

# 运筹

# 学

# 基础

YUNCHOUXUE  
JICHU

主 编 李承宁 徐武明  
副主编 丁 灿 朱广财  
林 波 唐雪梅



西南财经大学出版社

# 运筹学基础

YUNCHOUXUE JICHU

主 编 李承宁 徐武明  
副主编 丁 灿 朱广财  
林 波 唐雪梅



西南财经大学出版社

## 图书在版编目(CIP)数据

运筹学基础/李承宁,徐武明主编. —成都:西南财经大学出版社,2014.10

ISBN 978 - 7 - 5504 - 1535 - 5

I. ①运… II. ①李…②徐… III. ①运筹学 IV. ①022

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2014)第 185934 号

## 运筹学基础

主 编:李承宁 徐武明

副主编:丁 灿 朱广财 林 波 唐雪梅

责任编辑:张明星

助理编辑:傅倩宇

封面设计:墨创文化

责任印制:封俊川

出版发行	西南财经大学出版社(四川省成都市光华村街55号)
网 址	<a href="http://www.bookcj.com">http://www.bookcj.com</a>
电子邮件	bookcj@foxmail.com
邮政编码	610074
电 话	028 - 87353785 87352368
照 排	四川胜翔数码印务设计有限公司
印 刷	四川森林印务有限责任公司
成品尺寸	185mm × 260mm
印 张	13
字 数	275 千字
版 次	2014 年 10 月第 1 版
印 次	2014 年 10 月第 1 次印刷
印 数	1—2000 册
书 号	ISBN 978 - 7 - 5504 - 1535 - 5
定 价	29.00 元

1. 版权所有,翻印必究。
2. 如有印刷、装订等差错,可向本社营销部调换。
3. 本书封底无本社数码防伪标志,不得销售。

# 前言

运筹学的重要性和实用性越来越受到人们的重视。目前，各高校开设运筹学课程的专业越来越多，为适应运筹学教学的需要，编写一本适合理工科以及管理和经济等专业使用的运筹学教材非常重要。

本书注重实用性，注重理论联系实际，具有一定的深度和广度，叙述深入浅出、通俗易懂，每章末都有习题。本书适合于各专业本、专科生选用，同时兼顾研究生和实际应用人员的使用需求。

全书由西华大学的运筹学任课教师李承宁、徐武明任主编，西南政法大学管理学院唐雪梅任副主编。全书共分11章，内容包括：绪论、线性规划、对偶问题、灵敏度分析和参数线性规划、运输问题、整数规划、目标规划、图与网络分析、动态规划、存储论、对策论。其中绪论和第1章、第2章由丁灿、李承宁编写；第3章、第4章、第5章由朱广财、牟绍波、李承宁编写；第6章、第7章、第8章由徐武明、刘欢、唐雪梅编写；第9章、第10章由林波、唐雪梅编写。全书由徐武明统稿，李承宁审阅定稿。

本书是西华大学“工商管理特色专业”建设阶段性成果。在编写过程中参阅了大量的中外参考书籍和文献资料，在此对这些作者、译者表示衷心感谢！由于编者水平有限，书中不妥之处恳请广大读者批评指正。

编者

2014年3月

# 目 录

0	绪论 .....	(1)
0.1	运筹学简史 .....	(1)
0.2	运筹学的性质和特点 .....	(2)
0.3	运筹学的工作步骤 .....	(3)
0.4	运筹学的模型 .....	(4)
0.5	运筹学的分支 .....	(5)
0.6	运筹学在管理学中的应用 .....	(7)
1	线性规划 .....	(9)
1.1	线性规划及其数学模型 .....	(9)
1.2	两变量线性规划的图解法 .....	(11)
1.3	线性规划问题的标准形式 .....	(13)
1.4	标准形式线性规划问题的解 .....	(16)
1.5	单纯形法的原理 .....	(18)
1.6	表格形式的单纯形法 .....	(26)
1.7	人工变量求可行基的解法 .....	(29)
1.8	求解和应用中遇到的一些问题 .....	(33)
1.9	线性规划的基本理论和推广应用 .....	(37)
	习 题 .....	(47)
2	对偶问题 .....	(52)
2.1	对偶问题的提出 .....	(52)
2.2	对称和非对称对偶线性规划 .....	(53)
2.3	线性规划的对偶理论 .....	(57)
2.4	对偶单纯形法 .....	(60)
2.5	对偶变量的经济含义——影子价格 .....	(63)

习 题 .....	(64)
<b>3 灵敏度分析和参数线性规划 .....</b>	<b>(67)</b>
3.1 灵敏度分析的提出 .....	(67)
3.2 目标函数系数的改变 .....	(68)
3.3 右端项的改变 .....	(69)
3.4 系数矩阵的改变 .....	(70)
3.5 参数线性规划 .....	(73)
习 题 .....	(76)
<b>4 运输问题 .....</b>	<b>(80)</b>
4.1 运输问题的数学模型 .....	(80)
4.2 表上作业法 .....	(82)
4.3 产销不平衡的运输问题 .....	(90)
习 题 .....	(92)
<b>5 整数规划 .....</b>	<b>(98)</b>
5.1 整数规划问题的数学模型 .....	(98)
5.2 分枝定界法 .....	(100)
5.3 0.1 型整数规划 .....	(103)
5.4 分配问题 .....	(108)
习 题 .....	(112)
<b>6 目标规划 .....</b>	<b>(116)</b>
6.1 基本概念及模型的建立 .....	(116)
6.2 图解法 .....	(119)
6.3 单纯形法 .....	(120)
6.4 目标优先次序的确定 .....	(122)
6.5 应用举例 .....	(123)
习 题 .....	(125)

7	图与网络分析	(129)
7.1	基本概念	(129)
7.2	最大流问题	(130)
7.3	最短路问题	(133)
7.4	网络计划技术	(137)
	习 题	(141)
8	动态规划	(145)
8.1	多阶段决策问题	(145)
8.2	最优化原理和动态规划递推关系	(146)
8.3	一类非线性规划的动态解法	(147)
8.4	约束条件不明显的动态规划问题举例	(150)
8.5	随机性动态规划问题举例	(152)
	习 题	(154)
9	存储论	(158)
9.1	存储模型的基本概念	(158)
9.2	确定型存储模型	(160)
9.3	随机型存储模型	(169)
	习 题	(175)
10	决策论	(177)
10.1	决策论概述	(177)
10.2	确定型决策	(179)
10.3	非确定型决策	(180)
10.4	风险型决策	(183)
10.5	多目标决策的层次分析法	(191)
	习 题	(196)

# 0 绪论

## 0.1 运筹学简史

“运筹学”一词在英国称为 Operational Research, 在美国称为 Operations Research (缩写为 O. R.), 可直译为“运用研究”或“作业研究”。由于运筹学涉及的主要领域是管理, 研究的基本手段是建立数学模型, 并比较多地运用各种数学工具, 从这点出发, 有人将运筹学称为“管理数学”。1957 年我国从“夫运筹帷幄之中, 决胜千里之外”(见《史记·高祖本纪》) 这句古语中摘取“运筹”二字, 将 O. R. 正式译作运筹学(我国在 1956 年曾用过“运用学”, 到 1957 年正式定名为“运筹学”)。古语中“运筹”二字, 既显示其军事的起源, 也表明它在我国已早有萌芽, 也恰当地反映了这门学科的精髓。

朴素的运筹学思想在我国古代文献中就有不少记载, 例如田忌赛马和丁渭修皇宫等故事。田忌赛马的事是说一次齐王和田忌赛马, 规定双方各出上、中、下三个等级的马各一匹。如果按同等级的马比赛, 齐王可获全胜, 但田忌采取的策略是以下马对齐王的上马, 以上马对齐王的中马, 以中马对齐王的下马, 结果田忌反以二比一获胜。丁渭修皇宫的故事发生在北宋时代, 皇宫因火焚毁, 由丁渭主持修复工作。他让人在宫前大街取土烧砖, 挖成大沟后灌水成渠, 利用水渠运来各种建筑用材料, 工程完后再以废砖乱瓦等填沟修复大街, 做到减少和方便运输, 加快了工程进度。

运筹学作为一门科学, 诞生于 20 世纪 30 年代末期, 通常认为运筹学的运用是从第二次世界大战早期的军事部门开始的。当时英国为解决空袭的早期预警, 做好反侵略战争准备, 积极进行“雷达”的研究。但随着雷达性能的改善和配置数量的增多, 出现了来自不同雷达站的信息以及雷达站同整个防空作战系统的协调配合问题。1938 年 7 月, 波得塞 (Bawdsey) 雷达站的负责人罗伊 (A. P. Rowe) 提出立即进行整个防空作战系统运行的研究, 并用“Operational Research”一词作为这方面研究的描述, 这就是 O. R. 这个名词的来源。1940 年 9 月英国成立了由物理学家布莱克特 (P. M. S. Blackett) 领导的第一个运筹学小组, 后来发展到每一个英军指挥部都成立了运筹学小组。1942 年美国和加拿大也都相继成立运筹学小组, 这些小组在确定扩建舰队规模、开展反潜艇战的侦察和组织有效的对敌轰炸等方面, 作了大量研究, 为取得反法西斯战争的胜利及运筹学有关分支的建立作出了贡献。1939 年, 苏联学者康托洛维奇 (И. Т. Канторович) 在解决工业生产组织和计划问题时, 提出了类似线性规划模型, 并给



出了“解乘法法”的求解方法，为数学与管理科学的结合作出了开创性的工作。

第二次世界大战期间，英、美军队中的运筹学小组研究，诸如护航舰队保护商队的编队问题；当船队遭受德国潜艇的攻击时，如何使船队损失最小的问题；反潜深水炸弹的合理起爆深度问题；稀有资源在军队中的分配问题等。第二次世界大战后，运筹学在军事上的显著成功，引起了人们的广泛关注，运筹学很快深入到工业、商业、政府部门等，并得到了迅速发展。

在20世纪50年代中期，钱学森、许国志等教授全面介绍运筹学，并结合我国特点在国内推广应用。1957年，我国在建筑业和纺织业中首先应用运筹学；从1958年开始在交通运输、工业、农业、水利建设、邮电等方面陆续得到推广应用。在解决邮递员合理投递线路时，管梅谷教授提出了国外称之为“中国邮路问题”的解法；从20世纪60年代起，运筹学在钢铁和石油部门开始得到了比较全面、深入的应用；从1965年起，统筹法在建筑业、大型设备维修计划等方面的应用取得了可喜的进展；1970年在全国大部分省、市和部门推广优选法；20世纪70年代中期，最优化方法在工程设计界受到了广泛的重视，并在许多方面取得成果；排队论开始应用于矿山、港口、电信及计算机等方面；图论用于线路布置、计算机设计、化学物品的存放等；20世纪70年代后期，存储论在应用汽车工业等方面获得成功。在此期间，以华罗庚教授为首的一大批数学家加入到运筹学的研究队伍中，使运筹学的很多分支很快跟上了当时的国际水平。

## 0.2 运筹学的性质和特点

运筹学是一门应用科学，至今还没有统一且确切的定义，但有以下几个定义可以说明运筹学的性质和特点。莫斯（P. M. Morse）和金博尔（G. E. Kimball）对运筹学下的定义是：“为决策机构在对其控制下的业务活动进行决策时，提供以数量化为基础的科学方法。”它首先强调的是科学方法，这含义不单是某种研究方法的分散和偶然的应用，而是可用于整个一类问题上，并能传授和有组织地活动。它强调以量化为基础，必然要用数学。但任何决策都包含定量和定性两方面，而定性方面又不能简单地用数学表示，如政治、社会等因素，只有综合多种因素的决策才是全面的。运筹学工作者的职责是为决策者提供可以量化方面的分析，指出那些定性的因素。另一定义是：“运筹学是一门应用科学，它广泛应用现有的科学技术知识和数学方法，解决实际中提出的专门问题，为决策者选择最优决策提供定量依据。”这定义表明运筹学具有多学科交叉的特点，如综合运用经济学、心理学、物理学、化学中的一些方法。运筹学是强调最优决策，“最”是过分理想了，在实际生活中往往用“次优”、“满意”等概念代替“最优”。因此，运筹学的又一定义是：“运筹学是一种给出问题坏的答案的艺术，否则的话，问题引起的结果会更坏。”

根据以上定义，我们可以看出运筹学有以下几个基本特点：

(1) 系统性。运筹学研究问题是从系统观点出发，研究全局性的问题，研究综合优化的规律，它是系统工程的基础。系统的整体优化是运筹学系统性的一个重要标志。

一个系统一般由很多子系统组成，运筹学不是对每一个子系统的每一个决策行为孤立地进行评价，而是把相互影响的各方面作为统一体，从总体利益的观点出发，寻找一个优化协作方案。

(2) 数学模型化。运筹学是一门以数学为主要工具、寻求各种问题最优方案的学科，所以运筹学是一门研究优化的科学。随着生产管理的规模日益庞大，其间的数量关系也更加复杂，引进数学研究方法对这些数量关系进行研究，是运筹学的一大特点。

(3) 跨学科性。由有关的各种专家组成的进行集体研究的运筹小组，综合应用多种学科知识来解决实际问题，是早期军事运筹研究的一个重要特点。这种组织和这种特点在一些地方和一些部门以不同的形式保留下来，这往往是研究和解决实际问题的需要。从世界范围看，运筹学应用的成败及应用的广泛程度，无不与这样的研究组织及其工作水平有关。

(4) 实践性。运筹学是一门实践的科学，它完全是面向应用的。离开实践，运筹学就失去了存在意义。运筹学以实际问题为分析对象，通过鉴别问题的性质、系统的目标以及系统内的主要变量之间的关系，运用数学方法达到对系统进行优化的目的。更为重要的是，分析获得的结果要能被实践检验，并被用来指导实际系统运行。在运筹学术界，非常强调运筹学的实用性和对研究结果的执行。

我国管理百科全书将运筹学定义为：“是应用分析、试验、量化的方法，对经济管理系统中的人力、物力、财力等资源进行统筹安排，为决策者提供有依据的最优方案，以实现最有效的管理。”从管理实际出发，可以把运筹学看作一种解决实际问题的方法，因此本书命名为“运筹学基础”。

### 0.3 运筹学的工作步骤

运筹学在解决大量实际问题过程中形成了自己的工作步骤。

(1) 提出和形成问题。即要弄清问题的目标、可能的约束、问题的可控变量以及有关参数，搜集有关资料。

(2) 建立模型。即把问题中可控变量、参数和目标与约束之间的关系用一定的模型表示出来。

(3) 求解。用各种手段（主要是数学方法，也可用其他方法）将模型求解。解可以是最优解、次优解、满意解。复杂模型的求解需用计算机，解的精度要求可由决策者提出。

(4) 解的检验。第一，检查求解步骤和程序有无错误；第二，检查解是否反映现实问题。

(5) 解的控制。通过控制解的变化过程决定对解是否要作一定的改变。

(6) 解的实施。即将解用到实际中必须考虑到实施的问题，如向实际部门讲清解的用法，在实施中可能产生的问题和修改。

以上过程应反复进行。

## 0.4 运筹学的模型

运筹学在解决问题时，按研究对象不同可构造各种不同的模型。模型是研究者对客观现实经过思维抽象后用文字、图表、符号、关系式以及实体模样描述所认识到的客观对象。利用模型可以进行一定预测、灵敏度分析等。模型的有关参数和关系式比较容易改变，这样有助于问题的分析和研究。

模型有三种基本形式：①形象模型；②模拟模型；③符号或数学模型。目前用得最多的是符号或数学模型。构造模型是一种创造性劳动，成功的模型往往是科学和艺术的结晶。构模的方法和思路有以下五种：

(1) 直接分析法。按研究者对问题内在机理的认识直接构造出模型。运筹学中已有不少现存的模型，如线性规划模型、投入产出模型、排队模型、存储模型、决策和对策模型等。这些模型都有很好的求解方法及求解的软件，但用这些现存的模型研究问题时，要注意不能生搬硬套。

(2) 类比法。有些问题可以用不同方法构造出模型，而这些模型的结构性质是类同的，这就可以互相类比。如物理学中的机械系统、气体动力学系统、水力学系统、热力学系统及电路系统之间就有不少彼此类同的现象。甚至有些经济系统、社会系统也可以用物理系统来类比。在分析一些经济、社会问题时，不同国家之间有时也可以找出某些类比的现象。

(3) 数据分析法。对有些问题的机理尚未了解清楚，若能搜集到与此问题密切相关的大量数据，或通过某些试验获得大量数据，这就可以用统计分析法建模。

(4) 试验分析法。当有些问题的机理不清，又不能做大量试验来获得数据，这时只能通过做局部试验的数据加上分析来构造模型。

(5) 想定（构想）法（Scenario）。当有些问题的机理不清，缺少数据，又不能做试验来获得数据时，例如一些社会、经济、军事问题，人们只能在已有的知识、经验和某些研究的基础上，对于将来可能发生的情况给出逻辑上合理的设想和描述。然后用已有的方法构造模型，并不断修正完善，直至比较令人满意为止。

模型的一般数学形式可用下列表达式描述：

目标的评价准则  $U = f(x_i, y_j, \xi_k)$

约束条件  $g(x_i, y_j, \xi_k) \geq 0$

其中： $x_i$ ——可控变量；

$y_j$ ——已知参数；

$\xi_k$ ——随机因素。

目标的评价准则一般要求达到最佳（最大或最小）、适中、满意等。准则可以是单一的，也可以是多个的。约束条件可以没有，也可以有多个。当  $g$  是等式时，即为平衡条件。当模型中无随机因素时，称它为确定性模型，否则为随机模型。随机模型的评价准则可用期望值，也可用方差，还可用某种概率分布来表示。当可控变量只取离

散值时,称为离散模型,否则称为连续模型。也可按使用的数学工具将模型分为代数方程模型、微分方程模型、概率统计模型、逻辑模型等。若用求解方法来命名时,有直接最优化模型、数字模拟模型、启发式模型。也有按用途来命名的,如分配模型、运输模型、更新模型、排队模型、存储模型等。还可以用研究对象来命名,如能源模型、教育模型、军事对策模型、宏观经济模型等。

## 0.5 运筹学的分支

运筹学按所解决问题性质的差别,将实际的问题归结为不同类型的数学模型。这些不同类型的数学模型构成了运筹学的各个分支。主要的分支有:

### 0.5.1 线性规划

经营管理中如何有效地利用现有人力、物力完成更多的任务,或在预定的任务目标下,如何耗用最少的人力、物力去实现。这类统筹规划的问题用数学语言表达,先根据问题要达到的目标选取适当的变量,问题的目标通过用变量的函数形式表示(称为目标函数),对问题的限制条件用有关变量的等式或不等式表达(称为约束条件)。当变量连续取值,且目标函数和约束条件均为线性时,称这类模型为线性规划的模型。有关线性规划问题建模、求解和应用的研究构成了运筹学中的线性规划分支。线性规划由于建模相对简单,有通用算法和计算机软件,是运筹学中应用最为广泛的一个分支。

### 0.5.2 非线性规划

如线性规划模型中目标函数或约束条件不全是线性的,对这类模型的研究构成非线性规划分支。由于大多工程物理量的表达式是非线性的,因此非线性规划特别在各类工程的优化设计中得到较多应用,是优化设计的有力工具。

### 0.5.3 动态规划

动态规划是研究多阶段决策过程最优化的运筹学分支。有些经营管理活动由一系列相互关联的阶段组成,在每个阶段依次进行决策,而且上一阶段的输出状态就是下一阶段的输入状态,各阶段决策之间互相关联,因而构成一个多阶段的决策过程。动态规划研究多阶段决策过程的总体优化,即从系统总体出发,要求各阶段决策所构成的决策序列使目标函数值达到最优。

### 0.5.4 图与网络分析

生产管理中经常遇到工序的衔接问题,设计中经常遇到研究各种管道、线路的通过能力以及仓库、附属设施的布局等问题。运筹学中把一些研究的对象用节点表示,对象之间的联系用连线表示,用点、连线的集合构成图。图论是研究由节点和连线所

组成图形的数学理论和方法。图是网络分析的基础，根据研究的具体网络对象（如铁路网、电力网、通信网等），赋予图中各连线某个具体的参数，如时间、流量、费用、距离等，规定图中各节点代表具体网络中任何一种流动的起点、中转点或终点，然后利用图论方法来研究各类网络结构和流量的优化分析。网络分析还包括利用网络图形来描述一项工程中各项作业的进度和结构关系，以便对工程进度进行优化控制。

### 0.5.5 存储论

存储论是一种研究最优存储策略的理论和方法。如为了保证企业生产的正常进行，需要有一定数量原材料和零部件的储备，以调节供需之间的不平衡。实际问题中，需求量可以是常数，也可以是服从某一分布的随机变量。每次订货需一定费用，提出订货后，货物可以一次到达，也可能分批到达。从提出订货到货物的到达可能是即时的，也可能需要一个周期（订货提前期）。某些情况下允许缺货，有些情况不允许缺货。存储策略研究在不同需求、供货及到达方式等情况下，确定在什么时间点及一次提出大批量的订货，使用于订购、储存和可能发生短缺的费用的总和为最小。

### 0.5.6 排队论

生产和生活中存在大量有形和无形的拥挤和排队现象。排队系统由服务机构（服务员）及被服务的对象（顾客）组成。一般顾客的到达及服务用于对每名顾客的服务时间是随机的，服务员可以是一个或多个，多种情况下又分平行或串联排列。排队按一定规则进行，一般按到达次序先到先服务，但也有享受优先服务的。按系统的顾客容量，可分为等待制、损失制、混合制等。排队论研究顾客不同输入、各类服务时间的分布、不同服务员数及不同排队规则情况下，排队系统的工作性能和状态，为设计新的排队系统及改进现有系统的性能提供数量依据。

### 0.5.7 对策论

对策论是一类用于研究具有对抗局势的模型。在这类模型中，参与对抗的各方称为局中人，每个局中人均有一组策略可供选择，当各局中人分别采取不同策略时，对应一个各局中人收益或需要支付的函数。在社会、经济、管理等与人类活动有关的系统中，各局中人都按各自的利益和知识进行对策。每个人都力求扩大自己的利益，但无法精确预测其他局中人的行为，取得必要的信息，他们之间还可能玩弄花招，制造假象。对策论为局中人在这种高度不确定和充分竞争的环境中，提供一套完整的、定量化和程序化的选择策略的理论和方法。对策论已应用于对商品、消费者、生产者之间的供求平衡分析、利益集团间的协商和谈判以及军事上各种作战模型的研究等。

### 0.5.8 决策论

决策是指为最优地达到目标，依据一定准则，对若干备选的行动方案进行的抉择。随着科学技术的发展，生产规模和人类社会活动的扩大，要求用科学的决策替代经验决策。即实行科学的决策程序，采用科学的决策技术和具有科学的思维方法。决策过

程一般包括：形成决策问题，包括提出方案，确定目标及效果的度量；确定各方案对应的结局及出现的概率；确定决策对不同结局的效用值；综合评价，决定方案的取舍。决策论是对整个决策过程中涉及方案目标选取与度量，概率值确定，效用值计算，一直到最优方案和策略选取的有关科学理论。

## 0.6 运筹学在管理学中的应用

在介绍运筹学的简史时，已提到了运筹学在早期的应用，主要在军事领域。第二次世界大战后运筹学的应用转向民用，这里只对管理领域的应用给予简述。

(1) 市场销售。主要应用在广告预算和媒介的选择、竞争性定价、新产品开发、销售计划的制订等方面。如美国杜邦公司在20世纪50年代起就非常重视将运筹学用于研究如何做好广告工作，产品定价和新产品的引入。通用电力公司对某些市场进行模拟研究。

(2) 生产计划。在总体计划方面主要用于总体确定生产、存储和劳动力的配合等计划，以适应波动的需求计划，用线性规划和模拟方法等。如巴基斯坦某一重型制造厂用线性规划安排生产计划，节省10%的生产费用。还可用于生产作业计划、日程表的编排等。此外，还有合理下料、配料问题、物料管理等方面的应用。

(3) 库存管理。主要应用于多种物资库存量的管理，确定某些设备的能力或容量，如停车场的大小、新增发电设备的容量大小、电子计算机的内存量、合理的水库容量等。美国某机器制造公司应用存储论后，节省18%的费用。目前国外新动向是将库存理论与计算机的物资管理信息系统相结合。如美国西电公司，从1971年起用5年时间建立了“西电物资管理系统”，使公司节省了大量物资存储费用和运费，而且减少了管理人员。

(4) 运输问题。这涉及空运、水运、公路运输、铁路运输、管道运输、厂内运输。空运问题涉及飞行航班和飞行机组人员服务时间安排等。为此在国际运筹学协会中设有航空组，专门研究空运中的运筹学问题。水运有船舶航运计划、港口装卸设备的配置和船到港后的运行安排。公路运输除了汽车调度计划外，还有公路网的设计和分析，市内公共汽车路线的选择和行车时刻表的安排，出租汽车的调度和停车场的设立。铁路运输方面的应用就更多了。

(5) 财务和会计。这里涉及预算、贷款、成本分析、定价、投资、证券管理、现金管理等。用得较多的方法是统计分析、数学规划、决策分析，还有盈亏点分析法、价值分析法等。

(6) 人事管理。这里涉及六个方面，第一是人员的获得和需求估计；第二是人才的开发，即进行教育和训练；第三是人员的分配，主要是各种指派问题；第四是各类人员的合理利用问题；第五是人才的评价，其中有如何测定一个人对组织、社会的贡献；第六是工资和津贴的确定。

(7) 设备维修、更新和可靠性、项目选择和评价。

(8) 工程的优化设计。这在建筑、电子、光学、机械和化工等领域都有应用。

(9) 城市管理。这里有各种紧急服务系统的设计和运用,如救火站、救护车、警车等分布点的设立。美国曾用排队论方法来确定纽约市紧急电话站的值班人数。加拿大曾研究一城市的警车的配置和负责范围,出事故后警车应走的路线等。还有城市垃圾的清扫、搬运和处理;城市供水和污水处理系统的规划……

我国从1957年开始把运筹学应用于交通运输、工业、农业、水利建设、邮电等行业,尤其是在运输方面,从物资调运、装卸到调度等。在粮食部门,为解决粮食合理调运问题,提出了“图上作业法”。我国的运筹学工作者从理论上证明了它的科学性。在解决邮递员合理投递路线时,管梅谷提出了国外称之为“中国邮路问题”的解法。在工业生产中推广了合理下料、机床负荷分配。在纺织业中曾用排队论方法解决细纱车间劳动组织、最优折布长度等问题。在农业中研究了作业布局、劳力分配和麦场设置等。从20世纪60年代起我国的运筹学工作者在钢铁和石油部门开展较全面的和深入的应用;投入产出法在钢铁部门首先得到应用。从1965年起,统筹法的应用在建筑业、大型设备维修计划等方面取得可喜的进展。从1970年起,在全国大部分省、市和部门推广优选法,其应用范围有配方、配比的选择、生产工艺条件的选择、工艺参数的确定、工程设计参数的选择、仪器仪表的调试等。从20世纪70年代中期起,排队论开始应用于研究矿山、港口、电讯和计算机的设计等方面。图论曾用于线路布置和计算机的设计、化学物品的存放等。存储论在我国应用较晚,20世纪70年代末在汽车工业和其他部门取得成功。近年来运筹学的应用已趋向研究规模大和复杂的问题,如部门计划、区域经济规划等;并已与系统工程难以分解。

综上所述,运筹学在管理学中的应用前景非常广阔,但还有大量的工作需要继续深入研究。本书的目的就是要在管理学科与运筹学之间架起一座桥梁,帮助实际的管理决策者进一步了解运筹学,告诉他们如何在实际工作中使用运筹学更好地进行决策,创造更好的效益。

# 1 线性规划

线性规划是运筹学的一个重要分支。自 1947 年丹捷格 (G. B. Dantzig) 提出了一般线性规划问题求解的方法——单纯形法之后, 线性规划在理论上趋向成熟, 在实际运用中日益广泛与深入。特别是在电子计算机能处理成千上万个约束条件和决策变量的线性规划问题之后, 线性规划的适用领域更为广泛了。从解决技术问题的最优化设计到工业、农业、商业、交通运输业、军事、经济计划和管理决策等领域都可以发挥作用。它已是现代科学管理的重要手段之一。查恩斯 (A. Charnes) 与库伯 (W. W. Cooper) 继丹捷格之后, 于 1961 年提出了目标规划, 艾吉利 (Y. Ijiri) 提出了用优先因子来处理多目标问题, 使目标规划得到发展。近十年来, 斯·姆·李 (S. M. Lee) 与杰斯开莱尼 (V. Jaaskelainen) 应用计算机处理目标规划问题, 使目标规划在实际应用方面比线性规划更广泛, 更为管理者所重视。

## 1.1 线性规划及其数学模型

在生产管理和经营活动中经常提出一类问题, 即如何合理地利用有限的人力、物力、财力等资源, 来得到最好的经济效果。

**【例 1-1】** 某工厂在计划期内要安排生产 I、II 两种产品, 已知生产单位产品所需的设备台时及 A、B 两种原材料的消耗, 如表 1-1 所示。

表 1-1

	I 产品	II 产品	
设备	1	2	8 台时
原料 A	4	0	16 千克
原料 B	0	4	12 千克

该工厂每生产一件产品 I 可获利 2 元, 每生产一件产品 II 可获利 3 元, 问应如何安排计划使该工厂获利最多? 这问题可以用以下的数学模型来描述, 设  $x_1$ 、 $x_2$  分别表示在计划期内产品 I、II 的产量。因为设备的有效台时是 8, 这是一个限制产量的条件, 所以在确定产品 I、II 的产量时, 要考虑不超过设备的有效台时数, 即可用不等式表示为:

$$x_1 + 2x_2 \leq 8$$



同理，因原材料 A、B 的限量，可以得到以下不等式：

$$4x_1 \leq 16$$

$$4x_2 \leq 12$$

该工厂的目标是在不超过所有资源限量的条件下，如何确定产量  $x_1$ 、 $x_2$  以得到最大的利润。若用  $z$  表示利润，这时  $z = 2x_1 + 3x_2$ 。综合上述，该计划问题可用数学模型表示为：

$$\begin{array}{l} \text{目标函数} \\ \text{满足约束条件} \end{array} \quad \begin{array}{l} \max z = 2x_1 + 3x_2 \\ \left\{ \begin{array}{l} x_1 + 2x_2 \leq 8 \\ 4x_1 \leq 16 \\ 4x_2 \leq 12 \\ x_1, x_2 \geq 0 \end{array} \right. \end{array}$$

**【例1-2】**靠近某河流有两个化工厂（见图1-1），流经第一化工厂的河流流量为每天500万立方米，在两个工厂之间有一条流量为每天200万立方米的支流。第一化工厂每天排放含有某种有害物质的工业污水2万立方米，第二化工厂每天排放这种工业污水1.4万立方米。从第一化工厂排出的工业污水流到第二化工厂以前，有20%的污水可自然净化。根据环保要求，河流中工业污水的含量应不大于0.2%。这两个工厂都需各自处理一部分工业污水。第一化工厂处理工业污水的成本是1000元/万立方米，第二化工厂处理工业污水的成本是800元/万立方米。问在满足环保要求的条件下，每厂各应处理多少工业污水才能使这两个工厂总的处理工业污水费用最小？

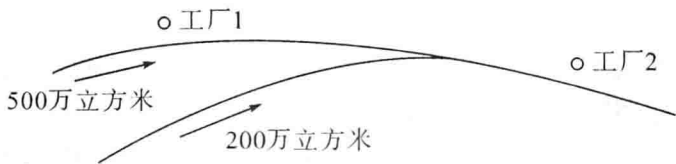


图 1-1

这个问题可用数学模型来描述。设第一化工厂每天处理工业污水量为  $x_1$  万立方米，第二化工厂每天处理工业污水量为  $x_2$  万立方米。从第一化工厂到第二化工厂之间，河流中工业污水含量要不大于0.2%，由此可得近似关系式  $(2 - x_1)/500 \leq 2/1000$ 。

流经第二化工厂后，河流中的工业污水量仍要不大于0.2%，这时有近似关系式：

$$[0.8(2 - x_1) + (1.4 - x_2)] / 700 \leq 2 / 1000$$

由于每个工厂每天处理的工业污水量不会大于每天的排放量，故有  $x_1 \leq 2$ ； $x_2 \leq 1.4$ 。这问题的目标是要求两厂用于处理工业污水的总费用最小，即  $z = 1000x_1 + 800x_2$ 。综合上述，这个环保问题可用数学模型表示为：

$$\begin{array}{l} \text{目标函数} \\ \text{满足约束条件} \end{array} \quad \begin{array}{l} \min z = 1000x_1 + 800x_2 \\ \left\{ \begin{array}{l} x_1 \leq 2 \\ x_2 \leq 1.4 \end{array} \right. \end{array}$$