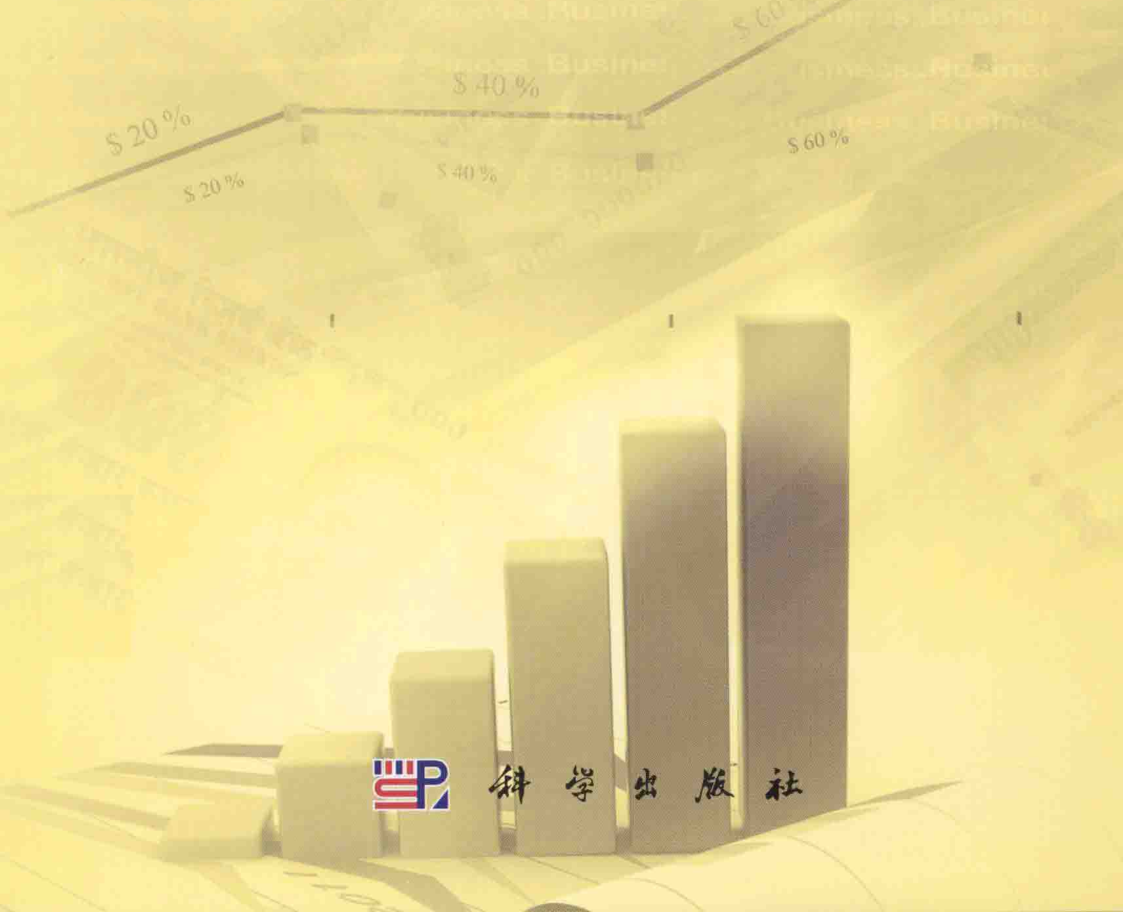
连续时间金融模型的非参数统计分析

陈　萍　冯　予
赵慧秀　蔡井伟　著



科学出版社

连续时间金融模型的非参数统计分析

陈　萍　冯　予　赵慧秀　蔡井伟　著

科 学 出 版 社

北　京

内 容 简 介

本书系统介绍了连续时间金融模型的非参数统计推断方法及其应用，主要包括一维扩散模型、时变扩散模型、多维扩散模型及随机波动率模型的非参数估计与模型设定检验问题的研究，并简要介绍了这些统计方法在投资目标设计与管理、动态金融风险度量以及期权定价等金融问题中的应用.

本书可作为统计学、金融数学和金融工程类的理论研究者及金融分析师的参考资料，也可作为相关专业研究生的教材. 配书光盘提供了书中介绍的各种方法的 MATLAB 实现，可作为金融实证工作者的实用工具.

图书在版编目(CIP)数据

连续时间金融模型的非参数统计分析/陈萍等著. —北京：科学出版社，2014.12

ISBN 978-7-03-042579-9

Ⅰ.①连… Ⅱ.①陈… Ⅲ.①金融-经济模型-非参数统计-统计分析 Ⅳ.①F830.49

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2014)第 272741 号

责任编辑：[illegible] / 责任校对：钟 洋
责任印制：赵德静 / 封面设计：陈 敬

科学出版社 出版
北京东黄城根北街 16 号
邮政编码：100717
http://www.sciencep.com

三河市骏杰印刷有限公司印刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

*

2015 年 1 月第 一 版 开本：720 × 1000 1/16
2015 年 1 月第一次印刷 印张：12
字数：228 000

定价：69.00 元(含光盘)

(如有印装质量问题，我社负责调换)

前　言

在金融工程中, 投资的期望收益和风险预测的研究倍受关注. 投资收益及风险与基础资产价格、证券条款及投资组合策略有直接关系. 正确描述基础资产价格的波动规律, 找出在资产价格与基本经济变量如状态变量、结构参数、风险价值之间的函数关系, 对于衍生证券的定价乃至项目风险的评估起着决定性的作用. 有观点认为, 引发全球金融危机的美国次贷危机的罪魁祸首之一就是对衍生产品风险评估的失误. 而要正确地评估衍生产品风险, 首先必须正确地描述这种衍生产品的变化规律, 对其未来的发展趋势有充分的预期. 为此, 基础变量如股票价格、组合资产价值的动态规律的正确描述是至关重要的.

基础资产价格运动规律的描述一般分离散与连续两类模型. 由于连续时间模型便于分析上的处理, 在许多情形下, 这类模型常能导出解析解或通过偏微分方程解得, 故在研究中经常采用. 连续时间模型通常用随机微分方程来描述, 目前常用的有三类: 一般扩散模型、时变扩散模型以及随机波动率模型.

资产价格波动规律建模的基本问题是模型选取与模型参数的估计问题. 在已有的研究文献中, 模型类型的选取一般采用实证法, 通过比较几种指定的备选模型, 选择其中与观察数据拟合程度最好的, 其结果往往受到备选模型种类和参数估计技术的限制, 在较一般的模型限制条件下, 提出统一的模型选取准则是非常必要的.

许多学者研究了给定模型参数统计推断问题, 例如 Aït-Sahalia 在 1996 年通过对欧元存款利率数据的实证分析, 拒绝了金融分析中常用的 Vasicek 模型、CIR 模型及 CKLS 模型这些具有线性漂移项的模型, 提出了非线性漂移项的猜想. 而 Stanton 在 1997 年对美国国库券日收益数据的漂移函数采用非参数估计, 通过图示法显示出漂移函数的非线性性. 另一方面, 范剑青等在 2003 年利用广义似然比检验法对美国国库券的周收益数据对漂移函数进行了检验, 指出漂移项的非线性并不显著. 洪永淼等于 2005 年利用非参数检验法对美国国债数据进行检验, 拒绝了包括线性与非线性漂移的所有备选模型的假设. 除此之外, 注意到经济条件是随时变动的, 带有时变漂移或扩散的模型的研究也提上了日程, 一些学者如范剑青, Roberto, Yoichi 等, 分别用经验似然或数值模拟的方法研究了时变扩散模型的参数估计问题.

尽管有许多关于参数化的连续时间金融模型的研究, 但没有哪种结论占绝对上风. 其原因之一就是实证分析所选用的模型, 几乎都假定为漂移系数或扩散系数表达形式已知的参数化扩散类模型. 在对市场状况了解不充分的情况下, 参数模型适

应性较弱的缺陷就凸显出来, 一旦模型选择失误, 则可能对金融决策造成误导. 从这一角度来看, 连续时间模型的非参数统计分析是非常必要的.

目前, 关于连续时间模型, 特别是由一维扩散过程所描述的模型非参数估计方面的文章有很多, 但尚没有一本系统阐述各类连续时间模型非参数统计推断的书. 有鉴于此, 作者根据多年从事相关领域研究工作所积累的大量资料, 将散见于大量文献中的相关成果加以提炼并结合本人的研究成果撰成此书. 本书重点考虑连续时间模型的非参数统计推断问题, 但为了知识体系的完整性, 也介绍了一些典型的参数模型的统计推断方法. 为通俗起见, 本书在正文中以叙述原理和方法为主, 必要的证明放在各章附录中.

在本书的完稿之际, 我们要感谢所有关心和支持我们写作的人士, 首先要感谢上海交通大学的叶中行教授、南京大学的王金德教授、东南大学的林金官教授、复旦大学的朱仲义教授, 他们对本书的写作提出了重要的指导意见. 在本书的撰写过程中, 在材料整理、数据搜集、编程以及书稿校对等方面, 作者得到了他的学生, 特别是曹玲玲、徐鹏飞、王骏、季潇等的大力帮助, 在此深表感谢.

本书的撰写及出版获国家社会科学基金 (09BTJ004)、国家自然科学基金 (11271189, 11201229) 资助, 特此感谢.

作 者

2014 年 9 月

目 录

第1章 绪 论

在金融投资决策中, 投资的期望收益和证券价格波动规律的研究是倍受关注的. 投资收益及风险与基础资产价格、证券条款及投资组合策略有直接关系. 正确描述基础资产价格的波动规律, 找出在资产价格与基本经济变量如状态变量、结构参数、风险价值之间的函数关系, 对于投资目标设计与管理、项目风险的评估、衍生证券的定价等金融投资决策问题的解决起着决定的作用. 本章将通过几个实际问题说明连续时间金融模型的统计分析在金融中的应用.

1.1 投资目标设计与管理

投资组合管理是投资界一个永不过时的话题. 1952 年, 美国经济学家、金融学家、诺贝尔奖获得者哈里 · 马可维茨 (Markowitz Harry)[1] 第一次提出了优化一个组合中个人投资的资产来实现较大的组合收益. 在此基础上, 衍生出许多基于投资组合价值的问题. 投资目标设计与管理问题就是一例[2].

为简明扼要, 假定市场中仅有一种股票和一种债券. 债券是无风险的, 它的价格 $S_t^{(0)}$ 随时间 t 以指数的形式增长:

$$dS_{(t)}^{(0)} = S_{(t)}^{(0)} r_t dt, \quad S_{(0)}^{(0)} = 1, \tag{1.1.1}$$

其中 r_t 是债券的利率. 为简单起见, 这里取 $r_t = r$ 为常数. 股票是有风险的, 它的价格 S_t 按如下几何 Brown 运动变化:

$$dS_t = S_t(\sigma dB_t + \mu dt), \quad S_0\text{已知}, \tag{1.1.2}$$

式中 μ, σ 为常数, B_t 为 Brown 运动.

今设一个自融资金且无消费的投资者, 他在时间 $[0, T]$ 的策略是: t 时刻将他的财产 Y_t 元中 Z_t 元买股票, $Y_t - Z_t$ 元买债券. 则容易推出他的财产 Y_t 满足下列倒向随机微分方程:

$$dY_t = f(Y_t, Z_t)\, dt - Z_t dB_t, \quad t \in [0, T], \tag{1.1.3}$$

其中

$$f(y, z) = ry + (\mu - r)\, z + (R - r)\,(y - z), \tag{1.1.4}$$

而 R 是市场的贷款利率, 它一般比 r 大.

利用方程 (1.1.3), 我们可以方便地根据倒向随机微分方程的理论和计算方法为投资者进行投资目标设计与管理. 例如, 若他计划在将来 T 时刻使自己的资产达到 ξ 元, 则可以建立满足方程 (1.1.3) 和终端条件 $Y_T=\xi$ 的倒向随机微分方程, 获得唯一解 (Y_t,Z_t). 其具体含义是: 投资者若要在 T 时刻达到目标 ξ, 则必须在 0 时刻投入 Y_0 元, 并且他在 $[0,T]$ 的投资策略也随之确定了: 在 t 时刻需用 Z_t 元来买股票, Y_t-Z_t 元来买债券.

应该注意到, 上述问题解决的前提是 (1.1.2) 与 (1.1.4) 式中的参数 r,R,μ,σ 的值已知, 而这些参数是需要根据无风险资产 $P_0(t)$ 以及风险资产 S_t 的市场价格来估计的. 换言之, 投资目标设计与管理问题的解决需建立在关于风险资产市场价格的连续时间模型统计推断的基础之上. 另一方面, 关于股票价格的几何 Brown 运动假设在很多情形下也与实际脱节, 且在实际中, 风险资产有可能是多维的, 需要用更一般的模型, 如一维或多维扩散模型、时变扩散模型、随机波动率模型等描述它们的演化规律. 所有这些模型的统计推断问题将在本书第 3~6 章具体讨论.

1.2 动态金融风险度量

在开放的金融市场环境下, 金融风险的度量与防范已成为金融工作者最关心的问题之一. 在完备的金融市场中, 任何负债 C 在一有限时间段内都能够得到完全保值, 代理人用足够大的初始资本 x 在市场中交易, 时刻 t 投资在股票上的数量 π_t, 使他的财富 $X_t^{\pi,x}$ 在终端时刻 $t=T$ 无风险地为负债 C 保值, 即

$$X_T^{x,\pi}\geqslant C \text{ a.s.} \tag{1.2.1}$$

考虑一个含有债券和 d 支股票的金融市场, 债券价格 $S_t^{(0)}$ 满足方程 (1.1.1), 股票价格为 $S_t=(S_t^{(1)},\cdots,S_t^{(d)})$, 满足如下随机微分方程[3]:

$$dS_t^{(i)}=S_t^{(i)}\left[b_i(t)dt+\sum_{j=1}^{d}\sigma_{ij}(t)\,dB_t^{(j)}\right],\quad S_0^{(i)}=s_i>0,\quad i=1,\cdots,d, \tag{1.2.2}$$

其中 $B_t=(B_t^{(1)},\cdots,B_t^{(d)})'$ 是 d 维标准 Brown 运动.

在上述市场模型下, 代理人从初始资产 x 开始投资, 在每个时刻 $t\in[0,T]$, 选择投资组合策略 $\pi_t=(\pi_t^{(1)},\cdots,\pi_t^{(d)})$, 即投资于第 i 种股票的股数为 $\pi_t^{(i)}$, 并将剩余资产投资于货币市场, 则投资组合价值 $X_t^{x,\pi}$ 满足:

$$dX_t^{x,\pi}=\left[X_t^{x,\pi}-\sum_{j=1}^{d}\pi_t^{(i)}S_t^{(i)}\right]r_tdt+\sum_{j=1}^{d}\pi_t^{(i)}S_t^{(i)}\left[b_i(t)dt+\sum_{j=1}^{d}\sigma_{ij}(t)\,dB_t^{(j)}\right]. \tag{1.2.3}$$

根据无套利定价理论, 使 (1.2.1) 式成立的最少的初始资金为负债 C 的贴现在风险中性测度下的期望:

$$C(0) \triangleq \tilde{E}\left[\frac{C}{S_T^{(0)}}\right] > 0. \tag{1.2.4}$$

上式表明, 若取初始资本 $x = C(0)$, 并在市场上采用最优的投资组合策略进行投资, 则组合资产在 T 时刻的价值恰好等于负债 C.

现假定代理人不能 (或不愿) 在初始时刻就拿出资金 $C(0)$ 为负债 C 完全保值, 比如拿出 x 使 $0 \leqslant x < C(0)$, 这时债务 C 对代理人来说是真正的风险, 那么怎样为这种风险定价呢? 有许多作者提出了不同的定价方法, 其中一种合理的风险度量函数是净损失贴现值在风险中性测度下的期望[3]:

$$V_0(x, C) = \inf_{\pi \in A(x)} \tilde{E}\left(\frac{C - X_T^{x,\pi}}{S_T^{(0)}}\right)^+, \tag{1.2.5}$$

其中 $A(x)$ 是初始投资为 x 的所有容许投资组合集. 利用随机控制理论的值函数, 可以定量地描述这类动态风险.

需要注意到, 上述问题解决的前提是模型 (1.1.1), (1.2.2) 中无风险利率r、漂移率向量$b(\cdot)$、波动率矩阵$\sigma(\cdot)$ 已知. 这就需要根据债券与股票价格的历史数据对它们进行估计. 我们将在第 5 章讨论这个问题.

1.3 期权定价问题

期权是一种选择权, 投资者在支付了一定金额的权力金 (期权价格) 之后, 就拥有在预先规定的时间 (到期日) 之前按预先规定价格 (敲定价) 购买或出售一定数量基础资产的权利. 期权定价的高低直接影响到买卖双方的盈亏状况, 是期权交易的核心问题. 期权的定价决策包括两个方面, 一是正确地描述基础资产的价格运动规律, 二是根据给定的基础资产的价格运动规律, 针对期权的种类进行定价, 即确定期权在任意时刻 t 的价值.

关于基础资产价格运动规律的描述, 一般分离散与连续两类模型. 由于连续时间模型便于分析上的处理, 在许多情形下, 这类模型常能导出解析解或通过偏微分方程解得, 故在研究中经常采用. 例如, 假定基础资产价格服从风险中性测度下的广义几何 Brown 运动:

$$dS_t = S_t(\sigma_t dW_t + r_t dt), \quad S_0 = s_0, \tag{1.3.1}$$

其中, W_t 为风险中性测度下的标准 Brown 运动, r_t 为无风险利率过程, σ_t 为波动率过程, 它可以是常数、时间 t 的函数, 或者是股票价格 S_t 的函数, 甚至是随机过程.

在模型 (1.3.1) 下, 考虑支付函数为 $h(x)$, 到期日为 T 的欧式期权. 设 t 时刻基础股票的价格为 x, 则期权在 t 时刻的价值 $v(t,x)$ 满足终值条件为 $v(T,x)=h(x)$ 的广义 Black-Scholes 方程:

$$\frac{\partial v(t,x)}{\partial t}+\frac{1}{2}\sigma_t^2x^2\frac{\partial^2 v(t,x)}{\partial x^2}+r_t\left(x\frac{\partial v(t,x)}{\partial x}-v(t,x)\right)=0. \tag{1.3.2}$$

通过解偏微分方程 (1.3.2), 就可以在任何时刻 t 给出期权的风险中性价格. 易见, 解决期权定价问题的前提是无风险利率和波动率已知. 这仍然需要根据股票市场价格或期权市场价格的历史数据对它们进行统计推断.

从以上分析可见, 正确地描述基础资产价格的波动规律是解决各类金融问题的前提. 在许多文献中, 经常假定基础资产价格服从漂移率与波动率都是常数的几何 Brown 运动, 这往往能使所研究的问题有显式解, 但人们很快就发现, 这种假设在很多情况下并不能与实际市场很好地吻合, 例如, 一系列关于股票波动的实证分析表明波动率参数不是常数[4−6]. 为此, 有许多研究者根据实际市场提出了各种改进方案, 得到了一些在某方面更加符合实际市场状况的修正模型. 例如, Cox 和 Ross[7], Geske[8] 用具有价格依赖型波动率的扩散过程描述股票价格. 也有人提出经济条件随时变动, 因此有必要设想资产的瞬时期望收益以及瞬时波动率既依赖于时间, 也与指定的状态变量如股票或债券的价格水平有关, 这意味着基础状态变量应该是一个时变的扩散过程. 文献中提出了各种各样描述时变情形的模型, 假设了各种表明时间相依性的参数[9−11], 均假设存在某种时变函数作为模型的参数. 此外, Johnson 和 Shanno[12], Hull 和 White[13,14] 等认为, 波动率不仅受基础股票现价的影响, 还会受到市场中其他因素的影响, 因而将之看作一个随机过程, 提出了随机波动率模型.

尽管有许多关于金融数据漂移函数与扩散函数形态的研究, 但没有哪种结论占绝对上风. 这其中的原因之一是, 文献中提到的所有备选模型都假定漂移与扩散系数的函数表达形式已知, 仅含有某些未知参数. 尽管关于函数形式的解释在一定角度似乎与市场状况相吻合, 但可能还有一些未考虑到的因素对数据产生影响. 解决这一问题的方案之一就是考虑适应面更广的非参数模型. 例如, 将基础资产价格表示为一维扩散过程或者说是如下随机微分方程的解[15−17]:

$$dS_t=\mu(S_t)dt+\sigma(S_t)dB_t, \tag{1.3.3}$$

其中, 函数 $\mu(\cdot)$ 和 $\sigma^2(\cdot)$ 分别是该过程的漂移系数与扩散系数. 我们需要根据特定基础资产的市场数据对扩散系数和漂移系数作出估计, 并且还需对模型设定的正确性进行检验. 由于我们对扩散系数与漂移系数的函数形式不作特别的限定, 因而所考虑的问题是非参数的.

有些场合, 用一维扩散过程描述基础资产价格的演化并不能满足问题的需要, 例如, 当考虑投资组合的收益问题、组合衍生证券的定价问题时, 往往用多维扩散方程描述基础资产价值的演化过程. 当市场具有时间变动特性时, 需考虑时变扩散过程. 有些基础资产价格与股票价格以外的某些因素有关, 需要用随机波动率模型描述其演化规律.

本书将结合前面提到的一些金融问题的背景, 对一维扩散模型、多维扩散模型、时变扩散模型、随机波动率模型的非参数统计推断问题展开系统的研究, 建立统一的非参数估计与检验问题研究框架, 给出漂移系数、扩散系数、边缘密度和转移概率密度的估计及检验方法, 并举例说明这些方法在投资目标设计与管理、动态金融风险度量以及期权定价等问题中的具体应用.

1.4 本书概要

本书的主要工作是讨论连续时间模型的非参数统计推断问题, 但为了让读者掌握必要的非参数统计知识, 我们在第 2 章简单介绍了一些独立同分布场合下常用的非参数估计方法, 包括核估计法、局部多项式估计、小波估计、多元回归函数非参数估计的降维方案以及基于 Copula 函数的非参数密度估计, 为本书后续章节的讨论提供必要的预备知识. 为了对我们所提出的非参数法的效率进行评估, 还需了解一些模型的参数推断方法. 我们在第 3 章对几个常用连续时间金融模型的参数统计推断问题进行了讨论, 包括模型的参数估计、样本轨道模拟和模型设定检验三部分. 其中关于 CEV 模型的参数估计、各类模型的轨道模拟, 以及基于广义残差的拟合优度检验法, 包括了作者的最新工作[18,19].

第 4~7 章是本书的主体, 讨论各类模型的非参数统计推断问题. 其中大部分内容来源于作者近年来的研究成果, 许多结果为我们近期所得. 为了知识体系的完整, 也对散见于大量文章中的一些重要成果进行了综述.

第 4 章讨论一维扩散模型的非参数统计推断问题. 尽管已有大量的文献讨论有关一维扩散系数和漂移系数估计问题[20−23], 但文献中对于扩散系数和漂移系数样本的构造原理都没有详尽的阐述, 只是根据漂移为 $\mu(\cdot)$、扩散为 $\sigma(\cdot)$ 的一维扩散过程 X_t, 满足 $E^x(X_t-x)=t\mu(x)+o(t)$, $E^x(X_t-x)^2=t\sigma(x)+o(t)$ 的性质, 将 $X_{t_{i+1}}-X_{t_i}(i=1,\cdots,n)$ 近似看作是漂移的样本, 而将 $\left(tX_{t_{i+1}}-X_{t_i}\right)^2(i=1,\cdots,n)$ 近似看作是 σ^2 的样本. 这种近似误差有多大, 误差的形式是什么, 没有现成的结论. 搞清这些问题对于进一步建立漂移系数和扩散系数的非参数估计模型、分析估计量的极限性质和收敛速度是很有必要的. 该章首先根据我们的前期研究成果[24], 利用 Itô 扩散的性质, 将漂移系数和扩散系数的样本表示成带有系统误差的回归模型, 并讨论了系统误差的 L^r 上界以及随机误差项的 L^r 收敛速度, 建立了漂移系数与扩散

系数非参数估计的通用模型. 这种模型有如下三个优点: 第一, 估计模型包括非参数回归、系统误差和随机误差三项, 形式简洁, 易于应用. 第二, 将误差项分为由样本构造引起的系统误差和随机误差两项, 便于分类研究估计量的极限性质, 同时也便于以后分别通过改进样本构造或改进平滑方法以提高估计精度. 第三, 这种研究思路不但适用于一维扩散, 也可以拓展到多维、时变、随机波动率等场合. 我们在这种框架下构造了扩散系数与漂移系数的核估计、局部多项式估计及小波估计, 并给出了这些方法在风险中性密度估计、衍生证券定价等金融问题中的应用[25−28].

第 5 章包括讨论时变扩散模型的非参数统计推断问题, 对我们近年来对时变扩散模型的非参数统计推断的研究成果做了系统介绍[29,30]. 首先将上一章给出的一维扩散过程非参数估计模型推广到时变情形, 建立了时变扩散系数非参数估计的通用模型. 然后采用 "分时段" 估计法构造了时变扩散系数的核估计、局部多项式估计和小波估计, 给出了估计量的大样本性质, 并参考大样本性质提出了时变扩散系数估计量构造中时变参数的选择方案. 通过模拟试验演示了这种选择方案的估计效果. 这种 "分时段" 的方法虽然仅适用于随时间变化不剧烈的情形, 但在一定程度上解决了时变扩散过程非参数估计中两个变量却仅有一条样本轨道的难题. 最后, 本章还讨论时变扩散模型设定检验问题, 对上证指数的时变性进行了实证分析. 我们发现, 直接用几何 Brown 运动描述大盘指数或个股价格都是不合适的,但加入一定时变性的分段几何 Brown 运动却可以很好地拟合上证指数以及一些个股的演化过程.

第 6 章讨论多维扩散模型的非参数统计分析问题. 首先将第 4 章给出的一维扩散过程非参数估计模型推广到多维情形, 建立了漂移向量与扩散矩阵非参数估计的通用模型 [31], 在这一通用模型下考虑漂移向量与扩散矩阵的核估计法, 并提出为克服维数灾难, 用加性模型拟合漂移向量和扩散矩阵的改进方案, 并举例说明了该方案的可行性. 然后将一维扩散模型设定检验法推广到多维情形, 并通过模拟试验说明了这种推广的可行性. 最后, 利用本章所介绍的方法, 对第 1 章提到的动态金融风险度量问题给出了完整的解决方案.

第 7 章总结了我们在随机波动率模型的非参数统计推断方面的一些工作[32−36]. 随机波动率模型统计推断的困难在于波动率是不可观察的, 为此, 我们首先提出了通过小波分析重构波动率过程轨道的方案, 并通过模拟试验对几种波动率轨道重构方案进行了对比, 显示了我们这一方案的优越性. 在此基础上, 讨论了基于随机设计非参数回归模型的波动率估计法, 它将随机波动率看作由市场面因素引起的, 在一定程度上解释了驱动随机波动率过程的随机源的部分信息. 本章还将一维扩散模型设定的广义残差拟合优度检验法推广到随机波动率模型, 通过模拟试验分析了 CIR 随机波动率模型设定下检验的水平, 并将以上分析应用于一个期权定价的实证研究.

为了便于应用, 配合本书各章节的理论分析, 我们编写了一些典型方法的 MAT-

LAB 程序, 涉及到 "样本轨道模拟函数" "典型模型的参数估计函数" "扩散过程的非参数估计函数" "模型设定检验函数" "样本数据处理函数" 以及 "期权的非参数定价函数" 六个部分. 这些程序调用方便, 运算快捷. 对于实际工作者, 即使对 MATLAB 知之甚少, 或者数学程度较低, 无法理解书中的理论分析, 只要按照操作说明进行操作, 就可以通过直接调用功能函数的方式实现对模型的统计分析.

参考文献

[1] Markowitz H. Portfolio selection[J]. Journal of Finance, 1952, 7(1): 77-91.

[2] 彭实戈. 倒向随机微分方程及其应用 [J]. 数学进展, 1997, 26(2): 97-112.

[3] Cvitanic J, Karatzas I. On dynamic measures of risk[J]. Finance and Stochastics, 1999, 3: 451-482.

[4] Blattberg R C and Gonedes N J. A Comparison of the stable and student distributions as statistical models for stock prices[J]. J. Business, 1974, 47: 244-280.

[5] Rubinstein M. Nonparametric test of alternative option pricing models using all reported trades and quotes on the 30 most active CBOE option classes from Aug. 23, 1976 though Aug. 31, 1978[J]. J. Finance, 1985, 40: 455-480.

[6] Scott L O. Option pricing when the variance changes randomly: theory. estimation and an application[J]. J. Financial Quant. Annl., 1987, 22: 419-438.

[7] Cox J C, Ross S A. The Valuation of options for alternatives stochastic processes[J]. J. Financial Econ., 1976, 3:145-166.

[8] Geske R. The valuation of compound options[J]. J. Financial Econ, 1979, 7:63-81.

[9] Ho T S Y and Lee S B. Term structure movements and pricing interest rate contingent claims[J]. J. Finance, 1986, 41: 1011-1029.

[10] Black F, Derman E and Toy W. A one-factor model of interest rates and its application to treasury bond options[J]. J. Finan. Analysts, 1990, 46: 33-39.

[11] Black F and Karasinski P. Bond and option pricing when short rates are lognormal[J]. J. Finan. Analysts, 1991, 47: 52-59.

[12] Johnson H, and Shanno D. Option pricing when the variance is changing[J]. J. Financial Quant. Annl., 1987, 22: 143.

[13] Hull J, and White A. The pricing of options on assets with stochastic volatility[J]. J. Finance, 1987, 42: 281-300.

[14] Hull J and White A. An analysis of the bias in option pricing with stochastic volatility[J]. Adv. Futures Opt. Res., 1988, 3: 29-61.

[15] Ait-sahalia Y. Nonparametric pricing of interest rate derivative securities[J]. Econometrica, 64: 527-560.

[16] Ait-Sahalia Y. Testing continuous-time models of the spot interest rate[J]. Review of Financial Studies,1996, 9: 385-426.

[17] Stanton R. A nonparametric model of term structure dynamics and the market price of interest rate risk[J]. Journal of Finance, 1997, 52: 1973-2002.

[18] 陈萍, 杨孝平. Cox-Ingersoll-Ross 模型的统计推断 [J]. 应用概率统计, 2005,21(3): 285-292.

[19] Zhao H and Lin J G. The large sample properties of the solutions of general estimating equations[J]. Journal of Systems Science and Complexity, 2012, 25: 1-14.

[20] Prakasa Rao B L S. Statistical inference for diffusion type processes[G]. New York: Oxford University Press Inc., 1999: 225-256.

[21] Spokoiny V G. Adaptive drift estimation for nonparametric diffusion model[J]. Annals of Statistics, 2000, 28,(3): 815–836.

[22] Bandi F M and Phillips P C B. Fully nonparametric estimation of scalar diffusion models[J]. Econometrica, 2003, 71(1): 241-283.

[23] Fan J and Zhang C. A re-examination of diffusion estimators with applications to financial model validation[J]. Journal of the American Statistical Association, 2003, 98: 118-134.

[24] 陈萍, 杨孝平. 资产方程的非参数估计 [J]. 南京理工大学学报, 2004, 28(2): 208-211.

[25] Chen P. Nonparametric estimation of the diffusion coefficient under the linear growth condition[J]. 南京大学数学半年刊, 2005, 22(2): 292-298.

[26] 陈萍, 杨孝平. 资产方程扩散系数的小波估计 [J]. 工程数学学报, 2004,21(2): 212-216.

[27] 陈萍, 杨孝平. 王金德. 扩散系数小波估计的强相合性 [J]. 数学年刊 (A), 2005,26(5):675-682.

[28] 陈萍, 叶中行, 杨孝平. 基础股票有分红及配股的期权定价与套期保值 [J]. 高校应用数学学报, 2004,19(3): 363-368.

[29] 陈萍, 王金德. 时变扩散模型中扩散系数的小波估计 [J]. 中国科学 (A 辑), 2007, 37(6): 719-732.

[30] 马雷, 陈萍. 时变扩散模型中扩散系数的核估计 [J]. 应用概率统计, 2012, 28(5): 489-498.

[31] 陈萍, 冯予. 漂移向量与扩散矩阵的非参数估计模型 [J]. 数学年刊, 2011, 32(4):497-506.

[32] 陈萍. 随机波动率模型的统计推断及其衍生证券的定价 [D]. 南京理工大学博士论文, 2004.

[33] 陈萍, 杨孝平. 完备的随机波动率模型的统计推断 [J]. 应用数学学报, 2005, 28(4): 652-658.

[34] Chen P, Wang J D. Application in stochastic volatility models of nonlinear regression with stochastic design[J]. Appl. Stoch. Mod. Bus. Ind, 2010, 26: 142-156.

[35] 陈萍, 杨孝平. 有随机波动率及定期分红和配股时美式看涨期权的定价 [J]. 应用概率统计, 2005, 21(1): 81-87.

[36] 刘广应, 陈萍, 杨洋. Ornstein-Uhlenbeck 随机波动率模型的参数估计 [J]. 经济数学, 2007, 24(3): 248-253.

第 2 章　一些常用的非参数估计方法简介

为了研究连续时间金融模型的统计推断问题，我们先回顾一下独立同分布场合下概率密度及其泛函有关的非参数估计方法.

通常来说，一个典型的统计推断过程由五个步骤构成：假定分布族、抽样、计算统计量和抽样分布、进行估计和检验、评价模型. 假定分布族是对实际问题的数学描述，它是统计推断的基础. 样本被视为从分布族的某个参数族抽取出来的总体的代表，而未知的仅仅是总体分布具体的参数值，这样推断问题就转化为对分布族若干个未知参数的推断问题，用样本对这些参数做出估计或者进行某种形式的假设检验，这类推断方法称为参数方法. 然而在许多实际问题中，人们往往对总体的分布形式知之甚少，很难对总体的分布形式和统计模型做出明确的假定. 比如，人为控制因素不多情况下的大部分经济和社会问题，数据的分布形式和数据之间的关系常常是不能任意假定，最多只能对总体的分布做出类似于连续型分布或者关于某点对称等一般性的假定. 这种不假定总体分布的具体形式，尽量从数据 (或样本) 本身获得所需要的信息，通过推断方法而获得结构关系，并逐步建立对事物的数学描述和统计模型的方法称为非参数方法.

非参数统计学是统计学中的一个重要分支，相对于参数统计而言，非参数统计有以下两个突出的特点：

首先，非参数统计方法对总体分布的假定相对较少，因而有广泛的适用性，推断结果一般有较好的稳健性，即不会产生由于总体分布的一些变化而导致的大的结论性错误. 在经典的统计框架中，正态分布一直是最引人注目的，但如果模型通不过正态性检验，样本量不足固然是一个可能的原因，但另外一个潜在的原因则是模型假定本身存在问题. 如果是后者，那么就可能通过改变方法，不是盲目地增加样本量而达到分析目的.

其次，非参数统计可以处理所有类型的数据. 我们知道，统计数据按照数据类型可以分为两大类：定性数据 (包括类别数据和顺序数据)、定量数据 (包括等距数据和比例数据). 拿检验来说，一般而言，参数统计主要针对后一类定量数据，如果所收集到的数据不符合参数统计模型的假定，比如：数据只有顺序，没有大小，则很多参数模型无能为力，此时只能尝试非参数方法. 即便对于定量数据而言，应用参数统计推断也未必都有理想的结果，如果将这些数据转化为顺序数据，用非参数方法分析，甚至可能获得更好的结果.