高考数学专题系列

高中数学应用

GAOZHONG SHUXUE YINGYONG

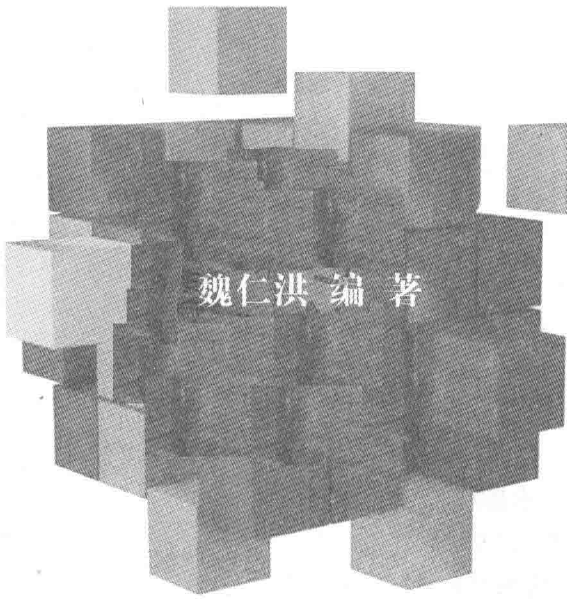
魏仁洪 编著

湖北科学技术出版社

高考数学专题系列

高中数学应用

GAOZHONG SHUXUE YINGYONG



魏仁洪 编著

湖北科学技术出版社

图书在版编目(CIP)数据

高中数学应用/魏仁洪编著.—武汉:湖北科学技术出版社,2013.2

(高考数学专题系列)

ISBN 978-7-5352-5507-5

Ⅰ.①高… Ⅱ.①魏… Ⅲ.①中学数学课—高中—教学参考资料 Ⅳ.①G634.603

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2013)第 015636 号

责任编辑:邱新友　　封面设计:王　梅

出版发行:湖北科学技术出版社　　电话:027－87679468

地　　址:武汉市雄楚大街 268 号　　邮编:430070

(湖北出版文化城 B 座 13-14 层)

网　　址:http://www.hbstp.com.cn

印　　刷:武汉理工大印刷厂　　邮编:430070

787×1092　1/16　14.75 印张　295 千字

2013 年 2 月第 1 版　　2013 年 2 月第 1 次印刷

定价:28.00 元

编·者·的·话

为了贯彻新课标的精神，适应新高考的要求，培养学生数学应用意识与应用能力，我们专门编写了这本《高中数学应用》，它特别适用于高中阶段应用问题的高考备考.

《高中数学应用》一书作为高中数学应用专题教材，可供高中学生选用. 教材第一章“数学知识应用”介绍高中各主干知识内容在实际中的应用；第二章“数学知识综合应用”侧重数学主干知识间相互联系与综合应用；第三章“数学知识在相关学科中的应用”强调数学知识跨学科的应用. 本书收集了大量国内外最新的数学应用问题，适合教师对学生开设专题讲座或同学们自学选用，特别适合于训练、提高高二、高三年级学生解决应用问题的能力，可用于应用问题的高考备考.

本书体例新、问题新、针对性强，相信能很好地满足读者的需要.

本书在编写过程中得到了数学特级教师严永华校长的指导与帮助，在此深表谢意！

魏仁洪

2013年1月1日

目　录

第一章　数学知识应用

所谓数学模型，就是利用数学语言模拟现实，即把事物或事物所在系统的主要特征、主要关系，用数学语言概括地、近似地表达成一种数学框架. 由此可见，数学模型是对客观事物的空间形式和数量关系的反映或近似反映.

数学的每一个应用都依赖于模型. 数学应用于实际的关键在于用数学语言抽象描述出所要研究的问题，使之构成一个数学问题，这个数学问题称为研究对象的数学模型. 然后在模型的基础上进行推理演算，得出数学上的解，最后再返回到实际问题中去，经检验得到符合实际意义的解. 数学建模的基本过程如下：

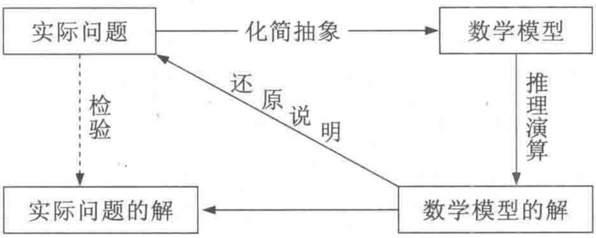


图 1–1–1

数学模型或数学建模方法，是把实际问题加以化简抽象概括，建立相应的数学模型，利用这些数学模型来研究实际问题的一般数学方法. 现在数学模型或数学建模方法已成为各门学科、各个领域中十分重要的一种方法，得到了越来越广泛的应用.

学习数学建模不仅要学习和理解数学建模过程中所使用的数学知识和逻辑推理，更重要的是在于学习怎样运用所学过的数学知识对实际问题进行数学建模以解决问题.

应用数学知识解决实际问题的一般步骤是：

(1)阅读理解材料. 应用题的语言形式涉及“文字语言、图形语言和符号语言”，理解题目所反映的实际问题的含义，弄清事理，揭示其数学本质，理顺变量之间的依存关系，这是解决问题的第一步.

(2)建立数学模型. 在(1)的基础上，把实际问题抽象成数学问题，建立数学模型，将问题数学化.

(3)制定解决问题的方案并予以实施. 在数学化的基础上，结合

广角镜

“function”一词最初由德国数学家莱布尼兹(G. W. Leibniz，1646—1716)在 1692 年使用. 在中国清代数学家李善兰(1811—1882)1859 年和英国传教士伟烈亚力合译的《代微积拾级》中首次将“function”译做“函数”.

广角镜

题目，并依据相关知识，寻求解决问题的途径和方法.

(4)作出结论. 将从数学问题中得到的结果反馈到实际问题中去，作出合乎题意的相应结论.

第一讲　函数知识应用

【方法概述】

运用数学知识解决问题时，关键在于如何把实际问题转化为数学问题. 而在现实问题中，量与量之间的关系是十分错综复杂的，因而审题时要着重弄清题目中涉及到哪些量，这些量之间存在着什么样的联系与依存关系（即函数关系），并将描述这些量的普通语言转化为数学符号语言，进而建立起揭示它们之间联系的函数关系式，最后运用函数的有关知识解决问题.

【问题引领】

在实际生活和生产实践中，函数关系在一些量与量之间大量存在着. 如纳税问题、社保问题、最大销售额问题、西红柿问题、考古问题、运输成本问题等等. 在这些实际问题中，如果能把它的函数关系式揭示出来，并利用我们学过的函数知识进行研究，就可以从数学的角度解决这些实际问题.

生活中除了一次函数、二次函数模型，还常常遇到其他函数模型，如指数函数模型、对数函数模型、$y=x+\frac{c}{x}(c>0)$ 型函数模型及分段函数模型等.

【思考探究】

1. 一次函数模型

现实生活中存在一些一次函数的模型问题，如纳税问题，社保问题等等.

纳税问题

例 1　依法纳税是每个公民应尽的义务. 国家征收个人工资、薪金所得税是分段计算的. 2011 年 9 月前规定：总收入不超过 2000 元的免征个人工资、薪金所得税；超过 2000 元部分需征税. 设全月纳税所得额（所得额指工资、薪金中应纳税部分）为 x，$x=$ 全月总收入－

2000 元,税率见下表:

级别	全月纳税所得额	税率
1	不超过 500 元部分	5%
2	超过 500 元至 2000 元部分	10%
3	超过 2000 元至 5000 元部分	15%
…	…	…
9	超过 100000 元部分	45%

(1)若应纳税额为 $f(x)$,试用分段函数表示 1—3 级纳税额 $f(x)$ 的计算公式;

(2)某人 2011 年 3 月份工资收入为 5200 元,试计算这个人 3 月份应缴纳个人所得税多少元?

(3)某人 2011 年 8 月份缴纳了 166 元个人所得税,问这个人 8 月份的工资是多少元?

分析:仔细读题,解释“工资、薪金所得额”、“纳税所得额”的含义及税率表中级别是如何划分的,正确理解“部分”二字的基础上,准确列出第三级中的 $f(x)$ 是解好本题的关键.

想一想:如果将个税起征点调到 3500.00 元,问题(2)、(3)中这个人 2011 年 3 月份纳税款、8 月份工资会有变化吗?

2. 二次函数模型

在现实世界中,存在着大量的最值问题. 诸如在一定条件下,求用料最省、容积最大、费用最少等最优化问题. 其中有些可转化为求二次函数的最大值与最小值的问题(有时是在一定的约束条件下). 研究这类问题既是函数知识的综合运用,又具有一定的现实意义,是数学与客观实际的一个重要结合点.

最大销售额问题

例 2　根据市场调查,某种商品最低售价 50 元,最高售价 100 元. 当这种商品售价为 50 元时,每天可销售 200 件,售价每提高 10

广角镜

在函数定义的三个要素中,起决定作用的是函数的定义域和对应法则,因为一旦这两个要素确定,函数的值域也就随之确定. 而且函数关系确定,我们便可充分运用函数的有关知识去解决这个实际问题.

元,每天销售量就减少 20 件,为了既投资少又获得最大的销售额,每件商品应提高多少元?

分析:问题中涉及的量较多,其中商品的售价影响销量,也影响销售额,因此商品的售价、销售额是变量,销售额与商品的售价之间存在函数关系.

想一想:下列问题的最大销售额是多少呢?

(1)若本例中商品最低售价 50 元,最高售价 80 元呢?

(2)在本例中,当这种商品定价为 50 元时,将每天可销售 200 件,改为每天可销售 250 件呢?

广角镜

解数学应用题,一要注意挖掘题目中的隐含条件,二要注意对数学问题解的结果进行验证,从中找到符合实际问题的答案. 如本题若不注意检验结论,易得出每件商品提高 30 元或 20 元的错误答案.

西红柿问题

例 3 某蔬菜基地种植西红柿. 由历年市场行情得知,从 2 月 1 日起的 300 天内,西红柿市场售价与上市时间的关系可用一条折线(图 1—1—2)表示;西红柿的种植成本与上市时间的关系可用抛物线段(图 1—1—3)表示.

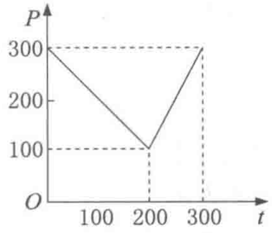


图 1-1-2

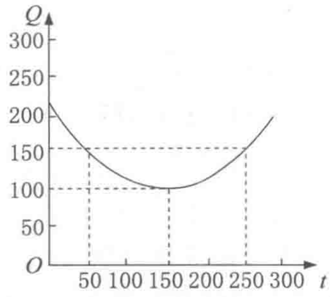


图 1-1-3

(1)写出市场售价与上市时间的函数关系式 $P = f(t)$;写出种植成本与上市时间的函数关系式 $Q = g(t)$;

(2)认定市场售价减去种植成本为纯收益,问何时上市的西红柿纯收益最大?

(市场售价和种植成本的单位:元/100 千克,时间单位:天)

广角镜

解数学应用题应注意文字语言、图形语言、符号语言三种语言的相互转化.其中,读懂图最关键;其次,要正确地求出函数的解析式,并分区间讨论.本例中读懂图尤为重要.

例 4　提高过江大桥的车辆通行能力可改善整个城市的交通状况.在一般情况下,大桥上的车流速度 v(单位千米/小时)是车流密度 x(单位:辆/千米)的函数.当桥上的车流密度达到 200 辆/千米时,造成堵塞,此时车流速度为 0;当车流密度不超过 20 辆/千米时,车流速度为 60 千米/小时.研究表明:当 $20 \leqslant x \leqslant 200$ 时,车流速度 v 是车流密度 x 的一次函数.

(Ⅰ)当 $0 \leqslant x \leqslant 200$,求函数 $v(x)$的表达式;

(Ⅱ)当车流密度 x 为多大时,车流量(单位时间内通过桥上某观测点的车辆数,单位:辆/小时)$f(x)=x \cdot v(x)$可以达到最大,并求出最大值.(精确到 1 辆/小时)

分析:本小题主要考查函数、最值等基础知识,同时考查运用数学知识解决实际问题的能力.

3. 其他函数模型

生活中除了一次函数、二次函数模型,还常常遇到其他函数模型,如指数函数模型、对数函数模型、$y=x+\dfrac{c}{x}(c>0)$ 型函数模型等.

考 古 问 题

例 5　我国辽东半岛普兰店附近的泥炭层中,发掘出古莲子,至今大部分还能发芽开花,这些古莲子是多少年以前的遗物呢?要测

定古物的年代，可用放射性碳法：在动植物的体内都含有微量的放射性 C^{14}，动植物死亡后，停止了新陈代谢，C^{14} 不再产生，且原有的 C^{14} 会自动衰变，经过 5570 年(叫做 C^{14} 的半衰期)，它的残余量只有原始含量的一半，经过科学测定知道，若 C^{14} 的原始含量为 a，则经过 t 年后的残余量 a' 与 a 之间满足 $a' = a \cdot e^{-kt}$. 现测得出土的古莲子中 C^{14} 残余量占原量的 87.9%，试推算古莲子的生活年代.

想一想：你能算出古莲子的生活年代吗？

广角镜

碳-14 计年法：

人们早就发现了放射物质的衰减现象，最常见的放射性物质是碳-14，人们常根据它的衰减来确定有机物的年代，这就是考古工作中的碳-14 计年法. 考古学家就是采用这样的方法测出古生物存活的年代的. 本例就是碳-14 计年法应用的一个实例.

运输成本问题

例 6　甲、乙两地相距 S 千米，汽车从甲地匀速行驶到乙地，速度不得超过 c 千米/时，已知汽车每小时的运输成本(以元为单位)由可变部分和固定部分组成：可变部分与速度 v（千米/时）的平方成正比，比例系数为 b；固定部分为 a 元.

(1)把全程运输成本 y(元)表示为速度 v（千米/时）的函数，并指出这个函数的定义域；

(2)为了使全程运输成本最小，汽车应以多大速度行驶？

分析：本题主要考查建立函数关系、不等式性质、最大值、最小值等基础知识，考查综合应用所学数学知识、思想和方法解决实际问题的能力.

解：(1)依题意知汽车从甲地匀速行驶到乙地所用的时为 $\dfrac{S}{v}$. 全程运输成本为 $y = a \cdot \dfrac{S}{v} + bv^2 \cdot \dfrac{S}{v} = S\left(\dfrac{a}{v} + bv\right)$，故所求函数及其定义域为 $y = S\left(\dfrac{a}{v} + bv\right), v \in (0, c]$.

(2)依题意知 S, a, b, v 都为正数，故有 $S\left(\dfrac{a}{v} + bv\right) \geqslant 2S\sqrt{ab}$. 当且仅当 $\dfrac{a}{v} = bv$，即 $v = \sqrt{\dfrac{a}{b}}$ 时上式中等号成立.

若 $\sqrt{\dfrac{a}{b}} \leqslant c$，则当 $v = \sqrt{\dfrac{a}{b}}$ 时，全程运输成本 y 最小.

广角镜

解关于函数应用问题的方法步骤是：

1. 认真审题，弄清题意；
2. 建立函数模型；
3. 解决与函数有关的问题；
4. 最后给出明确的评价或答案.

广角镜

若 $\sqrt{\dfrac{a}{b}}>c$，当 $v\in(0,c]$ 时，有

$$S(\frac{a}{v}+bv)-S(\frac{a}{c}+bc)=S[(\frac{a}{v}-\frac{a}{c})+(bv-bc)]$$
$$=\frac{S}{vc}(c-v)(a-bcv)$$

因为 $c-v\geqslant 0$，且 $a>bc^2$，故有 $a-bcv\geqslant a-bc^2>0$，所以 $S(\frac{a}{v}+bv)\geqslant S(\frac{a}{c}+bc)$，且仅当 $v=c$ 时等号成立，也即当 $v=c$ 时，全程运输成本 y 最小.

综上知，为使全程运输成本 y 最小，当 $\frac{\sqrt{ab}}{b}\leqslant c$ 时行驶速度应为 $v=\frac{\sqrt{ab}}{b}$；当 $\frac{\sqrt{ab}}{b}>c$ 时行驶速度应为 $v=c$.

本题涉及函数 $f(x)=x+\frac{k}{x}(k>0,x>0)$ 的单调性与最值的问题.

想一想：怎样求函数 $f(x)=x+\frac{k}{x}(k>0,x>0)$ 的单调区间与最值.

生产安排问题

例 7　(2012·湖南)某企业接到生产 3000 台某产品的 A,B,C 三种部件的订单，每台产品需要这三种部件的数量分别为 2,2,1(单位:件). 已知每个工人每天可生产 A 部件 6 件，或 B 部件 3 件，或 C 部件 2 件. 该企业计划安排 200 名工人分成三组分别生产这三种部件，生产 B 部件的人数与生产 A 部件的人数成正比，比例系数为 k(k 为正整数).

(1)设生产 A 部件的人数为 x，分别写出完成 A,B,C 三种部件生产需要的时间；

(2)假设这三种部件的生产同时开工，试确定正整数 k 的值，使完成订单任务的时间最短，并给出时间最短时具体的人数分组方案.

解：(Ⅰ)设完成 A,B,C 三种部件的生产任务需要的时间(单位：天)分别为 $T_1(x),T_2(x),T_3(x)$，由题设有

$$T_1(x)=\frac{2\times 3000}{6x}=\frac{1000}{x},$$

$$T_2(x)=\frac{2000}{kx},$$

广角镜

$$T_3(x)=\frac{1500}{200-(1+k)x},$$

其中 $x,kx,200-(1+k)x$ 均为 1 到 200 之间的正整数.

（Ⅱ）完成订单任务的时间为其定义域为 $f(x)=\max\{T_1(x),T_2(x),T_3(x)\}$，其定义域为 $\{x\mid 0<x<\frac{200}{1+k},x\in N^*\}$. 易知，$T_1(x)$，$T_2(x)$ 为减函数，$T_3(x)$ 为增函数. 注意到 $T_2(x)=\frac{2}{k}T_1(x)$，于是

(1)当 $k=2$ 时，$T_1(x)=T_2(x)$，此时

$$f(x)=\max\{T_1(x),T_3(x)\}=\max\left\{\frac{1000}{x},\frac{1500}{200-3x},\right.$$

由函数 $T_1(x)$，$T_3(x)$ 的单调性知，当 $\frac{1000}{x}=\frac{1500}{200-3x}$ 时 $f(x)$ 取得最小值，解得 $x=\frac{400}{9}$. 由于 $44<\frac{400}{9}<45$，而 $f(44)=T_1(44)=\frac{250}{11}$，$f(45)=T_3(45)=\frac{300}{13}$，$f(44)<f(45)$.

故当 $x=44$ 时完成订单任务的时间最短，且最短时间为 $f(44)=\frac{250}{11}$.

(2)当 $k>2$ 时，$T_1(x)>T_2(x)$，由于 k 为正整数，故 $k\geqslant 3$，此时 $T(x)=\frac{375}{50-x}$，$\varphi(x)=\max\{T_1(x),T(x)\}$ 易知 $T(x)$ 为增函数，则

$$\begin{aligned}f(x)&=\max\{T_1(x),T_3(x)\}\geqslant\max\{T_1(x),T(x)\}\\&=\varphi(x)=\max\{\frac{1000}{x},\frac{375}{50-x}\}.\end{aligned}$$

由函数 $T_1(x)$，$T(x)$ 的单调性知，当 $\frac{1000}{x}=\frac{375}{50-x}$ 时 $\varphi(x)$ 取得最小值，解得 $x=\frac{400}{11}$. 由于 $36<\frac{400}{11}<37$，而 $\varphi(36)=T_1(36)=\frac{250}{9}>\frac{250}{11}$，$\varphi(37)=T(37)=\frac{375}{13}>\frac{250}{11}$，此时完成订单任务的最短时间大于 $\frac{250}{11}$.

(3)当 $k<2$ 时，$T_1(x)<T_2(x)$，由于 k 为正整数，故 $k=1$，此时 $f(x)=\max\{T_2(x),T_3(x)\}=\max\left\{\frac{2000}{x},\frac{750}{100-x}\right\}$，由函数 $T_2(x)$，$T_3(x)$ 的单调性知，当 $\frac{2000}{x}=\frac{750}{100-x}$ 时 $f(x)$ 取得最小值，解得 $x=\frac{800}{11}$. 类似(1)的讨论. 此时完成订单任务的最短时间为 $\frac{250}{9}$，大于 $\frac{250}{11}$.

综上所述，当 $k=2$ 时完成订单任务的时间最短，此时生产 A,B,C 三种部件的人数分别为 44,88,68.

本题是有关函数单调性、最值的综合问题.

运用数学知识解决问题时，关键在于如何把实际问题转化为数学问题. 而在现实问题中，量与量之间的关系是十分错综复杂的，因而审题时要着重弄清题目中涉及到哪些量，这些量之间存在着什么样的联系与依存关系（即函数关系），并将描述这些量的普通语言转化为数学符号语言，进而建立起揭示它们之间联系的函数关系式，最后运用函数的有关知识解决问题.

【刻意实践】

习题一

1.（2011·北京）某车间分批生产某种产品，每批的生产准备费用为 800 元. 若每批生产 x 件，则平均仓储时间为 $\frac{x}{8}$ 天，且每件产品每天的仓储费用为 1 元. 为使平均每件产品的生产准备费用与仓储费用之和最小，每批应生产产品（　　）.

A. 60 件　　B. 80 件

C. 100 件　　D. 120 件

广角镜

刻意实践不同于普通练习，普通练习是重复性和无意识的，而刻意实践需要打破习惯，需要更大的专注力，使技能、方法思想、境界迈向更高层次.

2.（2011·北京）根据统计，一名工人组装第 x 件产品所用的时间（单位：分钟）为 $f(x)=\begin{cases}\frac{c}{\sqrt{x}}, x<A\\ \frac{c}{\sqrt{A}}, x\geqslant A\end{cases}$（$A,c$ 为常数），已知工人组装第 4 件产品用时 30 分钟，组装第 A 件产品用时 15 分钟，那么 c 和 A 的值分别是（　　）.

A. 75,25　　B. 75,16

C. 60,25　　D. 60,16

3. 生产一定数量的商品的全部费用称为生产成本. 某企业一个月生产某种商品 x 万件时的生产成本 $C(x)=\frac{1}{2}x^2+2x+20$（万元）. 一万件售价是 20 万元. 为获取更大利润，该企业一个月应生产该商品数量为__________万件.

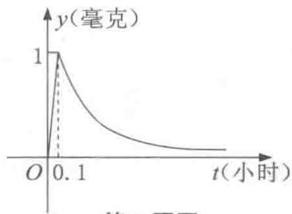
4. 某建材商场国庆期间搞促销活动. 规定：顾客购物总金额不超过 800 元，不享受任何折扣. 如果顾客购物总金额 800 元，则超过 800 元部分享受一定的折扣优惠，按下表折扣分别累计计算.

可以享受折扣优惠金额	折扣率
不超过 500 元的部分	5%
超过 500 元部分	10%

某人在此商场购物总金额为 x 元，可以获得折扣金额为 y 元，则 y 关于 x 的解析式为 $y=\begin{cases}0, 0<x\leqslant 800,\\ 5\%(x-800), 800<x\leqslant 1300,\\ 10\%(x-1300)+25, x>1300.\end{cases}$

若 $y=30$ 元，则他购物实际所付金额为__________元.

5. 为了预防流感，某学校对教室用药熏消毒法进行消毒. 已知药物释放过程中，室内每立方米空气中的含药量 y（毫克）与时间 t（小时）成正比；药物释放完毕后，y 与 t 的函数关系式为 $y=\left(\frac{1}{16}\right)^{t-a}$（$a$ 为常数），如图所示，根据图中提供的信息，回答下列问题：



第 5 题图

(1) 从药物释放开始，每立方米空气中的含水量药量 y（毫克）与时间 t（小时）之间的函数关系式为__________；

(2) 据测定，当空气中每立方米的含药量降低到 0.25 毫克以下时，学生方可进教室，那么从药物释放开始，至少需要经过________小时后，学生才能回到教室.

6. 为了尽快改善职工住房困难，鼓励个人购房和积累建房基金，决定住房的职工必须按基本工资的高低交纳建房公积金，办法如下：

每月工资	公积金
100 元以下	不交纳
100 元至 200 元	交纳超过 100 元部分的 5%
200 元至 300 元	100 元至 200 元部分交纳 5%，超过 200 元部分交纳 10%
300 元以上	100 元至 200 元部分交纳 5%，200 元至 300 元交 10%，300 元以上部分交 15%

设职工每月工资为 x 元，交纳公积金后实得工资为 y 元，求 y 与 x 之间的关系式.

广角镜

广角镜

7. 某租赁公司拥有汽车 100 辆，当每辆车的月租金为 3000 元时，可全部租出. 当每辆车的月租金每增加 50 元时，未租的车将会增加一辆，租出的车每辆需要维护费 150 元，未租的车每辆每月需要维护费 50 元.

(1)当每辆车的月租金定为 3600 元时，能租出多少辆车？

(2)当每辆车的月租金定为多少元时，租赁公司的月收益最大？最大月收益是多少？

8. 有甲、乙两种商品，经营销售这两种商品所能获得的利润依次是 p 和 q(万元). 它们与投入的资金 x(万元)的关系，有经验公式：$p=\frac{1}{5}x, q=\frac{3}{5}\sqrt{x}$，今有 3 万元资金投入经营甲、乙两种商品，为了获得最大利润，对甲、乙两种商品的资金投入分别是多少？能获得多大利润？

9. 某地西红柿从 3 月 1 日起开始上市，通过市场调查，得到西红柿种植成本 Q(单位：元/10^2 kg)与上市时间 t(单位：天)的数据如下表：

时间 t	50	110	250
种植成本 Q	150	108	150

(1)根据上表数据，从下列函数中选取一个函数描述西红柿种值成本 Q 与上市时间 t 的变化关系. $Q=at+b, Q=at^2+bt+c, Q=a\cdot b^t, Q=a\cdot \log_b t$ ；

(2)利用你选取的函数，求西红柿种植成本最低时的上市天数及最低种植成本.

第二讲　数列知识应用

【方法概述】

解决数列应用问题时，应认真审题，充分利用所学知识加以分析，准确理解题意，把生活语言转化为数学语言，建立等差数列、等比数列、递推数列模型，再运用相关知识加以解决.

【问题引领】

如果一对兔子每月能生 1 对小兔子(一雄一雌)，而每 1 对小兔子在它出生后的第三个月里，又能生 1 对小兔子. 假定在不发生死亡的情况下，由 1 对初生的小兔子开始，50 个月后会有多少对兔子？

与函数应用问题一样，数列在实际问题中也有着广泛的应用，如增长率(减少率)、银行贷款、浓度配比、圆钢堆垒、养老保险、细菌繁殖等问题，都可化归为数列问题.

【思考探究】

构建数列模型时，应根据题意辨别出是属于等差数列模型、等比数列模型，还是递推数列模型，然后明确题目要求我们是求数列的通项 a_n，还是求数列的项数 n，或是求数列前 n 项的和 S_n.

1. 等差数列模型

在生产、生活中常遇见的“等量增加或减少”等应用问题，都可以建立等差数列模型来解决.

物体运动问题

例 1　甲、乙两物体分别从相距 70m 的两处同时相向运动，甲第一分钟走 2m，以后每分钟比前 1 分钟多走 1m，乙每分钟走 5m.

(1)甲、乙开始运动后几分钟相遇？

(2)如果甲、乙到达对方起点后立即折返，甲继续每分钟比前 1 分钟多走 1m，乙继续每分钟走 5m，那么开始运动几分钟后第二次相遇？

分析：首先要读懂题目，理解题意；其次，理顺已知与未知数量之间的关系，将文字语言转化为数学符号语言，建立等差数列模型.

广角镜

1202 年，意大利数学家斐波那契(Leonardo Fibonacci，约 1170—1250)出版了他的《算盘全书(Liber Abacci)》. 如果用 F_n 表示数列的第 n 项，则

$F_n=F_{n-1}+F_{n-2}$

这是一个由递推关系给出的数列，称为斐波那契数列.

广角镜

一些教科书把等差数列的英文缩写记作 A. P. (Arithme - tic Progression).