



College Mathematics Guidance Series  
大学数学学习辅导丛书

# 高等数学附册 学习辅导 与习题选解

同济·第七版

同济大学数学系 编

高等教育出版社



College N  
大学数学:

# 高等数学附册 学习辅导 与习题选解

同济·第七版

同济大学数学系 编



GAODENG SHUXUE FUCE / XUEXI FUDAO YU XITI XUANJIE

高等教育出版社·北京

## 内容提要

本书与同济大学数学系编写的《高等数学》(第七版)相配套,由同济大学数学系的教师按照《高等数学》(第七版)的章节顺序编写而成。

本书的编排与教学需求保持同步,每节(或相关的几节)包括内容要点、教学要求、释疑解难、例题增补、习题选解等栏目。习题选解对教材中较难并具有典型性的约三分之一总量的习题作出简要解答,既给学生以参考,又留有自我发挥的余地。每章末还编写了该章总习题选解。

本书主要面向使用该教材的学生,并可供使用该教材的教师作教学参考;同时又具有相对的独立性,可作为工科和其他非数学类专业学生学习高等数学课程的参考书。

## 图书在版编目(CIP)数据

高等数学附册学习辅导与习题选解:同济第七版/  
同济大学数学系编. --北京:高等教育出版社,2014.8

ISBN 978-7-04-039690-4

I. ①高… II. ①同… III. ①高等数学—高等学校—  
教学参考资料 IV. ①O13

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2014)第 122925 号

策划编辑 王强      责任编辑 杨帆      封面设计 王凌波      版式设计 于婕  
插图绘制 郝林      责任校对 刘莉      责任印制 朱学忠

---

出版发行	高等教育出版社	咨询电话	400-810-0598
社 址	北京市西城区德外大街4号	网 址	<a href="http://www.hep.edu.cn">http://www.hep.edu.cn</a>
邮政编码	100120		<a href="http://www.hep.com.cn">http://www.hep.com.cn</a>
印 刷	高教社(天津)印务有限公司	网上订购	<a href="http://www.landaco.com">http://www.landaco.com</a>
开 本	787mm×960mm 1/16		<a href="http://www.landaco.com.cn">http://www.landaco.com.cn</a>
印 张	26.5	版 次	2014年8月第1版
字 数	490千字	印 次	2014年8月第1次印刷
购书热线	010-58581118	定 价	38.40元

---

本书如有缺页、倒页、脱页等质量问题,请到所购图书销售部门联系调换  
版权所有 侵权必究  
物料号 39690-00

# 前 言

本书是与同济大学数学系编“十二五”普通高等教育本科国家级规划教材《高等数学》第七版相配套的学习辅导书,主要面向使用该教材的学生,也可供使用该教材的教师作教学参考。

自进入新世纪以来,我国高等教育的规模有了迅速的扩展,我国的高等教育已经从以往的精英教育转变为当前的大众化教育。在这个过程中,无论是教育界还是社会各方面,都对高等教育的质量十分关注。我们编写这本指导书,就是为了适应这种变化的形势,满足广大工科、经济、管理类等非数学类专业的学生学习高等数学的需要,期望能对提高高等数学的教学质量,对学生掌握高等数学的教学基本要求起到一种辅助的作用。

本书按《高等数学》第七版的章节顺序编排,以便与教学需求保持同步。考虑到读者使用的方便,编写时注意到使这本书具有相对的独立性。在编写时,我们对第七版教材的顺序逐节编写,有的地方根据需要将几节合并编写,每节(或合并的几节)包括如下几部分内容:

## 一、内容要点

较为详细地归纳本节的主要内容,包括具体的概念、定理、公式等,以便为读者复习提供方便。

## 二、教学要求

主要根据教育部高等学校非数学类专业数学基础课程教学指导分委员会制定的工科类本科数学基础课程教学基本要求确定,同时也根据当前的教学实际作了少许修改。对教学要求的层次,也沿用惯例,按“理解”、“了解”或“掌握”、“会”的次序表示程度上的差异。

## 三、释疑解难

针对读者在学习本节内容时常常问及的一些带有共同性的、又有较大意义的问题,选出若干个给以分析、解答,以帮助读者释疑解难。有些问题的解答还对教学内容作了补充和提高,以供一些学有余力的学生阅读参考。

## 四、例题增补

按照本节的教学要求,在教材原有例题和习题的基础上,适当选取少量概念性、启发性或综合性较强的例题作为补充,并作出解答和说明。

### 五、习题选解

在教材中选出较难并具有典型性的一小部分习题(约占 $1/3$ ),作出习题解答,供教师、学生参考。习题选解中的题号就是该题在原教材该节习题中的编号。

除了逐节编写上述几部分内容以外,每一章开头还编写了该章的学习指导,有的还指出了学习中应注意的事项,每一章末还编写了该章教材的总习题选解,所选的习题数量约占 $1/2$ 。

本书由同济大学数学系的下列五位教师编写(按编写的章节次序排列):邱伯驹(第一、九章)、徐建平(第二、三、八章)、朱晓平(第四、五、六章)、应明(第七、十二章)、郭镜明(第十、十一章)。

在编写某些章节的释疑解难时,我们参阅了原工科数学课程教学指导委员会本科组编写的《高等数学释疑解难》,并采用了其中的少数问题,在此谨对作者表示诚挚的谢意。

出版这本辅导书的初衷是为使用同济大学数学系编的《高等数学》教材的大学生提供一本学习辅导书,也可供教师作为教学参考。所以,对学生而言,在使用本书时务必要做到在个人学习、练习的基础上,再加以参考:对照自己在掌握知识方面有何不足,思考自己在分析、解题的思路与能力方面得到什么启示?能否做到举一反三?采取这样的方式使用本书必会受益。反之,如果不加思考地采取抄袭题解,应付作业,那么对于学习就会有害无益,也有悖于我们编写此书的初衷。

对于本书中存在的问题,欢迎广大专家、同行和读者批评指正。

编 者

二〇一四年四月

# 目 录

第一章 函数与极限 .....	1
第一节 映射与函数 .....	1
一、内容要点 .....	1
二、教学要求 .....	3
三、释疑解难 .....	3
四、例题增补 .....	4
五、习题选解 .....	5
第二节 数列的极限 .....	7
一、内容要点 .....	7
二、教学要求 .....	8
三、释疑解难 .....	8
四、例题增补 .....	9
五、习题选解 .....	9
第三节 函数的极限 .....	11
一、内容要点 .....	11
二、教学要求 .....	12
三、释疑解难 .....	12
四、例题增补 .....	13
五、习题选解 .....	14
第四、五节 无穷小与无穷大 极限运算法则 .....	16
一、内容要点 .....	16
二、教学要求 .....	17
三、释疑解难 .....	17
四、例题增补 .....	18
五、习题选解 .....	19
第六节 极限存在准则 两个重要极限 .....	21
一、内容要点 .....	21
二、教学要求 .....	22
三、释疑解难 .....	22

四、例题增补	23
五、习题选解	24
第七节 无穷小的比较	25
一、内容要点	25
二、教学要求	26
三、释疑解难	26
四、例题增补	28
五、习题选解	29
第八、九节 函数的连续性与连续函数的运算	30
一、内容要点	30
二、教学要求	31
三、释疑解难	31
四、例题增补	32
五、习题选解	34
第十节 闭区间上连续函数的性质	37
一、内容要点	37
二、教学要求	38
三、释疑解难	38
四、例题增补	38
五、习题选解	39
总习题一选解	40
<b>第二章 导数与微分</b>	<b>47</b>
第一节 导数概念	47
一、内容要点	47
二、教学要求	48
三、释疑解难	48
四、例题增补	49
五、习题选解	50
第二节 函数的求导法则	52
一、内容要点	52
二、教学要求	53
三、释疑解难	53
四、例题增补	54
五、习题选解	54
第三节 高阶导数	56

一、内容要点	56
二、教学要求	56
三、释疑解难	56
四、例题增补	57
五、习题选解	57
第四节 隐函数及由参数方程所确定的函数的导数 相关变化率	60
一、内容要点	60
二、教学要求	60
三、释疑解难	60
四、例题增补	61
五、习题选解	61
第五节 函数的微分	64
一、内容要点	64
二、教学要求	65
三、释疑解难	65
四、例题增补	65
五、习题选解	65
总习题二选解	67
<b>第三章 微分中值定理与导数的应用</b>	<b>71</b>
第一节 微分中值定理	71
一、内容要点	71
二、教学要求	72
三、释疑解难	72
四、例题增补	73
五、习题选解	74
第二节 洛必达法则	76
一、内容要点	76
二、教学要求	76
三、释疑解难	77
四、例题增补	78
五、习题选解	78
第三节 泰勒公式	79
一、内容要点	79
二、教学要求	80
三、释疑解难	80



四、例题增补	81
五、习题选解	82
第四节 函数的单调性与曲线的凹凸性	84
一、内容要点	84
二、教学要求	84
三、释疑解难	85
四、例题增补	85
五、习题选解	87
第五节 函数的极值与最大值最小值	90
一、内容要点	90
二、教学要求	90
三、释疑解难	90
四、例题增补	91
五、习题选解	92
第六节 函数图形的描绘	94
一、内容要点	94
二、教学要求	95
三、释疑解难	95
四、例题增补	95
五、习题选解	96
第七节 曲率	97
一、内容要点	97
二、教学要求	98
三、释疑解难	98
四、例题增补	98
五、习题选解	99
第八节 方程的近似解	100
一、内容要点	100
二、教学要求	100
三、习题选解	100
总习题三选解	101
<b>第四章 不定积分</b>	<b>106</b>
第一节 不定积分的概念与性质	106
一、内容要点	106
二、教学要求	107

---

三、释疑解难 .....	107
四、例题增补 .....	109
五、习题选解 .....	109
第二节 换元积分法 .....	110
一、内容要点 .....	110
二、教学要求 .....	111
三、释疑解难 .....	111
四、例题增补 .....	113
五、习题选解 .....	113
第三节 分部积分法 .....	117
一、内容要点 .....	117
二、教学要求 .....	117
三、释疑解难 .....	117
四、例题增补 .....	118
五、习题选解 .....	119
第四节 有理函数的积分 .....	120
一、内容要点 .....	120
二、教学要求 .....	121
三、释疑解难 .....	121
四、例题增补 .....	121
五、习题选解 .....	122
总习题四选解 .....	124
<b>第五章 定积分 .....</b>	<b>129</b>
第一节 定积分的概念与性质 .....	129
一、内容要点 .....	129
二、教学要求 .....	130
三、释疑解难 .....	130
四、例题增补 .....	131
五、习题选解 .....	132
第二节 微积分基本公式 .....	134
一、内容要点 .....	134
二、教学要求 .....	134
三、释疑解难 .....	134
四、例题增补 .....	135
五、习题选解 .....	136

第三节 定积分的换元法和分部积分法 .....	139
一、内容要点 .....	139
二、教学要求 .....	140
三、释疑解难 .....	140
四、例题增补 .....	141
五、习题选解 .....	142
第四节 反常积分 .....	145
一、内容要点 .....	145
二、教学要求 .....	146
三、释疑解难 .....	146
四、例题增补 .....	147
五、习题选解 .....	147
总习题五选解 .....	148
<b>第六章 定积分的应用 .....</b>	<b>153</b>
第一、二、三节 定积分在几何学与物理学上的应用 .....	153
一、内容要点 .....	153
二、教学要求 .....	154
三、释疑解难 .....	155
四、例题增补 .....	156
五、习题选解 .....	157
总习题六选解 .....	161
<b>第七章 微分方程 .....</b>	<b>166</b>
第一节 微分方程的基本概念 .....	166
一、内容要点 .....	166
二、教学要求 .....	166
三、释疑解难 .....	166
四、例题增补 .....	168
五、习题选解 .....	169
第二、三节 可分离变量的微分方程 齐次方程 .....	169
一、内容要点 .....	169
二、教学要求 .....	170
三、释疑解难 .....	170
四、例题增补 .....	172
五、习题选解 .....	174

---

第四节 一阶线性微分方程 .....	177
一、内容要点 .....	177
二、教学要求 .....	178
三、释疑解难 .....	178
四、例题增补 .....	180
五、习题选解 .....	181
第五节 可降阶的高阶微分方程 .....	184
一、内容要点 .....	184
二、教学要求 .....	185
三、释疑解难 .....	185
四、例题增补 .....	186
五、习题选解 .....	188
第六节 高阶线性微分方程 .....	190
一、内容要点 .....	190
二、教学要求 .....	191
三、释疑解难 .....	191
四、例题增补 .....	192
五、习题选解 .....	192
第七、八节 常系数线性微分方程 .....	193
一、内容要点 .....	193
二、教学要求 .....	194
三、释疑解难 .....	194
四、例题增补 .....	196
五、习题选解 .....	197
总习题七选解 .....	201
<b>第八章 向量代数与空间解析几何 .....</b>	<b>206</b>
第一节 向量及其线性运算 .....	206
一、内容要点 .....	206
二、教学要求 .....	207
三、释疑解难 .....	207
四、例题增补 .....	208
五、习题选解 .....	209
第二节 数量积 向量积 * 混合积 .....	210
一、内容要点 .....	210
二、教学要求 .....	211

三、释疑解难 .....	211
四、例题增补 .....	211
五、习题选解 .....	212
第三节 平面及其方程 .....	213
一、内容要点 .....	213
二、教学要求 .....	214
三、释疑解难 .....	214
四、例题增补 .....	214
五、习题选解 .....	215
第四节 空间直线及其方程 .....	216
一、内容要求 .....	216
二、教学要求 .....	217
三、释疑解难 .....	217
四、例题增补 .....	218
五、习题选解 .....	219
第五节 曲面及其方程 .....	221
一、内容要点 .....	221
二、教学要求 .....	221
三、释疑解难 .....	222
四、例题增补 .....	222
五、习题选解 .....	222
第六节 空间曲线及其方程 .....	223
一、内容要点 .....	223
二、教学要求 .....	224
三、释疑解难 .....	224
四、例题增补 .....	224
五、习题选解 .....	225
总习题八选解 .....	226
<b>第九章 多元函数微分法及其应用 .....</b>	<b>230</b>
第一节 多元函数的基本概念 .....	230
一、内容要点 .....	230
二、教学要求 .....	232
三、释疑解难 .....	232
四、例题增补 .....	234
五、习题选解 .....	234

---

第二节 偏导数 .....	236
一、内容要点 .....	236
二、教学要求 .....	237
三、释疑解难 .....	237
四、例题增补 .....	238
五、习题选解 .....	239
第三节 全微分 .....	240
一、内容要点 .....	240
二、教学要求 .....	241
三、释疑解难 .....	241
四、例题增补 .....	242
五、习题选解 .....	243
第四节 多元复合函数的求导法则 .....	245
一、内容要点 .....	245
二、教学要求 .....	246
三、释疑解难 .....	246
四、例题增补 .....	247
五、习题选解 .....	249
第五节 隐函数的求导公式 .....	252
一、内容要点 .....	252
二、教学要求 .....	253
三、释疑解难 .....	253
四、例题增补 .....	254
五、习题选解 .....	257
第六节 多元函数微分学的几何应用 .....	260
一、内容要点 .....	260
二、教学要求 .....	262
三、释疑解难 .....	262
四、例题增补 .....	263
五、习题选解 .....	264
第七节 方向导数和梯度 .....	267
一、内容要点 .....	267
二、教学要求 .....	268
三、释疑解难 .....	268
四、例题增补 .....	270
五、习题选解 .....	271

第八节 多元函数的极值及其求法 .....	272
一、内容要点 .....	272
二、教学要求 .....	273
三、释疑解难 .....	274
四、例题增补 .....	275
五、习题选解 .....	277
总习题九选解 .....	279
<b>第十章 重积分 .....</b>	<b>285</b>
第一、二节 二重积分的概念、性质及算法 .....	285
一、内容要点 .....	285
二、教学要求 .....	288
三、释疑解难 .....	288
四、例题增补 .....	289
五、习题选解 .....	291
第三节 三重积分的概念、性质及算法 .....	297
一、内容要点 .....	297
二、教学要求 .....	299
三、释疑解难 .....	299
四、例题增补 .....	301
五、习题选解 .....	303
第四节 重积分的应用 .....	305
一、内容要点 .....	305
二、教学要求 .....	306
三、释疑解难 .....	306
四、例题增补 .....	308
五、习题选解 .....	309
总习题十选解 .....	312
<b>第十一章 曲线积分与曲面积分 .....</b>	<b>321</b>
第一节 对弧长的曲线积分(第一类曲线积分) .....	321
一、内容要点 .....	321
二、教学要求 .....	322
三、释疑解难 .....	323
四、例题增补 .....	324
五、习题选解 .....	326

---

第二节 对坐标的曲线积分(第二类曲线积分) .....	328
一、内容要点 .....	328
二、教学要求 .....	330
三、释疑解难 .....	330
四、例题增补 .....	331
五、习题选解 .....	333
第三节 格林公式及其应用 .....	335
一、内容要点 .....	335
二、教学要求 .....	336
三、释疑解难 .....	336
四、例题增补 .....	338
五、习题选解 .....	339
第四、五节 两类曲面积分的概念、性质及算法 .....	344
一、内容要点 .....	344
二、教学要求 .....	347
三、释疑解难 .....	347
四、例题增补 .....	349
五、习题选解 .....	352
第六、七节 高斯公式和斯托克斯公式 .....	356
一、内容要点 .....	356
二、教学要求 .....	357
三、释疑解难 .....	357
四、例题增补 .....	358
五、习题选解 .....	361
总习题十一选解 .....	364
<b>第十二章 无穷级数 .....</b>	<b>370</b>
第一节 常数项级数及其性质 .....	370
一、内容要点 .....	370
二、教学要求 .....	371
三、释疑解难 .....	371
四、例题增补 .....	372
五、习题选解 .....	373
第二节 常数项级数的审敛法 .....	374
一、内容要点 .....	374
二、教学要求 .....	376



三、释疑解难 .....	376
四、例题增补 .....	378
五、习题选解 .....	380
第三节 幂级数 .....	381
一、内容要点 .....	381
二、教学要求 .....	383
三、释疑解难 .....	383
四、例题增补 .....	384
五、习题选解 .....	386
第四、五节 函数展开成幂级数及其应用 .....	387
一、内容要点 .....	387
二、教学要求 .....	388
三、释疑解难 .....	388
四、例题增补 .....	390
五、习题选解 .....	393
第七、八节 傅里叶级数与一般周期函数的傅里叶级数 .....	394
一、内容要点 .....	394
二、教学要求 .....	396
三、释疑解难 .....	396
四、例题增补 .....	397
五、习题选解 .....	398
总习题十二选解 .....	401