高等院校21世纪课程教材辅导用书

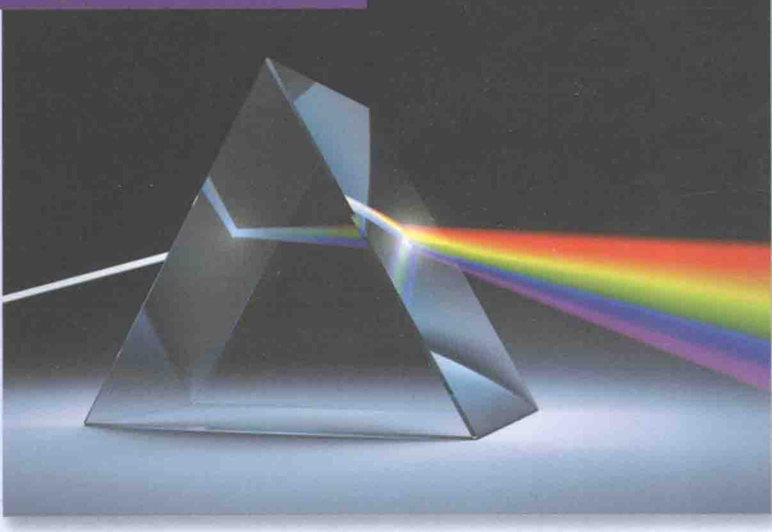
Reference Books of College Textbook Series for 21st Century

大学物理学

（第3版）

学习与解题指导

韩家骅 张子云 主编



北京师范大学出版集团
BEIJING NORMAL UNIVERSITY PUBLISHING GROUP
安徽大学出版社

高等院校21世纪课程教材辅导用书

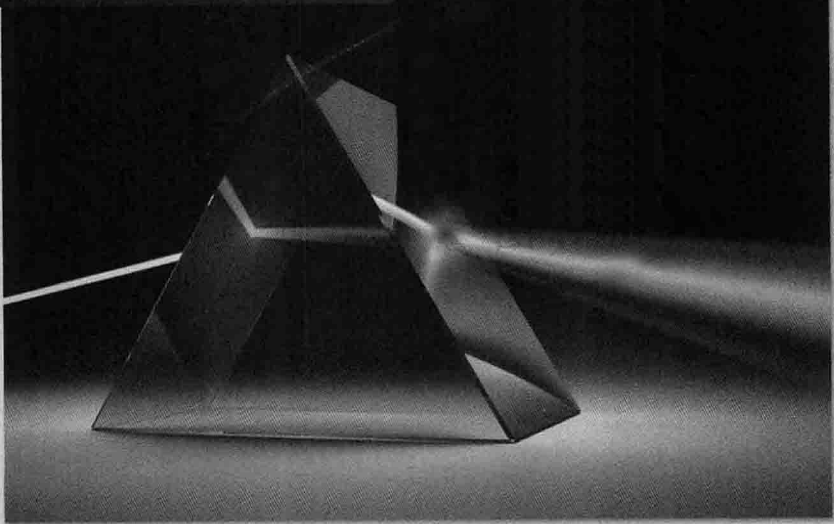
Reference Books of College Textbook Series for 21st Century

大学物理学

（第3版）

学习与解题指导

韩家骅 张子云 主编



北京师范大学出版集团
BEIJING NORMAL UNIVERSITY PUBLISHING GROUP
安徽大学出版社

内容提要

本书是根据韩家骅、汪洪教授主编的《大学物理学(第三版)》教材内容，结合大批专任教师的长期教学经验而编写的. 全书按教材章节顺序编排，分为力学、狭义相对论力学基础、振动、波动、热学、电磁学、几何光学、波动光学、量子物理、核物理与粒子物理和分子与固体等. 每章由[基本要求]、[基本内容]、[典型例题]和[习题分析与解答]组成，内容由浅入深，难度适宜. 书后附有物理学各部分模拟试题，可方便学生期末考试以及研究生入学考试的复习.

本书可作为普通高等院校非物理类专业学生的辅导书和自学参考书，也可供相关教师在教学中参考.

图书在版编目(CIP)数据

大学物理学(第三版)学习与解题指导/韩家骅，张子云主编. —3 版.
—合肥:安徽大学出版社，2015.1

ISBN 978-7-5664-0888-4

Ⅰ. ①大… Ⅱ. ①韩… ②张… Ⅲ. ①物理学—高等学校—教学参考资料 Ⅳ. ①O4

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2015)第 005341 号

大学物理学(第三版)学习与解题指导　　韩家骅　张子云 主编

出版发行:北京师范大学出版集团
安 徽 大 学 出 版 社
(安徽省合肥市肥西路 3 号 邮编 230039)
www.bnupg.com.cn
www.ahupress.com.cn

印　　刷:合肥现代印务有限公司
经　　销:全国新华书店
开　　本:170mm×228mm
印　　张:21.25
字　　数:370 千字
版　　次:2015 年 1 月第 3 版
印　　次:2015 年 1 月第 1 次印刷
定　　价:35.00 元
ISBN 978-7-5664-0888-4

策划编辑:刘中飞　武溪溪　　装帧设计:李　军
责任编辑:武溪溪　刘中飞　　美术编辑:李　军
责任校对:程中业　　责任印制:赵明炎

前 言

本书是根据韩家骅、汪洪教授主编的高等院校21世纪课程教材《大学物理学(第三版)》的内容和习题而做的分析、指导和题解.所选习题覆盖了教育部“非物理类专业基础物理课程教学指导分委员会”于2011年修订的《大学物理课程教学基本要求》中全部内容,并有少量扩展内容的习题.所选习题尽可能地突出基本训练和联系实际应用的特点,以期能对学生学习能力的提高和科学素养的培养有所帮助.

解答物理问题和习题是学习物理的一种重要方法.解题要有正确的思路,这就要求必须对有关的概念、原理有正确的理解.为此,需要在做题之前对有关内容包括原理和各种知识点进行复习,然后再根据题目所给的具体情况应用概念、原理求解.解题不在“多”,而在“精”.要对自己做的每个题的每一步都能做到有根有据、思路清晰、表达(包括图形、文字说明、公式演算等)准确.将做每一个习题当作一次科学论文的微型训练,这样才会对自己学习能力的提高有很大的帮助.

本书各章的“习题分析与解答”是为了帮助学生应用概念、原理分析解答问题和习题而设计的,并且给出了习题的解题过程和参考答案.每个题目都要自己先设法解答,有困难时可找同学讨论或参看本书的解答,但一定要自己弄清楚解题的思路,求得自己的解答.切不可照抄应付,学习是来不得半点虚假的.

物理学是一门基础学科,只要学习得法,刻苦认真,就能从中学到大量知识,而且能系统性地培养科学思维与科学方法,提高科学素养和激发创新能力.

本书由张子云、张苗、章文、韩家骅、汪洪等老师编写,最后由主编韩家骅和张子云教授统稿、核定.

由于编者的水平有限,疏漏之处在所难免,敬请读者批评指正.

编 者

2015年1月于安徽大学

目录
CONTENTS

模拟试题

模拟试题参考答案

第一章

质点运动学

基本要求

1. 了解描述运动的三个必要条件：参考系（坐标系）、适当的物理模型（质点）、初始条件.

2. 熟练掌握用矢量描述运动的方法，即掌握 $\boldsymbol{r}$、$\Delta\boldsymbol{r}$、$\boldsymbol{v}$、$\boldsymbol{a}$ 的矢量定义式及其在直角坐标系、自然坐标系中的表达式.

3. 能熟练地计算质点在平面内运动时的速度和加速度，以及质点做圆周运动时的角速度、角加速度、切向加速度和法向加速度.

4. 掌握运动合成和相对运动的矢量运算方法和分量解析法，理解伽利略速度变换式，并会用它求简单的质点相对运动问题.

基本要求分为三级：掌握、理解、了解."掌握"要求学生深刻理解，熟练掌握；"理解"要求学生理解和基本掌握；"了解"要求学生一般性地了解，能进行定性分析，知道所涉及的物理量和相关公式.（以下各章相同）

基本内容

一、参考系和坐标系

参考系是指描述物体运动时用作参考的其他物体. 为了定量地说明物体对参考系的位置，需要在该参考系上建立固定的坐标系.

二、描述质点运动的基本物理量

1. 线量

位置矢量：在参考系上选一点向质点所在位置所引的有向线段，简称位矢.

$$\boldsymbol{r} = x\boldsymbol{i} + y\boldsymbol{j} + z\boldsymbol{k}$$

位移矢量（位移）：

$$\Delta\boldsymbol{r} = \boldsymbol{r}_2 - \boldsymbol{r}_1 = (x_2 - x_1)\boldsymbol{i} + (y_2 - y_1)\boldsymbol{j} + (z_2 - z_1)\boldsymbol{k}$$

速度：

$$v = \frac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{i} + \frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{j} + \frac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{k}$$

加速度：

$$\boldsymbol{a} = \frac{\mathrm{d}\boldsymbol{v}}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}v_x}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{i} + \frac{\mathrm{d}v_y}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{j} + \frac{\mathrm{d}v_z}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{k} = \frac{\mathrm{d}^2 x}{\mathrm{d}t^2}\boldsymbol{i} + \frac{\mathrm{d}^2 y}{\mathrm{d}t^2}\boldsymbol{j} + \frac{\mathrm{d}^2 z}{\mathrm{d}t^2}\boldsymbol{k}$$

一般地

$$|\Delta\boldsymbol{r}| \neq \Delta r, |\Delta\boldsymbol{v}| \neq \Delta v$$

其中，$|\Delta\boldsymbol{r}| = |\boldsymbol{r}_2 - \boldsymbol{r}_1|$，$\Delta r = |\boldsymbol{r}_2| - |\boldsymbol{r}_1|$；$|\Delta\boldsymbol{v}| = |\boldsymbol{v}_2 - \boldsymbol{v}_1|$，$\Delta v = |\boldsymbol{v}_2| - |\boldsymbol{v}_1|$.

注意：位矢、位移、速度、加速度都具有矢量性、瞬时性、叠加性和相对性.

2. 角量

角坐标：θ

角位移：$\Delta\theta = \theta_2 - \theta_1$

角速度：$\omega = \dfrac{\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}t}$

角加速度：$\alpha = \dfrac{\mathrm{d}\omega}{\mathrm{d}t} = \dfrac{\mathrm{d}^2\theta}{\mathrm{d}t^2}$

3. 圆周运动

$$\boldsymbol{a} = \boldsymbol{a}_n + \boldsymbol{a}_t, a_n = \frac{v^2}{r} = r\omega^2, a_t = \frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} = r\alpha$$

4. 运动方程

质点是力学中经过简化有一定适用范围的理想模型. 质点的位置可用给定坐标系中的坐标和位置矢量表示. 表示质点位置随时间变化的函数关系式称为运动方程.

$$\boldsymbol{r} = \boldsymbol{r}(t) \quad 或 \quad \begin{cases} x = x(t) \\ y = y(t) \\ z = z(t) \end{cases}$$

5. 相对运动

伽利略坐标变换：

$$\boldsymbol{r} = \boldsymbol{r}' + R = \boldsymbol{r}' + \boldsymbol{u}t$$
$$t = t'$$

速度变换：

$$\boldsymbol{v} = \boldsymbol{v}' + \boldsymbol{u}$$

加速度变换：

$$\boldsymbol{a} = \boldsymbol{a}'$$

典型例题

例 1－1　某质点的运动学方程为 $\boldsymbol{r}=-10\boldsymbol{i}+15t\boldsymbol{j}+5t^2\boldsymbol{k}$，式中 $\boldsymbol{r}$ 的单位为 m，t 的单位为 s. 当 $t=0,1$ s 时，试求：

(1)质点的速度；

(2)质点的加速度.

解　(1)根据

$$\boldsymbol{v}=\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{i}+\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{j}+\frac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{k}$$

可得

$$\boldsymbol{v}=15\boldsymbol{j}+10t\boldsymbol{k}$$

$$v=\sqrt{v_x^2+v_y^2+v_z^2}=\sqrt{225+100t^2}$$

$$\cos\alpha_v=0,\cos\beta_v=\frac{15}{v},\cos\gamma_v=\frac{10t}{v}$$

当 $t=0$ 时，$v=15$ m/s，$\cos\alpha_v=0$，$\cos\beta_v=1$，$\cos\gamma_v=0$.

当 $t=1$ 时，$v=18.03$ m/s，$\cos\alpha_v=0$，$\cos\beta_v=0.832$，$\cos\gamma_v=0.555$.

(2)根据

$$\boldsymbol{a}=\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{v}}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{d}^2\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t^2}=10\boldsymbol{k}$$

$$a=10\ \mathrm{m/s^2},\cos\alpha_a=0,\cos\beta_a=0,\cos\gamma_a=1.$$

可见质点做 $a=10$ m/s² 的匀加速运动，加速度方向沿 z 轴.

例 1－2　甲乙两船同时航行，甲以 3 m/s 的速度向东行驶，乙以 2 m/s 的速度向南行驶. 问从乙船的人来看，甲的速度是多少？方向如何？反之，从甲船的人来看，乙的速度又是多少？方向如何？

解　从乙船的人来看

$$\boldsymbol{v}_{甲对乙}=\boldsymbol{v}_{甲对水}+\boldsymbol{v}_{水对乙}$$

如图 1－1 所示.

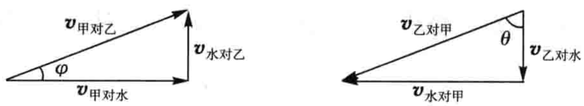


图 1－1　例题 1－2 图

$$v^2_{甲对乙}=v^2_{甲对水}+v^2_{水对乙}$$

所以

$$v_{甲对乙} = \sqrt{3^2 + 2^2}\ \text{m/s} \approx 3.61\ \text{m/s}$$

$$\tan\varphi = \frac{2}{3} \approx 0.67,\quad \varphi \approx 33.69^\circ$$

即东偏北 33.69°.

从甲船的人来看

$$\boldsymbol{v}_{乙对甲} = \boldsymbol{v}_{乙对水} + \boldsymbol{v}_{水对甲}$$

所以

$$v_{乙对甲} = \sqrt{2^2 + 3^2}\ \text{m/s} \approx 3.61\ \text{m/s}$$

$$\tan\theta = \frac{3}{2} = 1.50,\quad \theta \approx 56.31^\circ$$

即南偏西 56.31°.

习题分析与解答

一、选择题

1－1 一质点沿 x 轴运动的规律是 $x=t^2-4t+5$,式中 x 的单位为 m,t 的单位为 s,则前 3 s 内,它的 ( )

(A)位移和路程都是 3 m (B)位移和路程都是－3 m

(C)位移是－3 m,路程是 3 m (D)位移是－3 m,路程是 5 m

分析 位移和路程是两个不同的概念. 位移是矢量,路程是标量. 只有质点做直线运动且运动方向不改变时,位移的大小才会与路程相等. 质点在 Δt 时间内位移的大小 Δx 可直接由运动方程得到:$\Delta x=x_t-x_0$,而求路程时,就必须注意到质点在运动过程中可能改变运动方向,为此需根据$\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}=0$ 来确定其运动方向改变的时刻 t_p,求出 $0\sim t_p$ 和 $t_p\sim t$ 时间内的位移大小 Δx_1 和 Δx_2,则 Δt 时间内的位移 $\Delta x=\Delta x_1+\Delta x_2$,路程 $S=|\Delta x_1|+|\Delta x_2|$,此时,位移的大小和路程就不同了.

解 由$\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}=2t-4=0$ 得 $t_p=2$ s,则有

$$\Delta x_1 = x_2 - x_0 = -4\ \text{m},\ \Delta x_2 = x_3 - x_2 = 1\ \text{m}$$

所以 $\Delta x = \Delta x_1 + \Delta x_2 = -3\ \text{m},\ S = |\Delta x_1| + |\Delta x_2| = 5\ \text{m}$

故应选(D).

1－2　质点沿轨道 AB 做曲线运动，速率逐渐减小，图 1－2 中哪一种情况正确地表示了质点在 C 处的加速度？　（　）

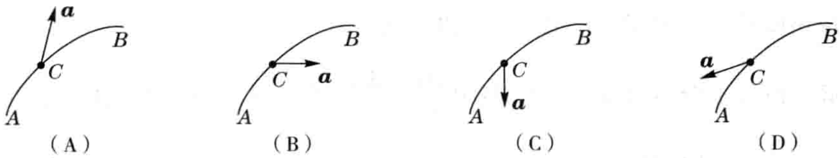


图 1－2　习题 1－2 图

分析与解　质点做曲线运动时加速度总是指向轨迹曲线凹的一边，这就排除了(A)、(D)两种情况，再根据题意，速率逐渐减小，则加速度的切向分量 $\boldsymbol{a}_t$ 应与质点运动方向相反，故应选(C).

1－3　质点做平面曲线运动，运动方程为 $x=x(t)$，$y=y(t)$，位置矢量的大小为 $|\boldsymbol{r}|=r=\sqrt{x^2+y^2}$，则　（　）

(A)质点的运动速度是 $\dfrac{\mathrm{d}r}{\mathrm{d}t}$　　(B)质点的运动速率是 $v=\dfrac{\mathrm{d}|\boldsymbol{r}|}{\mathrm{d}t}$

(C) $\left|\dfrac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t}\right|=|\boldsymbol{v}|$　　(D) $\left|\dfrac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t}\right|$ 既可大于 $|\boldsymbol{v}|$，也可小于 $|\boldsymbol{v}|$

分析　这里要注意搞清 $|\Delta\boldsymbol{r}|$ 与 Δr 的区别，速度与速率的区别，$\left|\dfrac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t}\right|$ 与 $\dfrac{\mathrm{d}r}{\mathrm{d}t}$ 的区别. 从运动学的观点看，$|\Delta\boldsymbol{r}|$ 是位移的大小，可以表示为

$$|\Delta\boldsymbol{r}|=|\boldsymbol{r}_2-\boldsymbol{r}_1|$$

而 Δr 是质点位置的径向增量，它可以表示为 $\Delta r=|\boldsymbol{r}_2|-|\boldsymbol{r}_1|$，它反映了质点的空间位置沿径向的变化量.

在物理学中，速度与速率有概念上的区别，速度定义为 $\boldsymbol{v}=\dfrac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t}$，即单位时间内的位移，它反映质点空间位置变化的快慢和方向，是个矢量. 速率定义为 $v=\dfrac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}t}$，即单位时间内的路程，它反映质点沿轨道移动的快慢，是个标量. 一般来说，位移的大小并不等于相应的曲线路程，故平均速度的大小与平均速率通常并不相等. 但对于微小位移来说，则有 $|\mathrm{d}\boldsymbol{r}|=\mathrm{d}s$，所以瞬时速度的大小总是等于瞬时速率的. 必须明确，从概念上讲速度与速率的关系并非矢量与它的模的关系. 速度 $\boldsymbol{v}$ 的大小 $\left|\dfrac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t}\right|$ 总等于瞬时速率 $\dfrac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}t}$，但不能认为 $\dfrac{\mathrm{d}r}{\mathrm{d}t}$ 就是速度的大小，亦即速率，即

$$v=\frac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}t}=\left|\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t}\right|\neq\frac{\mathrm{d}r}{\mathrm{d}t}$$

$\frac{\mathrm{d}r}{\mathrm{d}t}$的物理意义,在平面极坐标中清楚地表示出来:$\boldsymbol{v}=\boldsymbol{v}_r+\boldsymbol{v}_\theta=\frac{\mathrm{d}r}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{r}_0+r\frac{\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{\theta}_0$,即$\frac{\mathrm{d}r}{\mathrm{d}t}$是速度的一个分量——径向速度的大小.

解 由以上分析可知(A)和(B)中$\frac{\mathrm{d}r}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{d}|\boldsymbol{r}|}{\mathrm{d}t}$不是质点的速度,也不是质点运动的速率,只是速度的径向分量的大小;(D)中$\left|\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t}\right|$就是质点运动的速率$|\boldsymbol{v}|$,所以应选(C).

1-4 某人以 4 km/h 的速率向东前进时,感觉风从正北吹来,如将速率增加 1 倍,则感觉风从东北方向吹来.实际风速与风向为 ( )

(A)4 km/h,从北方吹来 (B)4 km/h,从西北方吹来

(C)$4\sqrt{2}$ km/h,从东北方吹来 (D)$4\sqrt{2}$ km/h,从西北方吹来

分析 这是相对运动问题,关键要掌握速度变换公式 $\boldsymbol{v}_{绝对}=\boldsymbol{v}_{相对}+\boldsymbol{v}_{牵连}$.

解 以地面为基本参考系K,人为运动参考系K',$\boldsymbol{v}_{AK}$为所要求的风相对于地面的速度.根据题给条件,按速度变换公式即可求得 $v_{AK}=4\sqrt{2}$ km/h,为西北风,故应选(D).

二、填空题

1-5 一物体做如图 1-3 所示的斜抛运动,测得在轨道P点处速度大小为v,其方向与水平方向成30°角.则物体在P点的切向加速度$a_t=$________,轨道的曲率半径$\rho=$________.

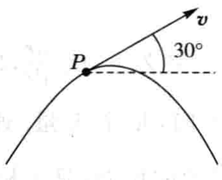


图 1-3 习题 1-5 图

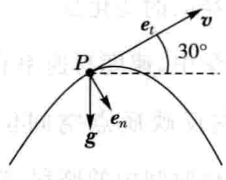


图 1-4 习题 1-5 解图

分析与解 以P点为坐标原点取自然坐标系,如图 1-4 所示,将$\boldsymbol{g}$分解为切向分量和法向分量,则得:$a_t=-g\sin30°$,$\rho=\frac{v^2}{g\cos30°}$.

1-6 试说明质点做何种运动时,将出现下述各种情况($v\neq0$).

(A)$a_t\neq0$,$a_n\neq0$;________________.

(B)$a_t\neq0$,$a_n=0$;________________.

(C)$a_t=0$,$a_n\neq0$;________________.

解　根据加速度的作用，可知当 $a_t \neq 0, a_n \neq 0$ 时，质点做变速曲线运动；当 $a_t \neq 0, a_n = 0$ 时，质点做变速直线运动；当 $a_t = 0, a_n \neq 0$ 时，质点做匀速曲线运动.

1—7　AB 杆以匀速 $\boldsymbol{u}$ 沿 x 轴正方向运动，带动套在抛物线（$y^2=2px, p>0$）导轨上的小环，如图 1—5 所示. 已知$t=0$时，AB 杆与 y 轴重合，则小环 C 的运动轨迹方程为________，运动方程为 $x=$________，$y=$________，速度为 $\boldsymbol{v}=$__________，加速度为 $\boldsymbol{a}=$__________.

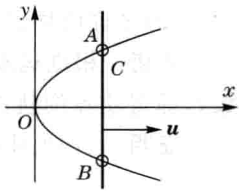


图 1—5　习题 1—7 图

解　因为小环在抛物线（$y^2=2px, p>0$）导轨上运动，所以它的轨迹方程为 $y=\sqrt{2px}$，其运动方程为

$$\begin{cases} x = ut \\ y = \sqrt{2put} \end{cases}$$

根据速度的定义，可得

$$\boldsymbol{v} = \frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{i} + \frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{j} = u\boldsymbol{i} + \sqrt{\frac{pu}{2t}}\boldsymbol{j}$$

则加速度为

$$\boldsymbol{a} = \frac{\mathrm{d}\boldsymbol{v}}{\mathrm{d}t} = -\sqrt{\frac{pu}{8t^3}}\boldsymbol{j}$$

1—8　一质点沿半径为 0.2 m 的圆周运动，其角位置随时间的变化规律是 $\theta=6+5t^2$，式中 θ 的单位是 rad，t 的单位是 s. 在$t=2$ s时，它的法向加速度 $a_n=$________；切向加速度 $a_t=$________.

解　由运动方程 $\theta=6+5t^2$，可得

$$\omega = \frac{\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}t} = 10t, \alpha = \frac{\mathrm{d}\omega}{\mathrm{d}t} = 10\ \mathrm{rad/s^2}$$

再根据线量与角量之间的关系，有

$$a_n = r\omega^2 = 0.2 \times (10t)^2 = 20t^2$$

$$a_t = r\alpha = 0.2 \times 10 = 2$$

所以 $t=2$ s 时，$a_n=80\ \mathrm{m/s^2}$，$a_t=2\ \mathrm{m/s^2}$.

1—9　甲船以 $v_1=10$ m/s 的速度向南航行，乙船以 $v_2=10$ m/s 的速度向东航行，则甲船上的人观察乙船的速度大小为________，向________航行.

解　根据速度变换公式，可求得

$$v_{乙甲} = 10\sqrt{2}\ \mathrm{m/s}$$

方向东偏北 45°，即指向东北方向.

三、计算与证明题

1—10　已知质点的运动方程为 $\boldsymbol{r}=A_1\cos\omega t\boldsymbol{i}+A_2\sin\omega t\boldsymbol{j}$，式中 r 的单位为 m，

t 的单位为 s,ω 的单位为 rad/s,其中 A_1、A_2、ω 均为正的常量.

(1)试证明质点的运动轨迹为一椭圆;

(2)试证明质点的加速度恒指向椭圆中心.

分析 根据运动方程可直接写出其分量式 $x=x(t)$ 和 $y=y(t)$,从中消去参数 t,即得质点的轨迹方程,直接对运动方程求二阶导数,即得质点的加速度.

证明 (1)由质点的运动方程可知其直角坐标分量式为

$$x = A_1\cos\omega t$$
$$y = A_2\sin\omega t$$

消去 t 即得轨迹方程

$$\frac{x^2}{A_1^2}+\frac{y^2}{A_2^2}=1$$

这是一椭圆方程,故得证.

(2)由加速度的定义式,得

$$\boldsymbol{a}=\frac{\mathrm{d}^2\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t^2}=-A_1\omega^2\cos\omega t\boldsymbol{i}-A_2\omega^2\sin\omega t\boldsymbol{j}=-\omega^2\boldsymbol{r}$$

这表明 $\boldsymbol{a}$ 恒指向椭圆中心.

1-11 一质点沿 x 轴运动,坐标与时间的变化关系为 $x=4t-2t^3$,式中 x 的单位为 m,t 的单位为 s. 试计算:

(1)在最初 2 s 内的平均速度,2 s 末的速度;

(2)1 s 末到 3 s 末的位移和平均速度;

(3)1 s 末到 3 s 末的平均加速度,此平均加速度是否可以用 $\bar{a}=\dfrac{a_1+a_2}{2}$ 计算;

(4)3 s 末的加速度.

分析 平均速度反映质点在一段时间内位置的变化率,即 $\boldsymbol{v}=\dfrac{\Delta\boldsymbol{r}}{\Delta t}$,它与时间间隔 Δt 的大小有关,当 $\Delta t\to 0$ 时,平均速度的极限即为瞬时速度 $\boldsymbol{v}=\dfrac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t}$. 同样,平均加速度为 $\bar{\boldsymbol{a}}=\dfrac{\Delta\boldsymbol{v}}{\Delta t}$,瞬时加速度为 $\boldsymbol{a}=\dfrac{\mathrm{d}\boldsymbol{v}}{\mathrm{d}t}$.

解 (1)在最初 2 s 内的平均速度为

$$\bar{v}=\frac{x(2)-x(0)}{\Delta t}=-4\ \mathrm{m/s}$$

方向沿 x 轴负方向.

由速度的定义,有

$$v=\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}=4-6t^2$$

因此，2 s 末的速度为 $v(2)=-20\ \mathrm{m/s}$，方向沿 x 轴负方向.

(2)1 s 末到 3 s 末的位移为

$$\Delta x = x(3) - x(1) = -44\ \mathrm{m}$$

方向沿 x 轴负方向.

平均速度

$$\bar{v} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = -22\ \mathrm{m/s}$$

方向沿 x 轴负方向.

(3)1 s 末到 3 s 末的平均加速度

$$\bar{a} = \frac{v(3) - v(1)}{\Delta t} = -24\ \mathrm{m/s^2}$$

方向沿 x 轴负方向.

因为 $a=-12t$ 与 t 呈线性关系，所以能用 $a=\dfrac{a_1+a_2}{2}$计算.

(4)由 $a=\dfrac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}=-12t$ 知，用 $t=3$ s 代入可得 3 s 末的加速度，即

$$a(3) = -36\ \mathrm{m/s^2}$$

方向沿 x 轴负方向.

1－12　一质点沿 x 轴做直线运动，其加速度为 $a=20+4x$. 已知当 $t=0$ 时，质点位于坐标原点，速度为 10 m/s，即 $x_0=0, v_0=10\ \mathrm{m/s}$，求质点的运动方程.

分析　该题属于质点运动学的第二类问题，即已知速度或加速度的表达式 $\boldsymbol{v}=\boldsymbol{v}(t)$ 或 $\boldsymbol{a}=\boldsymbol{a}(t)$，求运动方程 $\boldsymbol{r}=\boldsymbol{r}(t)$，它是第一类问题的逆过程，是一段时间内运动量的积累. 处理这类问题，必须在给定的初始条件下，采用积分的方法来解决.

解　由加速度的定义及已知条件，有

$$a = \frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} = 20 + 4x$$

式中 v, t, x 均为变量，无法直接进行积分，需做恒等变换

$$a = \frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}x}\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} = v\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}x}$$

分离变量，并积分

$$\int_{10}^{v} v\mathrm{d}v = \int_{0}^{x} (20 + 4x)\mathrm{d}x$$

解得

$$v = 2(x + 5)$$

又

$$v = \frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} = 2(x+5)$$

分离变量,并积分

$$\int_0^x \frac{\mathrm{d}x}{x+5} = 2\int_0^t \mathrm{d}t$$

解得

$$\ln\frac{x+5}{5} = 2t,\text{即 } x = 5(\mathrm{e}^{2t}-1)$$

1—13 一质点沿 x 轴做直线运动,其运动方程为 $x=3t^2+10t$,式中 x 的单位为 m,t 的单位为 s.

(1)若将坐标原点 O 沿 x 轴正方向移动 2 m,则运动方程将如何变化?质点的初速度有无变化?

(2)若将计时起点前移 1 s,则运动方程又将如何变化?初始坐标和初始速度将发生怎样的变化?加速度有无变化?

分析 本题是讨论坐标原点的改变或计时起点的改变对质点运动的描述有无影响,关键在于找出函数关系

$$x = f(x'),t = f(t)$$

将其代入运动方程,即得改变后的运动方程.因为掌握了运动方程,也就掌握了运动的全貌,所以问题即得以解决.

解 (1)设质点在新旧两个坐标系中的位置坐标分别为 x' 和 x,如图 1—6 所示.它们之间的关系为

$$x = x' + 2$$

代入运动方程,得

$$x' = 3t^2 + 10t - 2$$

这就是新坐标系中的运动方程.

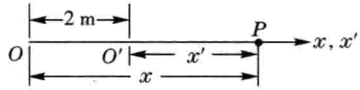


图 1—6 习题 1—13 解图

质点在新、旧坐标系中的速度分别为

$$v' = \frac{\mathrm{d}x'}{\mathrm{d}t} = 6t + 10$$

$$v = \frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} = 6t + 10$$

即两者速度相同,显然初速度也相同,$t=0$ 时,有

$$v_0' = v_0 = 10\ \mathrm{m/s}$$

(2)设在新、旧两个计时起点情况下的时间参数分别为 t' 和 t,现将计时起点前移 1 s,则有

$$t = t' - 1$$

将此结果代入运动方程，得

$$x' = 3(t'-1)^2 + 10(t'-1)$$

整理，得

$$x' = 3t'^2 + 4t' - 7$$

这就是在新计时起点情况下的运动方程.

这时的速度为

$$v' = \frac{dx'}{dt} = 6t' + 4$$

初始条件为

$$x'_0 = -7\ \text{m}, v'_0 = 4\ \text{m/s}$$

加速度为

$$a' = a = 6\ \text{m/s}^2$$

可见，计时起点的改变将引起运动的初始条件发生变化，但对加速度没有影响.

1－14 质点 P 在水平面内沿一半径为 $R=1$ m 的圆轨道转动，转动的角速度 ω 与时间 t 的函数关系为 $\omega=kt^2$. 已知 $t=2$ s 时，质点 P 的速率为 16 m/s. 试求 $t=1$ s 时，质点 P 的速率与加速度的大小.

分析 本题需要掌握 $v=R\omega, a_t=\frac{dv}{dt}, a_n=\frac{v^2}{R}$ 等关系以及加速度大小的计算公式：$a=\sqrt{a_t^2+a_n^2}$.

解 由 $v=R\omega=Rkt^2$，得

$$k = \frac{v}{Rt^2} = \frac{16}{1\times 2^2}\ \text{s}^{-3} = 4\ \text{s}^{-3}$$

P 点的速度为 $v=4t^2, a_t=\frac{dv}{dt}=8t, a_n=\frac{v^2}{R}=\frac{(4t^2)^2}{R}=16t^4$.

故，$t=1$ s 时

$$v = 4\ \text{m/s}, a_t = 8\ \text{m/s}^2, a_n = 16\ \text{m/s}^2$$

$$a = \sqrt{a_t^2 + a_n^2} = \sqrt{8^2 + 16^2}\ \text{m/s}^2 \approx 17.9\ \text{m/s}^2$$

1－15 设河面宽 $l=1$ km，河水由北向南流动，流速 $v=2$ m/s，有一船相对于河水以 $v'=1.5$ m/s的速率从西岸驶向东岸.

(1)如果船头与正北方向成 $\alpha=15°$角，船到达对岸要花多少时间？到达对岸时，船在下游何处？

(2)如果要使船相对于岸走过的路程为最短，船头与河岸的夹角为多大？到达对岸时，船又在下游何处？要花多少时间？