时间间隔无始无终地重复着某一变化规律的信号，其表示式可以写为

$$f(t) = f(t + nT) \quad n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots, k \quad (1-1)$$

满足此关系式的最小值 T 称为信号的周期。这类信号，只要给出任一周期内的变化规律，即可确定所有其他时间内的规律性。周期信号示例如图 1-6 所示。

非周期信号 (Non - Periodic Signal) 在时间上不具有周而复始变化的特性，它不具有周期 T (或者认为周期 T 是无限大的情况)，如图 1-7 所示。

当然，真正的周期信号实际上是不存在的，所谓周期信号只是指在相当长时间内按某一规律重复变化的信号。

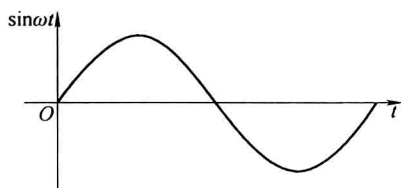


图 1-6 周期信号示例

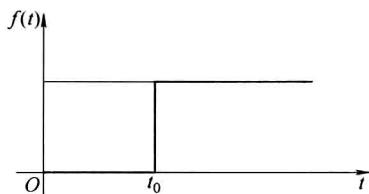


图 1-7 非周期信号示例

3. 连续时间信号与离散时间信号

按照时间函数自变量取值的连续性和离散性可将信号分为连续时间信号 (简称连续信号) 与离散时间信号 (简称离散信号)。

连续时间信号 (Continuous - Time Signal) 如果在某一时间间隔内，对于任意时间值 (除若干不连续点外) 都可给出确定的函数值，则此信号就称为连续时间信号。图 1-8a、b 所示的信号，都是在 $-\infty < t < +\infty$ 的时间间隔内的连续信号。只是在图 1-8a 中 $t < 0$ 的范围内的信号值均为零，而在图 1-8b 中在 $t = 0$ 处有一个不连续点。连续时间信号的幅值可以是连续的，即可以取任何实数，如图 1-8a 所示；连续信号的幅值也可以是离散的，即只能取有限个规定的数值，如图 1-8b 所示。时间和幅值都连续的信号又称为模拟信号，如图 1-8a 所示。

离散时间信号 (Discrete - Time Signal) 与连续时间信号相对应的是离散时间信号。离散时间信号的时间函数只在某些不连续的规定瞬时给出函数值，在其他时间函数没有定义。离散时间间隔一般是均匀的。如果离散信号的幅值是连续的，即幅值可取任何实数，如图 1-8c 所示，则称为抽样信号；如果离散信号的幅值只能取某些规定的数值，即幅度上是量化的，如图 1-8d 所示，则称为数字信号。

连续信号与离散信号可以互相转换。图 1-9 为模拟信号的数字化处理过程示意图。其中，模拟信号的数字化处理要求在处理之前用模 - 数转换器 (ADC) 来采样模拟信号，还要利用数 - 模转换器 (DAC) 将处理后的数字信号转换回模拟形式。为了区别连续信号和

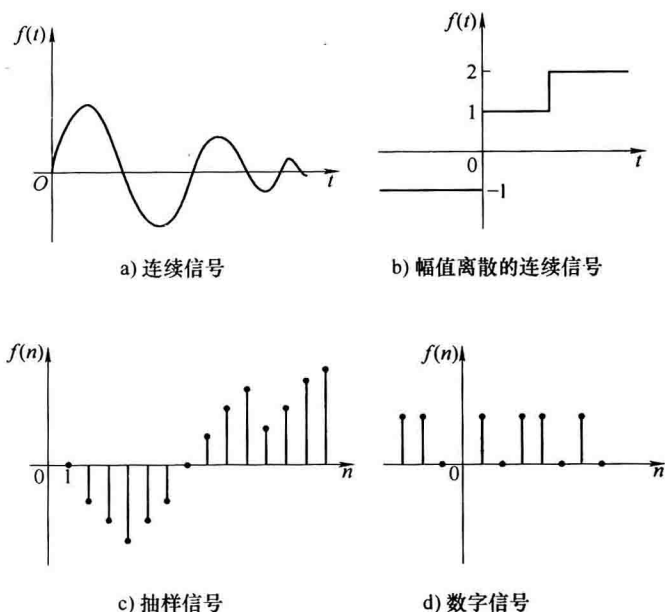


图 1-8 连续和离散信号

离散信号，本书对连续信号采用圆括号表示，如 $f(t)$ 。对于离散时间信号，若离散时刻的间隔是均匀的，此间隔为 T ，则可采用 $f(nT)$ 或 $f(n)$ 表示，其中自变量 n 只取整数，而在 n 不为整数时函数无定义。

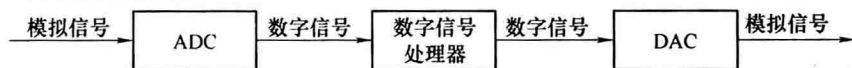


图 1-9 模拟信号的数字化处理过程示意图

4. 能量信号与功率信号

按照信号的能量特点可以将信号分为能量信号和功率信号。为了了解信号能量或功率的特性，常常研究信号（电流或电压）在一单位电阻上所消耗的能量或功率。

信号的能量定义为在时间区间 $(-\infty, +\infty)$ 内信号 $f(t)$ 的能量，记为

$$E = \lim_{T \rightarrow \infty} \int_{-T/2}^{T/2} |f(t)|^2 dt$$

信号的功率定义为在时间区间 $(-\infty, +\infty)$ 内信号 $f(t)$ 的平均功率，记为

$$P = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} |f(t)|^2 dt$$

能量信号 (Energy Signal) 如果在无限大的时间间隔内，信号的能量为有限值而信号平均功率为零，则此信号称为能量信号，如非周期脉冲信号。对能量信号只能从能量方面去加以考察，而无法从平均功率去考察。只存在于有限时间内的信号都是能量信号。

功率信号 (Power Signal) 如果在无限大的时间间隔内，信号的平均功率为有限值而信号的总能量为无限大，则此信号称为功率信号。对它只能从功率上去加以考察。例如，直流信号、周期信号都是功率信号，其平均功率只需要通过一个周期内的平均功率来计算。

存在于无限时间内的非周期信号可以是能量信号，也可以是功率信号，要根据信号函数具体确定。

除以上分类方式外, 还可将信号分为一维信号与多维信号, 调制信号、载波信号与已调信号等。

1.2 常用连续时间信号及其时域特性

1.2.1 常用连续时间信号及其描述

常用连续时间信号主要包括典型连续时间信号和奇异信号。典型连续时间信号包括直流信号、正弦信号、指数信号、虚指数信号、复指数信号、抽样函数以及高斯函数等, 而奇异信号包括单位斜坡信号, 单位阶跃信号、单位冲激信号和单位冲激偶等。

1.2.1.1 典型连续时间信号及其特性

1. 正弦信号

正弦信号 (Sinusoidal Signal) 和余弦信号互为正交信号, 仅在相位上相差 90° , 经常统称为正弦信号, 一般表示式为

$$f(t) = A\sin(\omega t + \theta), \quad t \in \mathbf{R} \quad (1-2)$$

式中, A 表示振荡幅度; ω 表示振荡角频率; θ 表示初相位; \mathbf{R} 表示实数集。

图 1-10 为正弦信号的波形, 其中 $T = 2\pi/\omega$ 为正弦信号的周期。

正弦信号的一个重要性质是对它进行微分或积分运算之后, 仍为同频率的正弦信号。

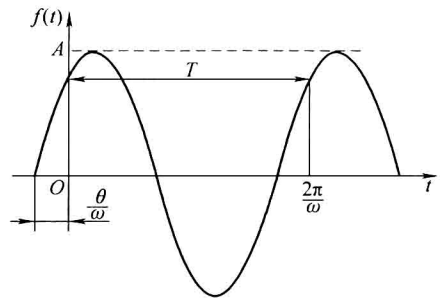


图 1-10 正弦信号

2. 指数信号

指数信号 (Exponential Signal) 表示式为

$$f(t) = Ke^{at}, \quad t \in \mathbf{R} \quad (1-3)$$

式中, K 、 a 为常数; \mathbf{R} 表示实数集。

若 $a > 0$, 信号将随时间而增长; 若 $a < 0$, 信号则随时间衰减; 若 $a = 0$, 信号不随时间而变化, 成为直流信号。常数 K 表示指数信号在 $t = 0$ 点的初始值。指数信号的波形如图 1-11 所示。指数信号为单调增或单调减信号, 为表示指数信号随时间单调变化的快慢程度, 将 $|a|$ 的倒数称为指数信号的时间常数, 以 τ 表示, 即 $\tau = \frac{1}{|a|}$ 。 τ 越大, 指数信号增长或衰减的速率就越慢。

在实际中遇到较多的是单边指数衰减信号, 其数学表达式为

$$f(t) = \begin{cases} Ke^{-at} & t \geq 0, a > 0 \\ 0 & t < 0 \end{cases} \quad (1-4)$$

单边指数衰减信号的波形如图 1-12 所示。在 $t = 0$ 点, $f(0) = 1$, 在 $t = \tau$ 处, $f(\tau) = 0.368$, 即经时间 τ , 信号衰减到初始值的 36.8%。

指数的一个重要性质是, 指数信号的微分或积分仍然是指数信号形式。

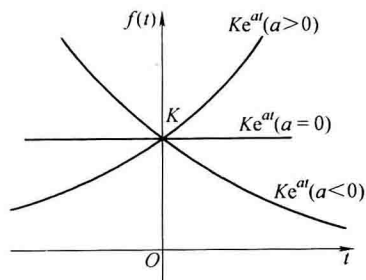


图 1-11 指数信号的波形

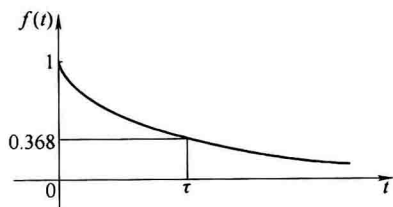


图 1-12 单边指数衰减信号的波形

3. 复指数信号

复指数信号 (Complex Exponential Signal) 的数学表示式为

$$f(t) = Ke^{st}, t \in \mathbf{R} \quad (1-5)$$

式中, $s = \sigma + j\omega_0$; K 一般为实数, 也可以为复数。

利用欧拉公式可以将式 (1-5) 展开为

$$f(t) = Ke^{st} = Ke^{(\sigma + j\omega_0)t} = Ke^{\sigma t} \cos(\omega_0 t) + jKe^{\sigma t} \sin(\omega_0 t) \quad (1-6)$$

式 (1-6) 表明, 一个复指数信号可以分解为实部和虚部两个部分。实部和虚部分别为幅度按指数规律变化的正弦信号。若 $\sigma < 0$, 复指数信号的实部和虚部为衰减正弦信号, 波形如图 1-13a 和 b 所示; 若 $\sigma > 0$, 复指数信号的实部和虚部为增幅正弦信号, 波形如图 1-13c、d 所示。若 $\sigma = 0$, 则复指数信号为虚指数信号, 表示为

$$f(t) = Ke^{j\omega_0 t}, t \in \mathbf{R} \quad (1-7)$$

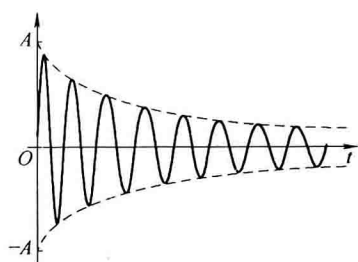
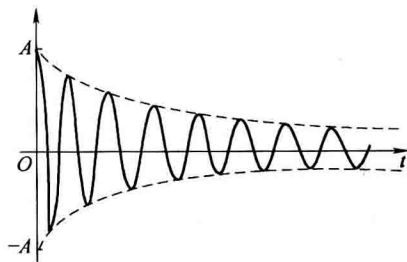
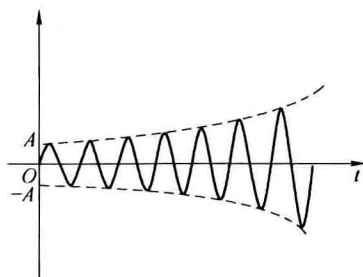
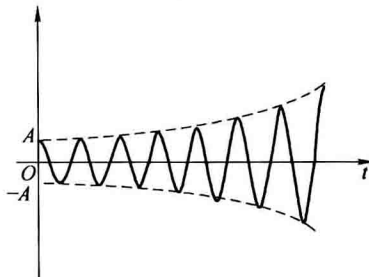
a) $Ae^{\sigma t} \sin \omega_0 t, \sigma < 0$ b) $Ae^{\sigma t} \cos \omega_0 t, \sigma < 0$ c) $Ae^{\sigma t} \sin \omega_0 t, \sigma > 0$ d) $Ae^{\sigma t} \cos \omega_0 t, \sigma > 0$

图 1-13 复指数信号的实部和虚部

虚指数信号的一个重要特性是它具有周期性。另外，同正弦信号一样，虚指数信号对时间的微分和积分，仍是同周期的虚指数信号。同样，虚指数信号可以表示相同周期的正弦信号，即

$$\cos(\omega_0 t) = \frac{1}{2}(e^{j\omega_0 t} + e^{-j\omega_0 t})$$

$$\sin(\omega_0 t) = \frac{1}{2j}(e^{j\omega_0 t} - e^{-j\omega_0 t})$$

若 $\omega_0 = 0$ ，复指数信号成为一般的实指数信号。若 $\sigma = 0$ 且 $\omega_0 = 0$ ，则复指数信号的实部与虚部均与时间无关，成为直流信号。

复指数信号在物理上是不可实现的，但是概括了多种情况。实际物理利用复指数信号可以表示常见的基本信号，如直流信号、指数信号、正弦信号等。利用复指数信号可以使许多运算和分析简化。

4. 抽样函数 (Sampling Function)

在通信及信号处理的许多应用中，经常会遇到抽样信号，其定义为

$$\text{Sa}(t) = \frac{\sin t}{t} \quad (1-8)$$

抽样信号的波形如图 1-14 所示。观察可知，这是一个偶函数，在 t 的正、负两方向振幅都逐渐衰减，当 $t = \pm\pi, \pm 2\pi, \pm 3\pi, \dots$ 时，函数值为零。

$\text{Sa}(t)$ 函数具有如下性质：

$$\int_0^{\infty} \text{Sa}(t) dt = \frac{\pi}{2}$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} \text{Sa}(t) dt = \pi$$

与 $\text{Sa}(t)$ 函数类似的还有 $\text{sinc}(t)$ 函数，其表示式为

$$\text{sinc}(t) = \frac{\sin(\pi t)}{\pi t}$$

5. 高斯函数 (Gaussian Function)

高斯函数又称为钟形脉冲函数，其定义式为

$$f(t) = E e^{-(t/\tau)^2} \quad (1-9)$$

高斯函数的波形如图 1-15 所示，它是一个单调下降的偶函数。式中，参数 τ 是当 $f(t)$ 由最大值 E 下降为 $0.78E$ 时，所占据的时间宽度。

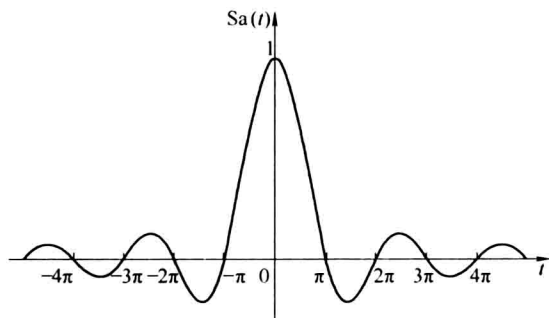


图 1-14 抽样信号的波形

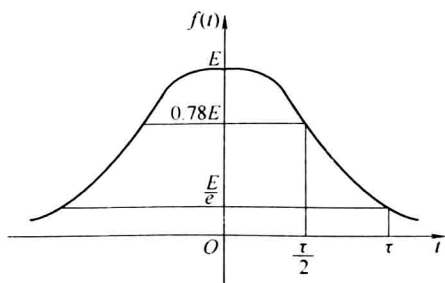


图 1-15 高斯函数的波形

1.2.1.2 常用奇异信号及其特性

在信号与线性系统分析中,除上述几种常用基本信号之外,还有一类基本信号,其本身具有很简单的数学形式,它们属于连续信号,但是其本身包含不连续点,或其导数与积分存在不连续点,而且不能以一般函数的概念来定义,而只能以“广义函数”的概念来研究。由于这类信号的各阶导数不都是有限值,所以通常把这类信号称为奇异信号或奇异函数。下面介绍几种常见的奇异信号:单位斜坡信号,单位阶跃信号、单位冲激信号和单位冲激偶等。

1. 单位斜坡信号

斜坡信号定义为从某一时刻开始,随时间正比例增长的信号。如增长的斜率是1,即为单位斜坡信号,用 $R(t)$ 表示。单位斜坡信号的波形如图 1-16a 所示,数学表达式为

$$R(t) = \begin{cases} 0 & (t < 0) \\ t & (t \geq 0) \end{cases} \quad (1-10)$$

如果将起始点移至 t_0 ,如图 1-16b 所示,得到延时 t_0 的单位斜坡函数,表达式为

$$R(t-t_0) = \begin{cases} 0 & (t < t_0) \\ t-t_0 & (t \geq t_0) \end{cases} \quad (1-11)$$

如果要求的斜率不是 1 而是 K (K 为大于零的常数),则可写成 $KR(t)$ 。另外,将时间变量展缩也可以表示斜率的变化,如 $KR(t)$ 和 $R(Kt)$ 都代表斜率为 K 的斜坡信号。

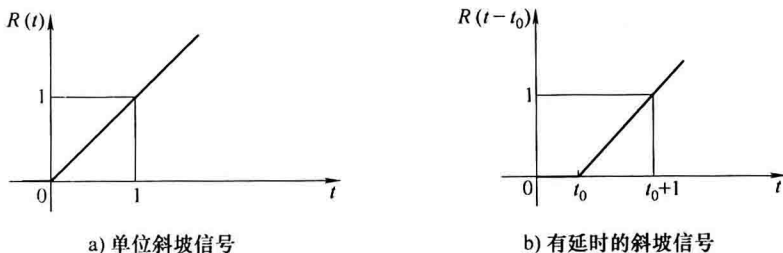


图 1-16 斜坡信号的波形

2. 单位阶跃信号

单位阶跃信号描述了某些物理对象从一个状态到另一个状态可以瞬时完成的过程。例如,使用无惰性开关接通电源时电压的变化情况。阶跃信号以符号 $u(t)$ 表示。它的数学表达式为

$$u(t) = \begin{cases} 0 & t < 0 \\ 1 & t > 0 \end{cases} \quad (1-12)$$

单位阶跃函数的定义是零时刻前,其值为零;零时刻后,其值为 1。阶跃信号 $u(t)$ 在 $t=0$ 处存在间断点,在此点前 $u(t)$ 没有定义。单位阶跃信号的波形如图 1-17a 所示,

如果跳变点移至 t_0 ,如图 1-17b 所示,表示式为

$$u(t-t_0) = \begin{cases} 0 & t < t_0 \\ 1 & t > t_0 \end{cases} \quad (1-13)$$

如果跳变值不是 1 而是 E ,则可写作 $Eu(t)$ 。

容易证明,单位阶跃信号与单位斜坡信号有下列关系: