



江苏省教育科学规划“十二五”重点资助课题

《数学开放题教学促进小学生数学思维发展的研究》研究成果

杨传冈 徐正洲 郑亮 主编

小学数学 开放题 举一反三

六年级

呕心之作
打破传统接纳开放
经历教改实践检验
着眼思维品质训练



南京大学出版社



江苏省教育科学规划“十二五”重点资助课题

《数学开放题教学促进小学生数学思维发展的研究》研究成果

小学数学 开放题 举一反三

六年级

杨传冈 徐正洲 郑 亮 主 编

图书在版编目(CIP)数据

小学数学开放题举一反三·六年级 / 杨传冈, 徐正洲, 郑亮主编. —南京: 南京大学出版社, 2014. 5
ISBN 978-7-305-13235-3

I. ①小… II. ①杨… ②徐… ③郑… III. ①小学数学课—题解 IV. ①G624.505

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2014)第 100584 号

出版发行 南京大学出版社
社 址 南京市汉口路 22 号 邮 编 210093
网 址 <http://www.NjupCo.com>
出 版 人 左 健

书 名 小学数学开放题举一反三·六年级
主 编 杨传冈 徐正洲 郑 亮
责任编辑 管湘生 江宏娟 编辑热线 0515-88212787
审读编辑 徐卫军

印 刷 盐城市华光印刷厂
开 本 787×1092 1/16 印张 6.5 字数 150 千
版 次 2014 年 5 月第 1 版 2014 年 5 月第 1 次印刷
ISBN 978-7-305-13235-3
定 价 14.80 元

发行热线 025-83594756 025-83686452
电子邮箱 Press@NjupCo.com
Sales@NjupCo.com(市场部)

* 版权所有, 侵权必究

* 凡购买南大版图书, 如有印装质量问题, 请与所购
图书销售部门联系调换

数学开放题的概念和实践源自日本,英文名 Open-Ended Problem,意为终端开放的数学问题。也就是说,一个数学问题,其答案不是唯一的,而是开放的;答案可以有多个,乃至无数个,呈现发散性状态。自上个世纪 80 年代引入中国以来,广大教育理论工作者进行了积极的理论与实践的尝试先行,取得了一定的成绩。

中小学数学课堂教学随着答案不唯一,甚至是有无数个答案的开放题以及以开放题为载体的开放式教学模式的诞生,教学面貌为之一振。相对于传统枯燥乏味的“封闭题”而言,数学开放题具有独特的优势,其条件呈现的不拘一格、问题结构的与众不同、解题思路的灵活多变,问题答案的多样纷呈……特别能吸引学生的注意力、激发学生的解题愿望,调动学生充分经历整理、分析、比较、综合等思维活动过程,最终实现问题解决。广泛的实践证明开放题学习能弥补传统数学教学在思维训练和创新能力培养方面的缺陷,有利于挖掘、张扬、培养学生独特的思维个性,提升思维的逻辑性、深刻性、广阔性、评判性、缜密性、灵活性等思维品质。

本书作为江苏省教育科学“十二五”重点课题的研究成果之一,是课题组成员 3 年多来植根于小学数学课堂教学一线、植根于教学现场学生的需求之中潜心研究的结晶。课题组成员既有理论经验丰富的师范院校的数学教授,也有小学数学资深教研员,更有教学实践经验丰富的一线学科带头人、教学能手,应该说研究团队无论是理论素养还是实践操作都颇具代表性。

本书是系列丛书,层次清楚,贴近教材、符合学情,结构严谨、体系严密,关注学生的认知基础、学习起点,逐步深入,引导学生走进探究的数学世界,从中感受数学的魅力、数学的美。全书侧重于典型例题的讲解,形似题的辨析,尝试题的练习,从而达到对相关练习的举一反三。全书共 6 册,每个学年全一册,每册 40 个专题,对应每个学期 20 个专题,每个教学周可以选择其中一个专题进行教学。这样既不增加学生过重的课业负担,亦能提高学生学习数学的兴趣。本书既可以作为学校数学课堂教学素材的有益补充,也可以作为课外兴趣小组的教学蓝本,还可以作为广大家长辅导孩子的工具书。本书有利于培养学生独立的思考能力,提升学生的思维品质,增强数学思考力。

Contents



小芳有压岁钱 240 元, 小明有压岁钱 300 元。你能想出什么办法让小明的压岁钱数恰好是小芳的 2 倍? (用方程解)

1 方程的妙用	01	22 火眼金睛	43
2 截留问题	03	23 营销方案	45
3 图形魔方	05	24 浓度问题	47
4 拼接中的学问(1)	07	25 巧填分数	49
5 拼接中的学问(2)	09	26 圆柱的秘密	51
6 剩余面积	11	27 体积加工	53
7 图形包装	13	28 玩转空间	55
8 裁切加工	15	29 木料加工	57
9 法眼一辨	17	30 组成比例	59
10 谁剩下的长	19	31 和积相等	61
11 合适的分数	21	32 砝码称量	63
12 结果相等	23	33 残缺直尺	65
13 提出问题	25	34 有趣的分割	67
14 按比例划分	27	35 趣味数学	69
15 合情推理(1)	29	36 图形分割	71
16 合情推理(2)	31	37 综合运用	73
17 分摊车费	33	38 平方差问题	75
18 放置有法	35	39 破解密码	77
19 探索规律	37	40 数学眼光	79
20 方案策划	39	参考答案	81
21 相距问题	41		



1 方程的妙用

例题在线

小芳有压岁钱 240 元,小明有压岁钱 300 元。你能想出什么办法让小明的压岁钱数恰好是小芳的 2 倍?(用方程解)

分析

要使小明的钱数是小芳的 2 倍,可以让小芳给一部分钱给小明,也可以小明再攒一部分钱,还可以让小芳用去一部分或者两人各用去或增加一部分。

解答

1. 解:设小芳给 x 元钱给小明。

$$300 + x = (240 - x) \times 2$$

$$x = 60$$

2. 解:设小明需再攒 x 元钱。

$$300 + x = 240 \times 2$$

$$x = 180$$

3. 解:设小芳用去 x 元。

$$(240 - x) \times 2 = 300$$

$$x = 90$$

4. 解:设小芳用去 x 元,小明用去 y 元。

$$(240 - x) \times 2 = 300 - y$$

$$2x - y = 180$$

可得 $x = 91, y = 2$ 等若干情况。

5. 解:设小芳得到 x 元,小明得到 y 元。

$$(240 + x) \times 2 = 300 + y$$

$$y - 2x = 180$$

可得 $x = 1, y = 182$ 等若干情况。

答:采用上述若干方法都能使小明的钱数是小芳的 2 倍。



变式辨析



1. 六年级一班有图书 450 本,二班有图书 350 本,你能想出什么办法使得一班的图书数目是二班的图书数目的 1.5 倍?

2. 红叶林场里有松树 120 棵,是柳树棵树的 1.5 倍,你能想出什么办法使松树的棵树是柳树棵树的 2 倍?



拓展延伸



李明和王强都是集邮爱好者,已知李明有 150 枚邮票,比王强的邮票多 60 枚,你能想出什么办法使李明的邮票枚数比王强的邮票枚数的 4 倍少 10 枚?



2 截留问题



例题在线



一个正方体,截去一个角后,还剩下几条棱?

分析

本题的关键之处在于如何截,切的方式不同,剩余棱的条数也相应不同。

解答

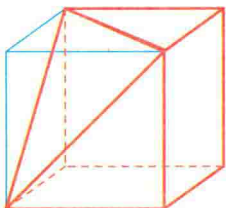


图 1

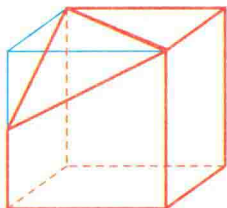


图 2

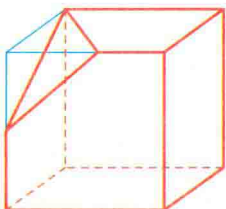


图 3

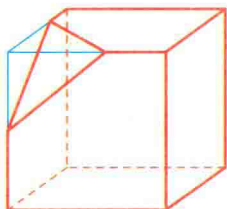


图 4

1. 第一种方案:取三个顶点,连接起来,截去一个角,还剩 12 条棱。(图 1)
2. 第二种方案:取两个顶点及棱中间一点,连接起来,截去一个角,还剩 13 条棱。(图 2)
3. 第三种方案:取一个顶点及两条棱中间的点,连接起来,截去一个角,还剩 14 条棱。(图 3)
4. 第四种方案:取三条棱中间的点,连接起来,截去一个角,还剩 15 条棱。(图 4)

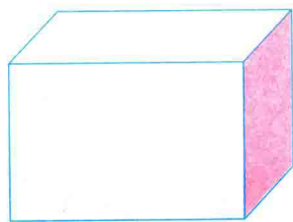
答:一个正方体,截去一个角后,可能还剩 12、13、14 或 15 条棱。



变式辨析



1. 一个长方体,截去一个角后,还剩几个顶点?

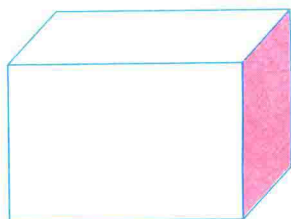


2. 将一个长方体截去一个角后,

(1) 所剩的几何体还有几个面?

(2) 所剩的几何体还有几个顶点?

(3) 所剩的几何体还有几条棱?



拓展延伸

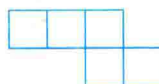
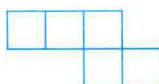
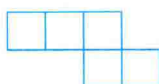
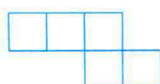


从一个棱长 4 厘米的大正方体上挖去一个棱长 1 厘米的小正方体,那么剩余的几何体还有几个面和几条棱?

3 图形魔方

例题在线

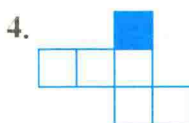
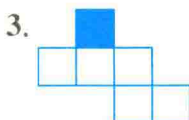
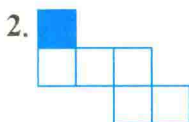
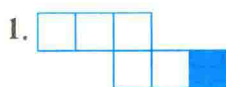
请你给下图中每个图形再拼接上一个正方形,使新拼接成的图形经过折叠后能成为一个封闭的正方体盒子。(操作要求:1. 涂色表示出添加的正方形;2. 提供两种以上的设计方案。)



分析

此题考查的是学生熟练了解并掌握正方体的表面展开图的各种情况,并依据此设计相应的方案。

解答



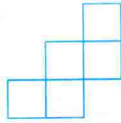
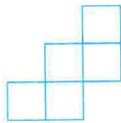
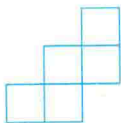
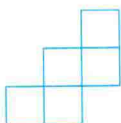
答:如图所示,有四种方法。



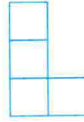
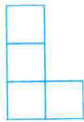
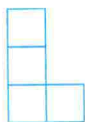
变式辨析



1. 给下图中的每个图形添一个小正方形，使新的图形经过折叠后能成为一个完整的正方体。试试看：你有哪些不同的方法？



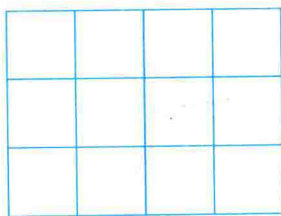
2. 下面是用小正方形组成的 L 形图，请你用三种不同的方法分别在下图中添画一个小正方形使它成为一个轴对称图形。



拓展延伸



请在 4×3 的方格中设计一个正方形的表面展开图。（至少设计 3 种不同的方案）





4 拼接中的学问(1)



例题在线



用 12 个棱长为 1 厘米的小正方体拼成一个长方体,有哪几种不同的拼法? 表面积最大是多少? 表面积最小是多少?

分析

解答该题的关键是想办法去找到拼成的长方体的长、宽、高,根据不同的长、宽、高分别求出不同情况下长方体的表面积,进而发现表面积最大和最小的规律。

解答

1. 拼成的长方体的长、宽、高分别是 12 厘米、1 厘米、1 厘米,表面积是: $12 \times 1 \times 2 + 12 \times 1 \times 2 + 1 \times 1 \times 2 = 50$ (平方厘米)
2. 拼成的长方体的长、宽、高分别是 6 厘米、2 厘米、1 厘米,表面积是: $6 \times 2 \times 2 + 6 \times 1 \times 2 + 1 \times 2 \times 2 = 40$ (平方厘米)
3. 拼成的长方体的长、宽、高分别是 4 厘米、3 厘米、1 厘米,表面积是: $4 \times 3 \times 2 + 4 \times 1 \times 2 + 3 \times 1 \times 2 = 38$ (平方厘米)
4. 拼成的长方体的长、宽、高分别是 3 厘米、2 厘米、2 厘米,表面积是: $3 \times 2 \times 2 + 3 \times 2 \times 2 + 2 \times 2 \times 2 = 32$ (平方厘米)

通过观察,不难发现,不论怎样去拼长方体,长方体的长、宽、高的乘积都是 12。拼成的长方体的长、宽、高的长度越接近,长方体的表面积越小,如第 4 种拼法;反之,拼成的长方体的长、宽、高的长度差距越大,长方体的表面积也就越大,如第 1 种拼法。



 变式辨析

1. 如果用 12 个棱长为 3 厘米的小正方体拼成一个长方体, 有哪些不同的拼法, 表面积分别是多少?
2. 如果用 2001 个棱长为 1 厘米的小正方体, 要拼成一个长方体, 有那些拼法, 表面积分别是多少?



拓展延伸



用 24 个棱长为 2 厘米的小正方体拼成一个长方体, 有哪些不同的拼法? 其中表面积最大是多少? 表面积最小是多少?



5 拼接中的学问(2)



例题在线



把两块长 10 厘米、宽 8 厘米、高 6 厘米的长方体木块拼成一个大的长方体,

- (1) 有几种不同的拼法?
- (2) 表面积最多减少多少?
- (3) 表面积最少减少多少?

分析

解答该题的关键是找准拼的过程中究竟是把哪两个面重叠了起来,新长方体表面积减少的部分就是重叠的两个面的面积之和。最多减少多少,实际上就是要把两个面积最大的面重叠起来;最少减少多少,实际上就是要将两个面积最小的面重叠起来。

解答

1. 我们可以先考虑把两个长 10 厘米、宽 8 厘米的面重叠起来,拼成的新长方体比原来的长方体就减少了 $10 \times 8 \times 2 = 160$ (平方厘米)。
2. 我们可以再考虑把两个长 10 厘米、宽 6 厘米的面重叠起来,拼成的新长方体比原来的长方体就减少了 $10 \times 6 \times 2 = 120$ (平方厘米)。
3. 我们可以最后考虑把两个长 8 厘米、宽 6 厘米的面重叠起来,拼成的新长方体比原来的长方体就减少了 $8 \times 6 \times 2 = 96$ (平方厘米)。

由此可见,表面积最多减少的数量是用长、宽、高三个数据中两个较大的乘积乘以 2;表面积最少减少的数量是用长、宽、高三个数据中两个较小的乘积乘以 2;还有一种是用长、宽、高三个数据中最大的乘最小的再乘以 2。所以一共有三种情况。

答:有三种不同的拼法。表面积最多减少 160 平方厘米,最少减少 96 平方厘米。



变式辨析



1. 把两块长 12 厘米、宽 8 厘米、高 4 厘米的长方体木块拼成一个较大的长方体,有哪几种拼法? 表面积分别是多少?
2. 把 4 块棱长 3 厘米的小正方体木块拼成一个较大的长方体,有哪几种拼法? 拼成的大长方体的表面积最大与最小相差多少?



拓展延伸



1. 把一块长 20 厘米、宽 16 厘米、高 12 厘米的长方体木块锯成了两个完全相同的小长方体。锯成的每个小长方体的表面积可能是多少?
2. 把一块长 20 厘米、宽 16 厘米、高 12 厘米的长方体木块锯了两次,锯成了 3 个完全相同的小长方体。锯成的 3 个小长方体的表面积之和比原来长方体的表面积可能会增加多少?
3. 把一块长 20 厘米、宽 16 厘米、高 12 厘米的长方体木块锯了两次,锯成了 4 个完全相同的小长方体。锯成的每个小长方体的表面积可能是多少?



6 剩余面积

例题在线

从一个棱长 8 厘米的正方体木块中,截去一个棱长 1 厘米的小正方体后,剩下物体的表面积可能是多少?

分析

这道题目没有讲明在什么位置截去一个小正方体,所以我们可以考虑从不同的位置截去一个小正方体后,剩下物体的表面积也会各不相同。

解答

1. 从顶点处截去一个小正方体,表面减少了三个小正方形,又增加了三个小正方形。

所以表面积不变: $8 \times 8 \times 6 = 384$ (平方厘米)。

2. 从棱中间截去一个小正方体,表面减少了两个小正方形,增加了四个小正方形。

所以表面积为: $8 \times 8 \times 6 + 1 \times 1 \times 2 = 386$ (平方厘米)。

3. 从某个面中间截去一个小正方体,表面减少了一个小正方形,增加了五个小正方形。

所以表面积为: $8 \times 8 \times 6 + 1 \times 1 \times 4 = 388$ (平方厘米)。

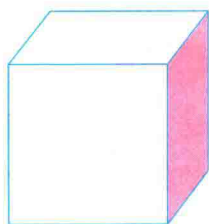
答:剩余物体的表面积为 384、386 或 388 平方厘米。

变式辨析

1. 从一个长 8 厘米、宽 6 厘米、高 4 厘米的长方体木块中,截去一个棱长 2 厘米的小正方体后,剩下木块的表面积可能是多少?

2. 从一块长 8 厘米、宽 6 厘米、高 4 厘米的长方体木块中截去一个长 3 厘米、宽 2 厘米、高 1 厘米的小长方体木块后,剩下木块的表面积可能是多少?

3. 如图所示,一个棱长为 10 厘米的正方体木块,如果从中截去一块长是 10 厘米、宽和高都是 2 厘米的长方体,剩下形体的表面积可能是多少?



拓展延伸



一个正方体木块切成两个长方体后,表面积增加了 72 平方厘米。若是把这个正方体截去一个长是 6 厘米,宽和高都是 1 厘米的长方体,则剩下形体的表面积可能是多少平方厘米?