

权威 实用 经典




2016

考研历届数学 真题题型解析 (数学三)

主编 / 黄先开 曹显兵

- ✓ 分类解析2003—2015年全部真题
- ✓ 章章总结，将历年试题题型、分值分布情况分别列表，考试重点清晰可见
- ✓ 题题精解，有分析，有评注，多种解法、多种思路
- ✓ 13年试卷附录在后，供考生自测之用

考研历届数学

真题题型解析(数学三)

主 编 黄先开 曹显兵

副主编 施明存 殷先军

中国人民大学出版社

· 北京 ·

图书在版编目 (CIP) 数据

考研历届数学真题题型解析. 数学三/黄先开, 曹显兵主编. —北京: 中国人民大学出版社, 2015. 1
ISBN 978-7-300-20803-9

I. ①考… II. ①黄…②曹… III. ①高等数学-研究生-入学考试-题解 IV. ①O13-44

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2015) 第 025043 号

考研历届数学真题题型解析 (数学三)

主 编 黄先开 曹显兵

Kaoyan Lijie Shuxue Zhenti Tixing Jiexi (Shuxue San)

出版发行 中国人民大学出版社

社 址 北京中关村大街 31 号

邮政编码 100080

电 话 010-62511242 (总编室)

010-62511770 (质管部)

010-82501766 (邮购部)

010-62514148 (门市部)

010-62515195 (发行公司)

010-62515275 (盗版举报)

网 址 <http://www.crup.com.cn>

<http://www.lkao.com.cn> (中国 1 考网)

经 销 新华书店

印 刷 北京七色印务有限公司

规 格 185 mm×260 mm 16 开本

版 次 2015 年 2 月第 1 版

印 张 22.5

印 次 2015 年 2 月第 1 次印刷

字 数 512 000

定 价 42.00 元

版权所有 侵权必究

印装差错 负责调换

前言

自从 1987 年全国工学、经济学硕士研究生入学数学实行统一考试以来,至今已 28 年,共命制试卷近百份,有上千道试题。这些试题是参加命题的专家、教授的智慧 and 劳动的结晶,它既反映了《数学考试大纲》对考生数学知识、能力和水平的要求,展示出统考以来数学考试的全貌,又蕴涵着命题专家在《数学考试大纲》要求下的命题指导思想、原则、特点和趋势,是广大考生和教师了解试题信息、分析命题动态、总结命题规律最直接、最宝贵的第一手资料。

拥有一套内容完整、编排合理、分析透彻、解答规范、总结到位的数学历年真题,是广大准备考研学子的期盼。通过认真分析研究、了解、消化和掌握历年试题,可以发现命题的特点和趋势,找出知识之间的有机联系,总结每部分内容的考查重点、难点,归纳常考典型题型,凝练解题思路、方法和技巧,明确复习方向,从而真正做到有的放矢、事半功倍地进行复习。本书是作者在十多年收集、整理资料和进行考研数学辅导的基础上,通过对历年试题的精心分析研究,并结合授课体会和学生的需要全新编写而成的,相信能够满足考生的要求。

我们认为本书具有以下特点:

1. 内容最全面。汇集了 2003 年以来 13 年的所有试题,便于考生全面系统地把握历年试题的动态变化。在每章后面还将其余类型试卷的相关典型真题作为习题提供,以便考生进一步巩固相关知识,考生有了本书后,也就相当于拥有了其余两类试卷的资料。

2. 题型最丰富。根据考试大纲的要求,每一章节均按题型进行归类,并对每一题型进行了分析、归纳和总结。这样考生可通过题型研究,把握命题特点和命题思路,做到举一反三,触类旁通。另外,对 2003 年以后未考的题型,也特意选了一道往年考题供同学们参考。

3. 解析最详尽。先分析——解题的思路、方法,然后详解——详细、规范的解答过程,再就是评注——解题思路、方法和技巧的归纳总结,所涉及的知识、命题意图和可能延伸的考查情形。对命题思路、解题的重点难点进行这样深入细致的解析,相信有助于考生把握解题规律、拓展分析思路、提炼答题技巧,从而大大提高应试水平。

4. 对照最直接。本书在每部分的开头,先列出了考试大纲规定的内容与要

求，与此相对照再进行题型归类和分析总结，顺序与考试大纲和一般教材一致，便于考生对照复习。

5. 总结最完整。除每类题型均有归纳总结外，每章还有历年考研试题按题型分布和分数的总结，这样可以帮助考生了解每类题型考查的频率、所占的比重，从而发现命题的重点、最常考的题型，以便更有针对性地进行复习。

本书既根据考试内容按章节编排，又提供成套试卷。复习前期建议考生按章节内容与教材、人大社出版的高分复习全书同步进行，后期可将本书作为模拟训练套题使用。尽管本书每题均有详尽的解析，但希望读者不要轻易去查看分析、详解和评注，而一定要自己先动手去进行演练。在每题做完之后，再去看书中的分析、详解和评注，仔细回顾、研究一下自己的分析、思路和解答过程与书中有什么异同；如果存在问题，应尽量查清原因，看看自己是在基本理论、基本概念与基本方法等方面有欠缺，还是在做题技巧、知识的综合与灵活运用等方面掌握不够。**注意，这样的归纳总结过程是必不可少的，其重要性甚至超过做题本身。**整本书都这样复习下来，在掌握基本理论、基本概念和基本方法上，在综合、灵活运用知识和思维能力的训练上，相信读者一定会有质的提高。

本书一方面保留了我们过去编写的历年试题解析图书的优点，同时在这次编写完善过程中，参考了众多相关的教材和复习指导书，在此不一一提及，谨对所有相关的作者表示真诚的谢意。

由于时间比较仓促，加上编者水平所限，书中难免还有不足之处，恳请广大读者批评指正。

成功来源于自信，只要广大考生充满信心，通过脚踏实地的艰苦努力，就一定能够心想事成。

编者

2015年2月于北京

读考研书 找人大社

一、人大社考研英语类图书

书 名	作者	开本	定/估价	计划出版时间
研究生入学考试复试英语口语全书	任林静	16K	36.00	2015.1
考研英语新教程	郭庆民	16K	56.00	2015.1
考研英语模拟考场	郭庆民	16K	39.00	2015.9
历年考研英语真题名家详解	郭庆民	16K	42.00	2015.3
考研英语历年真题全新解读	白洁	16K	45.00	2015.2
考研英语模拟考场及真题精解（英语二）	白洁	16K	22.00	2015.8
考研英语阅读理解高分强化训练 100 篇	白洁	16K	43.00	2015.1
考研英语阅读 200 篇	郭庆民	16K	69.00	2015.1
考研英语阅读 100 篇及历年真题详解（英语二）	郭庆民	16K	39.00	2015.1
考研英语词汇复习指南	谢振元	16K	56.00	2015.1
考研英语高分词汇精记速记	谢振元	32K	48.00	2015.1
考研英语阅读完形翻译全突破	赵小冬 袁秉政	16K	49.00	2015.1
考研英语短文写作及英汉翻译	刘鸿飞 孙艺之	16K	42.00	2015.1
考研英语大纲词汇分类精读笔记	蒋军虎	16K	43.00	2015.1
考研英语大纲核心词汇必备	王建华	16K	32.00	2015.1
2006—2015 十年考研英语真题详解	王建华	16K	22.00	2015.1
考研英语经典专项阅读 120 篇	王建华	16K	66.00	2015.1
考研英语写作经典范文 100 篇	王建华	16K	28.00	2015.6

二、人大社考研政治类图书

书 名	作者	开本	定/估价	计划出版时间
考研政治理论复习导本	李淮春	16K	66.00	2015.1
硕士研究生入学考试思想政治理论课复习指导	余学本等	16K	49.00	2015.1
考研政治 1000 客观题突破 200 核心考点	阳光考研命题研究中心	16K	29.00	2015.1
考研政治真题解析与预测考点背诵	阳光考研命题研究中心	16K	59.00	2015.2
考研政治高分练习题库	阳光考研命题研究中心	16K	52.00	2015.1
考研政治核心考点解析	阳光考研命题研究中心	16K	39.00	2015.1
考研政治 2000 精准金题	阳光考研命题研究中心	16K	46.00	2015.1
考研政治精选实用教程	李海洋	16K	48.00	2015.1
考研政治历年真题精析	李海洋	16K	42.00	2015.1
考研政治考点同步 1200 题	李海洋	16K	36.00	2015.1
考研政治全真模拟 4 套卷	李海洋	16K	12.00	2015.9
考研政治百天辅导教程	芦欣	16K	56.00	2015.1

书 名	作者	开本	定/估价	计划出版时间
考研政治多项选择题强化特训 800 题	芦欣	32K	20.00	2015.2
考研政治十年真题专项超精解	芦欣	16K	48.00	2015.2
考研政治分析题黄金模板 23 例	芦欣	32K	12.00	2015.9
考研政治冲刺必背 36 计	芦欣	32K	12.00	2015.9
考研政治冲刺必备六韬三略——六大密押专题与终极预测 3 套卷	芦欣	32K	20.00	2015.9
考研政治速背 15 天	蔡桂娟	32K	12.00	2014.9
考研政治专题经典教程	蔡桂娟	16K	35.00	2015.2
考研政治 20 年真题大讲评	蔡桂娟	16K	43.00	2015.3

三、人大社考研数学类图书

书 名	作者	开本	定/估价	计划出版时间
考研历届数学真题题型解析（数学一）	黄先开 曹显兵	16K	48.00	2015.1
考研历届数学真题题型解析（数学二）	黄先开 曹显兵	16K	36.00	2015.1
考研历届数学真题题型解析（数学三）	黄先开 曹显兵	16K	42.00	2015.1
考研数学高分复习全书（数学一、二）	黄先开 曹显兵	16K	69.00	2015.1
考研数学高分复习全书（数学三）	黄先开 曹显兵	16K	68.00	2015.1
考研数学最新精选 600 题（经济类）	黄先开 曹显兵	16K	38.00	2015.1
考研数学最新精选 600 题（理工类）	黄先开 曹显兵	16K	46.00	2015.1
考研数学经典冲刺 5 套卷（数学一）	黄先开 曹显兵	16K	12.00	2015.9
考研数学经典冲刺 5 套卷（数学二）	黄先开 曹显兵	16K	12.00	2015.9
考研数学经典冲刺 5 套卷（数学三）	黄先开 曹显兵	16K	12.00	2015.9

四、人大社考研专业课类图书

书 名	作者	开本	定/估价	计划出版时间
考研教育学命题思路及名校真题详解	翔高教育考研 命题研究中心	16K	48.00	已出
考研心理学命题思路及名校真题详解	翔高教育考研 命题研究中心	16K	59.00	已出
考研计算机命题思路及名校真题详解	翔高教育考研 命题研究中心	16K	48.00	已出
考研管理学命题思路及名校真题详解	翔高教育考研 命题研究中心	16K	36.00	已出
考研法学命题思路及名校真题详解	翔高教育考研 命题研究中心	16K	39.00	已出
考研新闻学命题思路及名校真题详解	翔高教育考研 命题研究中心	16K	68.00	已出
考研俄语指南	钱晓蕙	16K	79.00	2015.3
考研日语指南	易友人	16K	58.00	2015.4

五、人大社法硕（1 月份考试）图书

书 名	作者	开本	定/估价	计划出版时间
全国法律硕士专业学位研究生入学联考考试指南（第十四版）	全国法硕指导委员会	16K	119.00	2015.9
2016 年法律硕士联考历年试题汇编	编写组	16K	56.00	2015.9
2016 年法律硕士联考考试大纲配套练习	朱力宇等	16K	76.00	2015.9
2016 年法律硕士联考标准化题库	白文桥等	16K	76.00	2015.3
2016 年法律硕士联考重要知识点深度解析及模拟试卷	法硕联考命题研究组	16K	88.00	2015.9
2016 年法律硕士联考五年真题归类详解及知识清单	北京万国学校	16K	39.00	2015.5
2016 年法律硕士联考重要法条释解	朱力宇等	16K	42.00	2015.5
2016 年法律硕士联考最新试题分析及考点解析	白文桥等	16K	42.00	2015.5
2016 年法律硕士联考专业基础课必备经典案例分析	刘守芬等	16K	39.00	2015.3
2016 年法律硕士联考模拟试卷	朱力宇等	16K	66.00	2015.10
2016 年法律硕士联考大串讲	朱力宇等	16K	62.00	2015.10
2016 年法律硕士联考前最后 5 套题	刘守芬等	16K	29.00	2015.11
2016 年法律硕士联考考点集锦	白文桥	16K	42.00	2015.10
2016 年法律硕士联考专题讲座	郭志京	16K	86.00	2015.6
2016 年法律硕士（法学）联考大纲要点解析及应试策略	白文桥	16K	58.00	2015.4
2016 年法律硕士（法学）联考大纲配套练习	白文桥	16K	68.00	2015.4

中国 1 考网: www.lkao.com.cn

咨询电话: (010) 62515978

咨询信箱: lity@crup.com.cn

读者服务部: (010) 62514148 62516566 (人大院内)

邮购电话: (010) 82501766

目 录

第一部分 微积分

第一章 函数、极限、连续	3
题型 1.1 函数的概念及其特性	3
题型 1.2 极限概念与性质	4
题型 1.3 函数极限的计算	6
题型 1.4 函数极限的逆问题	11
题型 1.5 数列的极限	14
题型 1.6 无穷小量的比较	15
题型 1.7 函数的连续性及间断点的分类	17
本章总结	21
自测练习题	21
自测练习题答案或提示	24
第二章 一元函数微分学	26
题型 2.1 考查导数的定义	26
题型 2.2 利用导数求曲线的切线、法线方程	29
题型 2.3 一般导函数的计算	30
题型 2.4 可导、连续与极限的关系	32
题型 2.5 微分的概念与计算	32
题型 2.6 利用导数确定单调区间与极值	33
题型 2.7 求函数曲线的凹凸区间与拐点	34
题型 2.8 求函数曲线的渐近线	36
题型 2.9 确定函数方程 $f(x) = 0$ 的根	38
题型 2.10 确定方程 $F(x, f(x), f'(x)) = 0$ 的根	39
题型 2.11 微分中值定理的综合应用	40
题型 2.12 利用导数证明不等式	42
题型 2.13 导数在经济上的应用	44
本章总结	48
自测练习题	49
自测练习题答案或提示	53

第三章 一元函数积分学	55
题型 3.1 原函数与不定积分的概念	55
题型 3.2 定积分的基本概念与性质	57
题型 3.3 不定积分的计算	58
题型 3.4 定积分的计算	59
题型 3.5 变限积分	61
题型 3.6 定积分的证明题	63
题型 3.7 反常积分	66
题型 3.8 应用题	66
本章总结	71
自测练习题	72
自测练习题答案或提示	75
第四章 多元函数微分学	78
题型 4.1 基本概念题	78
题型 4.2 二元函数的极限	79
题型 4.3 求复合函数的偏导数和全微分	80
题型 4.4 求隐函数的偏导数和全微分	86
题型 4.5 求多元函数的极值和最值	87
本章总结	91
自测练习题	92
自测练习题答案或提示	95
第五章 重积分	97
题型 5.1 与二重积分性质有关的问题	97
题型 5.2 交换积分顺序或坐标系	98
题型 5.3 选择适当坐标系计算二重积分	100
题型 5.4 利用积分区域的对称性和被积函数的奇偶性计算	104
题型 5.5 分块积分	109
题型 5.6 无界区域上的二重积分	110
题型 5.7 解含有未知函数二重积分的函数方程	111
本章总结	112
自测练习题	112
自测练习题答案或提示	114
第六章 无穷级数	115
题型 6.1 判定数项级数的敛散性	115
题型 6.2 求幂级数的收敛半径、收敛区间及收敛域	120

题型 6.3 求幂级数的和函数	121
题型 6.4 求数项级数的和	126
题型 6.5 将函数展开成幂级数	127
本章总结	128
自测练习题	128
自测练习题答案或提示	131

第七章 常微分方程 133

题型 7.1 一阶微分方程	133
题型 7.2 高阶常系数线性微分方程	137
题型 7.3 求解含变限积分的方程	138
题型 7.4 微分方程的应用	139
题型 7.5 一阶差分方程	141
本章总结	142
自测练习题	142
自测练习题答案或提示	145

第二部分 线性代数

第一章 行列式 149

题型 1.1 利用行列式和矩阵的运算性质计算行列式	149
题型 1.2 利用秩、特征值和相似矩阵等计算行列式	152
本章总结	153
自测练习题	154
自测练习题答案或提示	155

第二章 矩阵 157

题型 2.1 有关逆矩阵的计算与证明	157
题型 2.2 矩阵的乘法运算	159
题型 2.3 解矩阵方程	160
题型 2.4 与初等变换有关的命题	162
题型 2.5 与伴随矩阵 A^* 有关的命题	164
题型 2.6 矩阵秩的计算与证明	165
本章总结	167
自测练习题	168
自测练习题答案或提示	170

第三章 向量 172

题型 3.1 向量的线性组合与线性表示	172
---------------------------	-----

题型 3.2	向量组的线性相关性	175
题型 3.3	求向量组的秩与矩阵的秩	179
本章总结		180
自测练习题		181
自测练习题答案或提示		182
第四章	线性方程组	184
题型 4.1	解的判定、性质和结构	184
题型 4.2	求齐次线性方程组的基础解系、通解	185
题型 4.3	求非齐次线性方程组的通解	187
题型 4.4	抽象方程组的求解问题	195
题型 4.5	有关基础解系的命题	196
题型 4.6	讨论两个方程组解之间的关系(公共解、同解)	197
题型 4.7	与 $AB = 0$ 有关的命题	200
题型 4.8	线性方程组的综合应用	201
本章总结		202
自测练习题		203
自测练习题答案或提示		205
第五章	特征值与特征向量	207
题型 5.1	求数字矩阵的特征值和特征向量	207
题型 5.2	求抽象矩阵的特征值	208
题型 5.3	特征值、特征向量的逆问题	209
题型 5.4	相似矩阵的判定及其逆问题	210
题型 5.5	可对角化的判定及其逆问题	213
题型 5.6	实对称矩阵的性质	215
题型 5.7	特征值、特征向量的应用	220
本章总结		221
自测练习题		221
自测练习题答案或提示		223
第六章	二次型	225
题型 6.1	二次型的矩阵、秩和正负惯性指数	225
题型 6.2	化二次型为标准形	226
题型 6.3	化二次型为标准形的逆问题	230
题型 6.4	合同变换与合同矩阵	231
题型 6.5	正定二次型与正定矩阵	232
本章总结		233
自测练习题		234
自测练习题答案或提示		234

第三部分 概率论与数理统计

第一章 随机事件与概率	237
题型 1.1 事件的关系与概率的基本性质	237
题型 1.2 古典概型与几何概型	238
题型 1.3 全概率公式、贝叶斯公式	239
题型 1.4 事件的独立性	240
题型 1.5 贝努利概型	241
本章总结	242
自测练习题	242
自测练习题答案或提示	244
第二章 随机变量及其分布	245
题型 2.1 概率分布的基本概念与性质	245
题型 2.2 求随机变量的分布律、分布函数	247
题型 2.3 利用常见分布计算概率	248
题型 2.4 常见分布的逆问题	249
题型 2.5 随机变量函数的分布	250
本章总结	252
自测练习题	253
自测练习题答案或提示	254
第三章 多维随机变量及其分布	256
题型 3.1 二维离散型随机变量的联合分布、边缘分布、条件分布	256
题型 3.2 二维连续随机变量的联合分布、边缘分布、条件分布	259
题型 3.3 二维随机变量函数的分布	262
题型 3.4 随机变量的独立性与相关性	267
题型 3.5 综合题	268
本章总结	271
自测练习题	271
自测练习题答案或提示	273
第四章 随机变量的数字特征	276
题型 4.1 数学期望与方差的计算	276
题型 4.2 协方差与相关系数的计算	278
题型 4.3 应用题	280
题型 4.4 综合题	281
本章总结	285
自测练习题	285
自测练习题答案或提示	288

第五章 大数定律与中心极限定理	291
题型 5.1 切比雪夫不等式	291
题型 5.2 大数定律	292
题型 5.3 中心极限定理	293
本章总结	294
自测练习题	294
自测练习题答案或提示	295
第六章 数理统计的基本概念	296
题型 6.1 求统计量的数字特征	296
题型 6.2 求统计量的分布或取值的概率	301
本章总结	303
自测练习题	303
自测练习题答案或提示	304
第七章 参数估计	305
题型 7.1 求参数的矩估计和最大似然估计	305
题型 7.2 估计量的评价标准	309
题型 7.3 区间估计	310
本章总结	311
自测练习题	311
自测练习题答案或提示	312

附 录

附录一	2003 年全国硕士研究生入学统一考试数学三试题	314
附录二	2004 年全国硕士研究生入学统一考试数学三试题	316
附录三	2005 年全国硕士研究生入学统一考试数学三试题	319
附录四	2006 年全国硕士研究生入学统一考试数学三试题	321
附录五	2007 年全国硕士研究生入学统一考试数学三试题	323
附录六	2008 年全国硕士研究生入学统一考试数学三试题	326
附录七	2009 年全国硕士研究生入学统一考试数学三试题	328
附录八	2010 年全国硕士研究生入学统一考试数学三试题	331
附录九	2011 年全国硕士研究生入学统一考试数学三试题	333
附录十	2012 年全国硕士研究生入学统一考试数学三试题	335
附录十一	2013 年全国硕士研究生入学统一考试数学三试题	338
附录十二	2014 年全国硕士研究生入学统一考试数学三试题	340
附录十三	2015 年全国硕士研究生入学统一考试数学三试题	342

PART ONE

第一部分

微 积 分

第一章 函数、极限、连续

考试内容与要求

考 试 内 容

函数的概念及表示法,函数的有界性、单调性、周期性和奇偶性,复合函数、反函数、分段函数和隐函数,基本初等函数的性质及其图形,初等函数,函数关系的建立.

数列极限与函数极限的定义及其性质,函数的左极限和右极限,无穷小量和无穷大量的概念及其关系,无穷小量的性质及无穷小量的比较,极限的四则运算,极限存在的两个准则:单调有界准则和夹逼准则,两个重要极限:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1, \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x = e,$$

函数连续的概念,函数间断点的类型,初等函数的连续性,闭区间上连续函数的性质.

考 试 要 求

1. 理解函数的概念,掌握函数的表示法,会建立应用问题的函数关系.
2. 了解函数的有界性、单调性、周期性和奇偶性.
3. 理解复合函数及分段函数的概念,了解反函数及隐函数的概念.
4. 掌握基本初等函数的性质及其图形,了解初等函数的概念.
5. 了解数列极限和函数极限(包括左极限与右极限)的概念.
6. 了解极限的性质与极限存在的两个准则,掌握极限的四则运算法则,掌握利用两个重要极限求极限的方法.
7. 理解无穷小量的概念和基本性质,掌握无穷小量的比较方法.了解无穷大量的概念及其与无穷小量的关系.
8. 理解函数连续性的概念(含左连续与右连续),会判别函数间断点的类型.
9. 了解连续函数的性质和初等函数的连续性,理解闭区间上连续函数的性质(有界性、最大值和最小值定理、介值定理),并会应用这些性质.

题型 1.1 函数的概念及其特性

(04, 4分)* 函数 $f(x) = \frac{|x| \sin(x-2)}{x(x-1)(x-2)^2}$ 在下列哪个区间内有界?

* (04, 4分) 表示该题为 2004 年考研数学三真题,其分值为 4 分. 全书同. 另外,对 2003 年以后未考的题型,也特意选了一个往年考题供参考.