



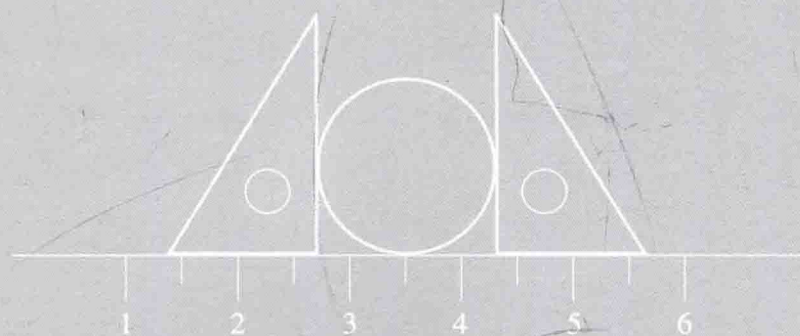
一课研究丛书·图形与几何系列

主编 朱乐平

长度测量

教学研究

姜荣富◎著



教育科学出版社

Educational Science Publishing House



一课研究丛书·图形与几何系列

主编 朱乐平

长度测量

教学研究

姜荣富◎著

教育科学出版社

· 北 京 ·

出版人 所广一
策划编辑 郑莉
项目统筹 郑莉
责任编辑 何薇 刘灿
版式设计 宗沅雅轩 贾艳凤
责任校对 贾静芳
责任印制 曲凤玲

图书在版编目 (CIP) 数据

长度测量教学研究 / 姜荣富著. —北京: 教育科学出版社, 2014. 1

(一课研究丛书 / 朱乐平主编. 图形与几何系列)

ISBN 978-7-5041-8152-7

I. ①长… II. ①姜… III. ①测距—教学研究—小学
IV. ①G623.502

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2014) 第 011261 号

一课研究丛书·图形与几何系列

长度测量教学研究

CHANGDU CELIANG JIAOXUE YANJIU

出版发行	教育科学出版社		
社址	北京·朝阳区安慧北里安园甲9号	市场部电话	010-64989009
邮编	100101	编辑部电话	010-64989179
传真	010-64891796	网 址	http://www.esph.com.cn
经 销	各地新华书店		
制 作	北京金奥都图文制作中心		
印 刷	保定市中华美凯印刷有限公司	版 次	2014年1月第1版
开 本	169毫米×239毫米 16开	印 次	2014年1月第1次印刷
印 张	15	印 数	1—3 000册
字 数	226千	定 价	36.00元

如有印装质量问题, 请到所购图书销售部门联系调换。

丛书序

这是一套什么样的书？

你见过对一节课的研究形成一本十几万字的学术专著吗？

你见过查阅百年来课标（大纲）后综述对一节课的教学要求吗？

你见过对一节课的内容进行国内外多个版本教材比较吗？

你见过对主要杂志上关于一节课的研究成果进行综述吗？

你见过根据一节课的内容给出许多个不同的教学设计吗？

你见过对一节课的研究形成系列校本教研的活动方案吗？

你见过以作者与读者互动对话的形式写成的学术专著吗？

本丛书将让你见到上面所有的“样子”。

《一课研究丛书·图形与几何系列》（以下简称“丛书”）是对课的研究。其中的每一本都是围绕小学数学“图形与几何”领域的一节课（或两三节相关的课）进行多视角系统研究而形成。

研究的内容主要根据教师的课堂教学实践与理论水平提高的需要来确定。主要维度如下：

1. 数学知识维度。数学老师要上好一节课，就应该比学生有更多关于这节课的数学知识，即“上位数学知识”。它是指超越了小学数学一节课的内容，在初中、高中（或中等师范学校）以及大学数学中出现的相关数学知识。很显然，没有上位数学知识是无法上好一节课的，但只有上位的数学知识也远远不够，还必须能够从中获得教学的启示。也就是说，要把围绕一节课的上位数学知识与小学数学紧密结合，指导小学数学教学。这一维度的研究主要解决老师在知识上的“一桶水”问题。

2. 课程标准（教学大纲）维度。从理论上说，一个教师有了数学知识以后，首先要关注的就是课程标准（教学大纲）。这是因为数学课程标准（教学大纲）是一个规定了数学学科的课程性质、目标、内容和实施建议的教学指导性文件。对一节课展开研究应该从最高的纲领性文件入手，明确这节课的目标定位。丛书中所涉及的每一节课，其作者都查阅了自20世纪初到现在的一百多年来国内所有和国外部分数学课程标准（教学大纲），从标准的视角，展现出一节课教学要求的历史沿革过程并从中获得启示。

3. 教材比较维度。数学教材为学生学习一节课的内容提供了基本线索和知识结构，它是重要的数学课程资源。丛书对一节课的教材从多个角度进行比较研究。从时间的角度看，进行了纵向与横向比较研究。纵向比较研究是对不同时期出版的教材进行比较，特别是对同一个出版社或同一个主编不同时期编写的教材进行多角度比较，从历史的沿革中感悟一节课不同时期的编写特点；横向比较研究是对同一时期出版的多种不同版本教材进行比较。从地域的角度看，进行了中国大陆与港、澳、台教材的比较，以及国内外教材的比较。教材比较研究可以为研究这节课或去给小学生上这节课的老师开阔视野，帮助找到更多有价值的课程资源。丛书的每一本不但在正文中对教材进行了比较，而且还在附录中完整呈现了多个版本的相关教材，供读者进一步研究参考。

4. 理论指导维度。我们知道，没有实践的理论是空虚的，没有理论的实践是盲目的。要上好一节课，自然需要理论的指导。奇怪的是，虽然有许多教育理论，但要真正系统地指导一节课的时候，特别是要指导一节课进入实践操作时，却又常常是困难的。丛书在数学教育理论指导课堂教学方面做了探索，努力做到让理论进入课堂教学实践，使得实践者能够真正感受到理论的力量。

5. 学生起点维度。学生是学习的主体，要进行一节课的教学，自然要研究学生的起点。丛书不仅阐述了如何了解学生起点的方法，而且还围绕一节课的学习，对学生起点情况进行分析与研究，以便更好地进行教学设计。

6. 教学设计维度。有了上述五个维度的研究后，我们就可以进入教学设计的研究维度。丛书首先对一节课的教学设计进行综述，就是把散见在多种重要杂志和专著上的教学设计成果进行整理（比如，查阅《小学数学教师》《小学教学》等刊物自创刊以来的全部内容），试图明确这节课迄今为止的所有研究成果。然后再根据学生的情况和多个不同的角度设计出新的不同的教学过程。这些新的教学设计都可以直接进入课堂教学实践。

7. 课堂教学维度。有了教学设计就可以进入课堂教学研究。这一维度主要是对一节课进行课堂教学的观察与评价，具体阐述了如何从多个角度了解教师与学生的情况，如何对教师的教与学生的学进行观察与评价。

8. 课后评价维度。课后评价维度是指在学生学习了一节课以后，对学生的学习情况进行了解与评价。丛书主要从情感态度与“四基”（基础知识、基本技能、基本思想、基本活动经验）内容两大方面，对学生进行测查评价，包括如何进行课后测查与访谈，学生容易掌握的内容和容易出错的地方的调查与研究，等等。

9. 校本教研维度。校本教研的重要性不言而喻。丛书主要围绕一节课提供校本教研的活动方案。即提供了老师们对一节课开展系列研究的活动方案，以便在更广的范围内对一节课进行全面深入系统的研究。

上述九个维度是丛书研究的基本视角，丛书中每一本书的作者还会根据课的具体内容与特点有所侧重地展开研究。所以，每本书既有自己的个性，又有丛书的共性。

从写作形式来说，丛书中每一本书的目录基本都采用了问题形式，以便读者能够快速查到自己感兴趣的内容。正文中的阐述方式采用了平等对话的形式，并提出了一些问题让读者思考。这样的写作形式，试图拉近作者与读者的距离，增加读者的参与度，让读者更感亲切。

这套书是如何形成的？

时间与人员：丛书撰写历时五年。丛书作者 25 人，有省特级教师、省优秀教师、省市教坛新秀和骨干教师。他们都是“朱乐平小学数学名师工作室”的成员，是经过自愿报名、笔试、面试后，在众多的报名者中脱颖而出者。

目标与问题：丛书撰写的目标是为了与大家分享成果，试图在分享中促进数学老师的专业发展，让更多的老师能够减轻工作负担，提高数学教学水平。如何真正促进数学教师的专业发展？有人说，要“实践—认识—再实践—再认识”。这很正确，但任何一个专业要发展都应该如此。也有人说，要“多读书，多交流”。这很对，但对所有专业的发展都适用。还有人说，要“多实践，多反思”。这也很有道理，但缺少了教师专业发展的特点。

观念与操作：通过课例研究，促进专业发展——这是具有教师职业特点的专业发展之路。数学教师主要通过一节课一节课的教学体现出自己的专业水平，学生主要通过一节一节数学课的学习而成长。可见，对一节课进行研究的重要性怎么强调都不会过分。数学教师通过一节一节课的研究定能提高自己的专业水准，而研究出的成果又可以与同行分享，并有可能减轻同行的工作负担。正是基于上面的这些想法，我们才花五年时间写出了这套丛书，希望同行们能够从中得到一些启迪。

由于水平所限，书中一定存在不足甚至错误，敬请读者批评指正。

朱乐平

2013 年 7 月于杭州

目 录

1 上位数学知识研究

1.1 几何学起源于图形测量 / 3

为什么说测量推动了数学的发展? / 3

为什么说测量与科技进步与时俱进? / 5

1.2 长度定义的唯一性 / 6

为什么说长度定义只是经验的描述? / 6

为什么用线段长度定义两点间的距离? / 7

测量和度量是同一个意思吗? / 8

测量活动的基本性质有哪些? / 9

1.3 比较是测量的基础 / 10

为什么说学习测量是重要的? / 10

物体的可测量特性是什么意思? / 11

测量要考虑的基本问题有哪些? / 11

测量的结果有几种可能的情况? / 12

为什么说比较是测量的基础? / 12

什么叫作测量中的间接比较? / 13

为什么说测量为比较提供了方便? / 14

1.4 量的本质是测量结果 / 15

什么是数量? / 15

长度有哪些运算的特性? / 16

数和量有什么联系与区别? / 17

什么是度量的数? / 17

长度是连续量还是离散量? / 18

怎样表示连续量? / 19

为什么说数数是测量连续量的基础? / 19

1.5 统一单位的意义 / 20

什么是长度单位? / 21

中国最早的尺是怎样的? / 22

为什么统一长度单位是重要的? / 22

公制测量是如何产生的? / 23

通用的公制测量系统有什么好处? / 25

主要的长度单位有哪些? / 25

长度单位永远守恒吗? / 26

任何测量都有单位吗? / 27

为什么要选择合适的单位? / 27

什么是长度的公测量? / 28

为什么长度单位设计为1? / 28

任何两条线段都是可公度的吗? / 29

计量单位与计数单位有什么联系? / 30

1.6 测量的误差不可避免 / 31

为什么说测量的结果是一个估计值? / 31

测量越精确越好吗? / 32

什么是测量中的误差? / 33

如何减小测量中的误差? / 33

为什么得不到绝对精确的测量值? / 34

2 课程标准(教学大纲)研究

2.1 国内课程标准(教学大纲)对长度测量教学的要求 / 37

1949 年以前相关文件的要求 / 37

1949—1978 年课程标准(教学大纲)的要求 / 40

1979—2000 年教学大纲的要求 / 44

2001—2011 年课程标准的要求 / 46

2.2 国外课程标准对长度测量教学的要求 / 48

美国课程标准的要求 / 49

英国课程标准的要求 / 52

荷兰课程标准的要求 / 53

日本课程标准的要求 / 54

澳大利亚课程标准的要求 / 54

加拿大课程标准的要求 / 56

芬兰课程标准的要求 / 57

法国课程标准的要求 / 58

德国课程标准的要求 / 59

南非课程标准的要求 / 59

2.3 课程标准(教学大纲)比较得到的启示 / 61

国内课程标准(教学大纲)纵向比较得到的
启示 / 61

国际课程标准横向比较得到的启示 / 63

3 教材研究

3.1 1949—2000 年教材中长度测量编写情况 / 67

1949—1978 年教材的编写情况 / 67

1979—2000 年教材的编写情况 / 69

3.2 2001—2011 年教材中长度测量编写情况 / 77

人教版教材的编写情况 / 78

北师大教材的编写情况 / 82

苏教版教材的编写情况 / 85

浙教版教材的编写情况 / 89

西师版教材的编写情况 / 91

青岛版教材的编写情况 / 92

3.3 台湾地区教材中长度测量编写情况 / 93

3.4 教材比较研究的结论及启示 / 95

1979—2000 年教材比较研究的结论及启示 / 95

2001—2011 年教材比较研究的结论及启示 / 96

台湾地区和日本的教材给我们的启示 / 104

4 教学设计研究

4.1 长度测量教学设计的文献研究 / 109

专业杂志及专著的相关文献介绍 / 109

文献观点综述 / 126

4.2 理论指导下的长度测量教学 / 134

为什么要强调在“做”中学测量? / 135

怎样教学测量中的程序性知识? / 138

建立长度单位概念属于哪种学习方式? / 140

长度单位教学中如何运用变式理论? / 142

如何运用学习的动机理论? / 143

测量教学中如何运用好感知规律? / 145

如何运用有意义的接受学习? / 150

4.3 长度测量教学片段赏析 / 152

需要怎样的尺子? / 153

1 米究竟有多长? / 155

1 千米有多远? / 158

怎么做尺子? / 160

5 学情调查与教学重构

5.1 长度测量学情调查 / 169

能说出身高就是理解长度了吗? / 169

如何设计“认识厘米”的前测? / 171

如何解释前测的结果? / 171
认识1厘米长对比研究结果如何? / 174
估测长度可能存在哪些困难? / 176
认识厘米要特别注意哪些问题? / 177
认识厘米的基本知识要求是什么? / 178
认识厘米的基本技能要求是什么? / 178
如何评价学生是否真正认识了1厘米? / 178

5.2 长度测量教学重构 / 179

教学设计 / 179

教学评论 / 184

6 校本教研活动方案

6.1 小测量 大智慧 / 191

6.2 数学思想方法 / 196

6.3 教材比较 / 199

6.4 教学片段赏析 / 204

参考文献 / 211

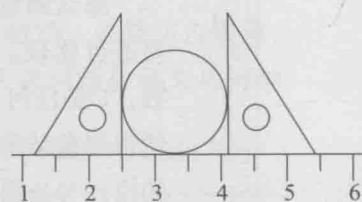
附 录 / 213

根据实验稿课标编写的“长度测量”教材图片 / 215

后 记 / 227

1

上位数学知识研究



在本章，你将了解到测量对数学和科学贡献的力量，体会到测量与其他数学知识的密切联系，理解长度单位发展的主要历程及把单位定义为1的合理性。

不知你是否思考过：几何学的起源是什么？一般认为，几何学起源于图形大小的测量。测量的重要性不言而喻，我们很容易想到生活中需要测量，其实，不仅如此，测量既是数学发展的推动力量，也与科学技术的进步相得益彰。可以想象一下：假如没有测量，世界能发展成今天这个样子吗？如果没有测量，不要说卫星上天这些高精尖的科学技术，就是造一条平坦的马路似乎都不可能！

那么测量的本质是什么呢？测量的本质就是与标准尺进行比较。几个长度的公测量就是这几个数的公因数，1 是任何自然数的公因数，把单位长度设为1，可以使得测量结果的表示最为容易。没有想到吧，测量单位的设计与公因数有密切的联系。理解这些数学知识的内在逻辑联系，可以帮助我们更加深入地理解数学。如果学生也了解这些知识，他们将会更加喜欢数学。

我们生活的世界丰富多彩，生活生产实践中测量的物体也是各色各样。不同物体的长度测量有什么共同点呢？物体长度的本质是线段长度，把长度定义为线段两个端点之间的距离，是为了使两点之间的长度唯一。长度单位的进率与十进制记数法规则一致，使得长度单位的换算与计算更加便捷。与其他数学设计一样，长度单位与进率的设计，也是数学内部和谐选择的结果，是数学公理化思想与严谨性特点的重要体现。

1.1 几何学起源于图形测量

为什么说几何学源于图形测量呢？这是因为图形与数量一样，都是人们在日常生活和生产实践中遇到的最为本源的数学对象。测量联系着图形与数量，是重要的数学实践。但是，使图形成为数学研究对象真正动力的，还是土地测量等生产实践。（史宁中，2009）或许生活在现代都市的人们，如果不是从事某种与土地测量相关的工作，就很难体会测量土地是重要的活动，更不能理解测量土地会成为几何学的起源。但是，如果时光能倒流，让我们穿越到古代，就比较容易理解了。一般认为，几何学起源于古埃及，这是因为周期出现的尼罗河泛滥常常冲毁人们赖以生存的土地，洪水退去之后，人们就需要对土地进行重新划分，这样就有了最早的土地测量。几何学起源于图形大小的测量。因此，埃及的几何学家有时被称作“拉绳者”，或者叫测量员。现在看来，测量是一项简单的活动，可是在古埃及，测量土地是一项技术含量很高的活动，测量土地的人甚至能被称为几何学家，简直有些不可思议！

思考

为什么测量在古埃及是技术含量很高的活动？那时测量长度可能遇到的困难是什么？

为什么说测量推动了数学的发展？

长度测量发展的历史源远流长，数学史家推测，只有当人类有了改造自然的愿望与需求时，才会产生测量的需求。测量在数学发展中的推动作用，主要体现在数概念的扩展中，除此之外，测量对于形的发展也功不可没。

早在公元前 500 年，毕达哥拉斯就对自然数进行了多方面研究，提出了“万物皆可数”的理念，并且强调，任何两条几何线段都是可以公度的，它们的比都可以用分数来表示。当时，人们对数的认识局限在有理数范围内。可是，当毕达哥拉斯学派的成员无意间研究正方形对角线时，很快就陷入

了困境,发现边长为1的正方形对角线长度,既不能用整数表示,也不能用分数表示。也就是说,在数轴上存在着不与任何有理数对应的点。这在当时引起了人们心理上极大的震惊,因为它直接动摇了毕达哥拉斯学派的数学信仰,从而引发了西方数学史上一场巨大风波,史称“第一次数学危机”。(郭龙先,2011)这次危机在数学发展史上具有里程碑式的意义,由此发明了无理数。无理数的发现,扩展了数学的研究对象,数学的触角从此伸向了一个前所未有的领域。

在小学数学教学中,通常利用测量长度的活动引入分数的认识,这种活动的目的就是让学生体会测量推动了数概念的扩展——由正整数扩展到分数,尽管不能确定测量是分数产生的本源,但是通过这样的教学展示分数产生的必要性,彰显了数学文化。

思考

数学的发现不计其数,为什么无理数的发现具有里程碑式的意义?如果现在人类对数的认识还局限于有理数,即使是小学数学中,哪些知识将变得不可思议?(提示:在一定意义上,数概念的扩展是数学发展的主线,如果数概念局限于有理数,数学就可能是“孤独的小苗”,而不可能长成今天的“参天大树”)

古代的数学问题大都与图形的测量相关,测量也推动了形的发展。以我国古代的数学名著《九章算术》为例,这一著作大约成书于公元1世纪,它汇总了我国先秦至汉代的数学知识,代表了东方数学的最高成就。(梁宗巨,2005)。《九章算术》全书共列九章,是一部名副其实的数学问题集,以算术和代数为主。其中,第一章是“方田”,主要讲述几何图形面积的计算方法;第四章是“少广”,包括已知矩形面积求一边之长等问题。这些内容都与几何图形的大小测量息息相关,是两千年来我国数学教育的重要内容。

图形的属性包括度量属性与非度量属性,度量属性主要是指长度、面积(或体积)、角度,非度量属性主要是指拓扑变换等。在小学数学中,主要研究图形的度量属性。根据图形的维数,用长度表示一维图形的大小,用面积和体积分别表示二维图形和三维图形的大小。其中,线段长度不仅

是一切测量的出发点，而且直接推动了数学的发展。

思考

为什么把线段长度测量作为一切测量的出发点？它与面积、体积的测量有什么关系？（提示：面积与体积的测量以长度的测量作为基础，以长方体的体积为例，得到计算的公式之后，只要测量出它的长、宽、高，就可以算出体积）

为什么说测量与科技进步与时俱进？

测量不仅直接推动了数学的发展，作为一项重要的技术，它还与科学发展与时俱进。人类并不是一开始就懂得确定长度单位是十分重要的，如果说统一长度单位对测量来说是黎明的曙光，那么人类在黑暗中摸索了很长的时间。为了找到合理的测量单位，人们进行了大量的研究。在古代，人们常用身体的某一部分作为长度单位。例如，英国国王亨利一世用自己的鼻尖到手伸直时大拇指的跨度作为长度单位，叫作码；俄罗斯人曾用拇指与食指伸开之间的距离作为长度单位，叫作拃。（沙雷金，2001）⁴¹为什么要选择身体的某个部分作为长度单位呢？因为这些测量单位来自于一眼看得见的寻常物件，使用起来十分方便，即使用现代人的思维，也能理解这些测量工具在不同文化中流行是自然而然的。

思考

方便是相对而言的，那么使用上述这些长度单位有什么不方便？

可是，在公元 1800 年左右，法国人将地球子午圈的四千分之一作为长度单位，称为 1 米。法国人根据地球周长创立了米制体系，这是一个重要的进步！因为地球和一把尺子的大小差别如此之大，琢磨或捏造出两者之间的一个合适比例是不容易的，有趣的是，那时法国人把地球的周长搞错了。

不过，人类探索精确长度单位的步伐从来没有停止过。1872 年，在法国巴黎召开了世界长度会议，决定制造“米原型尺”作为长度单位的标准。1983 年，第 17 届国际计量大会通过了光速米的定义，根据光束在真空中传播的速度为每秒 299792458 米，就把 1 米定义为光在 $1/299792458$ 秒时间内

在真空中所传播的距离。(范文贵, 2011)¹⁹⁰可以想象, 仅就这个时间的精度, 对测量技术的要求就足以让人感到震惊了。从这里可以看出, 确定长度单位与定义其他数学概念不一样, 不只是一要符合数学逻辑, 还依赖于科学技术。你是不是又一次体会到数学与科学相依为命了呢?

思考

用光速定义米有什么好处?

精准的测量得益于科学技术的发展, 反过来, 测量技术也对科学发展做出了独特的贡献。例如, 我国发射的“神九”航天器在高空与“天宫一号”对接, 如果没有精准的时间和距离测量作为基础, 这项任务是绝对不可能完成的。相信现在, 你对测量的作用有更多的理解了吧。

思考

通过阅读这一节, 你对测量有了哪些新的认识与理解?

1.2 长度定义的唯一性

测量与人们的日常生活和工农业生产息息相关, 在小学数学课程中, 主要学习与日常生活联系最密切的时间测量、质量测量以及简单几何图形的测量等。其中, 简单几何图形的测量包括长度、面积与体积的测量, 这里主要讨论长度的测量, 并介绍相关的背景知识。

思考

长度测量与面积、体积测量有什么联系?

为什么长度定义只是经验的描述?

什么是长度呢? 简单地说, 长度是线段两端之间的距离。理解这个定