高等学校应用型本科教材

简明 微积分

（上册）

主 编 李庶民

Calculus

ZHEJIANG UNIVERSITY PRESS
浙江大学出版社

高等学校应用型本科教材

简明微积分

(上 册)

主 编 李庶民
编 者(按姓氏音序排列)
陈付彬 郝 冰 李庶民
刘云涛 薛建明 禹旺勋
张 娟 周 旋

ZHEJIANG UNIVERSITY PRESS
浙江大学出版社

图书在版编目(CIP)数据

简明微积分.上册/李庶民主编. —杭州:浙江大学出版社,2014.9
ISBN 978-7-308-13724-9

Ⅰ. ①简… Ⅱ. ①李… Ⅲ. 微积分—高等学校—教材 Ⅳ. ①O172

中国版本图书馆CIP数据核字(2014)第191633号

简明微积分(上册)
主　编　李庶民

责任编辑　邹小宁
文字编辑　沈巧华
封面设计　王聪聪
出　　版　浙江大学出版社
(杭州市天目山路148号　邮政编码310007)
(网址:http://www.zjupress.com)
排　　版　杭州教联文化发展有限公司
印　　刷　金华市浙师教育图文有限公司
开　　本　787mm×1092mm　1/16
印　　张　14.75
字　　数　341千
版 印 次　2014年9月第1版　2014年9月第1次印刷
书　　号　ISBN 978-7-308-13724-9
定　　价　29.80元

序

在我国改革开放的大潮流推动下，大学数学教学改革亦不断深入，本专科办学层次不断地细化和丰富。适应于各层次、各类别的学生学习的大学数学教材相继出版，呈现出百花齐放的可喜态势。近年来，以高职本科和独立学院为代表的应用型本科教育异军突起，在招生规模和办学质量上迅猛发展，为我国高等教育的应用型人才培养作出了重要贡献。

以微积分为主要内容的高等数学课程，作为理学、工程、农林、经济、管理类专业学生的重要基础课程，担负着向学生传授各自专业所必需的数学基础知识，培养逻辑思维能力，提高数学素养的重要作用。对应用型本科学生而言，更重要的是能够运用这些数学的基础知识尽可能地理解专业学科的知识和解决将来工作中的实际问题，为后续的专业学习和将来的工作需要打下坚实的基础。

李庶民副教授主编的《简明微积分》教材，根据教育部高等学校数学和统计学教学指导委员会制定的《工科类、经济管理类本科数学基础课程教学基本要求》，结合多年来对独立学院及高职本科教学的丰富经验，在长期构想和反复探讨的基础上编写而成。该书立足于应用型本科学生的实际情况，理工和经济管理通用。编写团队综合多年来针对不同类别、不同层次学生丰富的实际教学经验，以独特的视觉和思路，在微积分教材体系上大胆突破，采取先系统讲授微分学，后系统讲授积分学的模式，令人耳目一新。对理论知识的讲解深入浅出，注重基本概念、基本运算和基本应用。书中精选了一些在物理、经济、管理等方面应用的例题，以培养学生的数学建模思想，引导学生学以致用。书中还附有丰富的典型例题和习题，便于学生巩固基本知识，并有一定数量的提高题，为学生学习提高和考研提供素材。

教学内容和课程体系的改革是教学改革的重点和难点。鼓励不同层次、不同类别、不同模式、不同侧重的各种教学改革，是当前高等教育发展的必然趋势。与之相适应的不同风格、不同要求的教材如雨后春笋般出版。编者相信这本有自身鲜明特色教材的出版，将为应用型本科数学教材建设添砖加瓦。作为教学质量工程建设的组成部分，将为提高理工类和经管类专业的微积分教学质量和教学效果、培养学生的数学素养和应用能力，作出积极的贡献。

李继彬

2014年6月

前　言

本书根据教育部高等学校数学和统计学教学指导委员会制定的《工科类、经济管理类本科数学基础课程教学基本要求》(以下简称《教学基本要求》),结合编者多年来对独立学院及高职本科教学的丰富经验,在长期构想和反复探讨的基础上,针对普通高等学校应用型本科各相关专业学生学习高等数学课程的需要编写而成。编者主要基于以下两点初衷:

(1)试图对现行微积分课程作较大幅度的改革与探索,根据微积分内容的特点和历史发展线索,受菲赫金哥尔茨《微积分学教程》的启发,将微积分课程视为两个相对独立完整的体系:微分学体系与积分学体系,即先全面系统地学习微分学(一元、多元微分学有机揉合在一起),然后再全面系统地学习积分学(定积分、重积分、曲线与曲面积分有机揉合在一起),可使学生对微分学和积分学都能有更加全局而完整的认识。目前国内依此思路编写的教材极其罕见,希望我们的工作会对微积分课程改革起到积极的促进作用。

(2)为兼顾大多数应用型本科学校专业设置的特点,编者试图编写一本同时可供理工科类专业和经济管理类专业使用的微积分教材,以便给该课程带来更具共性的教学管理。

在编写过程中,编者主要作了以下考虑:

(1)妥善处理好"一元"与"多元"相应概念、性质、方法的内在联系,把握其共性与差异性。在"揉合"一元与多元相应的内容时,注意到相应概念的思想本质是一致的,从而在基本理论和基本方法上也有着高度的相似性。同时,为了避免读者在学习过程中(尤其是在计算时)引起混淆,我们本着"概念融合,计算分离"的原则,将一元微(积)分与多元微(积)分的概念放在一起,便于读者学习时作比较,而将一元微(积)分与多元微(积)分的计算独立开来,分别介绍,避免混淆。这既是本书的最大特点,同时也是本书编写过程中最棘手的环节。

(2)为支撑多元微积分的内容,需要将空间解析几何、多元函数、极限理论与连续性等知识作为预备知识先行加以介绍。

(3)根据应用型本科学校的特点,本着"适度、够用"的原则,在保持微积分内容的系统性和完整性的前提下,本书适当降低了某些理论的难度,稍长或有一定难度的定理证明都已略去。但对于《教学基本要求》中的基本概念、基本理论和基本方法部分则不吝篇幅,力求深入浅出地引入概念,完整仔细地介绍方法。引导学生将学习重点集中到

掌握基本内容而不刻意追求难度与技巧的学习导向上来。

(4)着力引导应用型本科学生的应用意识，书中精选了一些在物理、经济、管理等方面应用的例题，以培养学生数学建模的思想；既注重高等数学有关内容的阐释，又注重展示这些内容在实际问题中的应用，这样可使本书同时兼备理工科类专业和经济管理类专业的知识背景。

(5)本书的结构体系和教学顺序可同时适用于理工科类专业和经济管理类专业。理工科类专业可视学时多寡讲授本书部分或全部内容，经济管理类专业则可对《教学基本要求》中未提及的内容不作介绍。

全书分为上、下册两册，上册第一章和第二章由郝冰编写，第三章由薛建明编写，第四章和第五章由李庶民编写；下册第六章由周旋编写，第七章由张娟编写，第八章由刘云涛编写，第九章由禹旺勋编写，第十章由陈付彬编写。全书由李庶民统稿及定稿。

感谢李继彬教授百忙中欣然为本书作序。感谢董艳梅副教授全程参与本书初稿的讨论，并提出大量细致而中肯的修订意见。感谢何维刚老师为本书绘制了部分插图。感谢王芳、谈晓芬两位同学为本书做了部分习题解答。

感谢昆明理工大学津桥学院对本书的编写提供的巨大支持和鼓励。同时感谢浙江大学出版社为本书顺利出版而做的大量工作。

编写改革力度较大的教材本非易事，对传统的知识体系结构作较大调整更加困难，特别是在知识点的前后逻辑关系和衔接上容易产生因果倒置、前后不一、挂一漏万等诸多问题。限于作者的水平与能力，这些不妥与错误在所难免。在此，编者愿借本书出版之机抛砖引玉，求教专家和读者，不吝斧正，以便我们能不断改进，使本书得以日臻完善。同时，期待更多有更鲜明特色的微积分教改教材面世。

编　者

2014年6月

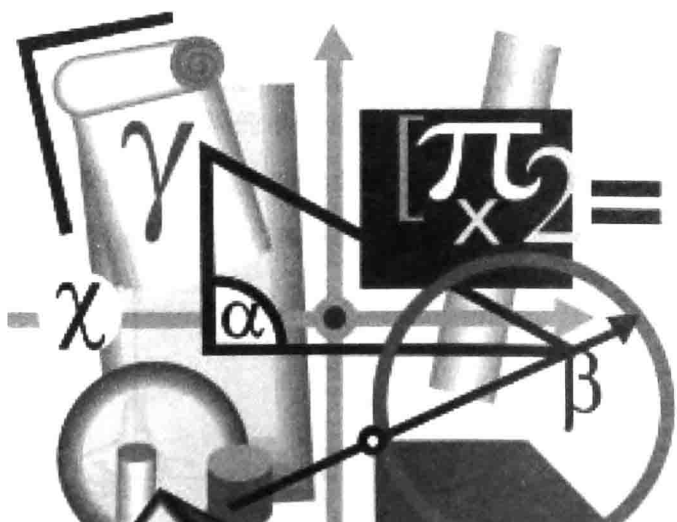
目　录

第一篇　预备知识

第二篇　微 分 学

第一篇

预备知识



第一章　空间解析几何基础

空间解析几何的产生是数学史上一个划时代的成就，它通过点和坐标的对应关系，把数学研究的两个基本对象"数"和"形"统一起来，使得人们既可以用代数方法解决几何问题，也可以用几何方法解决代数问题，从而达到真正的"数形结合".

本章介绍空间解析几何的一些基本概念，包括空间直角坐标系、空间曲面、空间曲线、空间向量代数、空间平面与空间直线方程等概念. 这些内容是学习多元函数的微积分的重要基础.

第一节　空间直角坐标系与空间曲面

一、空间直角坐标系

在平面解析几何中，已经建立了平面直角坐标系，并通过平面直角坐标系，把平面上的点和有序实数组（即点的坐标（x,y））对应起来. 同样，为了把空间中的任一点与有序实数组对应起来，我们建立了**空间直角坐标系**.

在空间取一定点 O，作三条以 O 点为原点的相垂直的数轴，依次叫作 x 轴（横轴）、y 轴（纵轴）、z 轴（竖轴），这三条轴具有相同的单位长度，它们的正方向满足右手系法则，即以右手握住 z 轴，当右手的四个手指从 x 轴的正向转过以 $\frac{\pi}{2}$ 的角度后指向 y 轴的正向时，竖起的大拇指的指向就是 z 轴的正向，如图 1-1 所示.

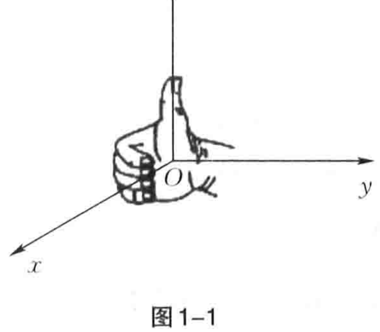


图 1-1

三个坐标轴中任意两条可以确定一个平面，这样确定的三个平面统称为**坐标面**．x 轴与 y 轴所确定的坐标面叫做 xOy 面，由 y 轴及 z 轴和由 z 轴及 x 轴所确定的坐标面，分别叫做 yOz 面和 xOz 面．三个坐标面把空间分成八个部分，每一部分叫做一个**卦限**，含 x 轴、y 轴与 z 轴正半轴的那个卦限叫做第一卦限．在 xOy 面上方，从第一卦限开始，按逆时针方向依次确定的三个卦限分别叫做第二、第三、第四卦限．在 xOy 面下方，由第一卦限之下的第五卦限，按逆时针方向确定第五卦限至第八卦限，这八个卦限分别用Ⅰ，Ⅱ，Ⅲ，Ⅳ，Ⅴ，Ⅵ，Ⅶ，Ⅷ表示，如图1-2所示．

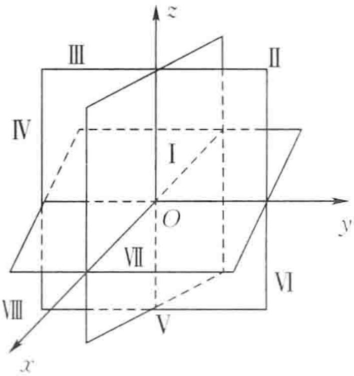


图1-2

设 M 是空间中一点，过点 M 作三个平面分别与三个坐标轴垂直．它们与三个坐标轴的交点依次记作 P,Q,R（见图1-3），这三个交点在 x 轴、y 轴、z 轴上的坐标依次为 x,y,z．则点 M 就唯一地确定了一个有序数组 x,y,z；反过来，已知一个有序数组 x,y,z，可以在 x 轴上取坐标为 x 的点 P，在 y 轴上取坐标为 y 的点 Q，在 z 轴上取坐标为 z 的点 R，然后通过 P,Q,R 分别作 x 轴，y 轴，z 轴的垂直平面．这三个垂直平面的交点 M 便是由有序数组 x,y,z 确定的唯一的点．

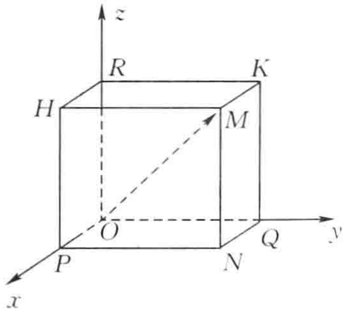


图1-3

这样就建立了空间点 M 和有序数组 x,y,z 之间的一一对应关系．这组数 x,y,z 叫做点 M 的坐标，分别称为 M 的 x 坐标，y 坐标和 z 坐标，记作 $M(x,y,z)$．

二、空间两点之间的距离

设 $M_1(x_1,y_1,z_1)$，$M_2(x_2,y_2,z_2)$ 为空间中的两点．过 M_1,M_2 各作三个分别垂直于三个

坐标轴的平面. 这六个平面围成一个以 M_1M_2 为对角线的长方体,如图1-4所示,由相应的三角形勾股定理易知

$$|M_1M_2|^2=|M_1N|^2+|NM_2|^2=|M_1P|^2+|PN|^2+|NM_2|^2$$
$$=(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2+(z_2-z_1)^2 .$$

所以,空间两点的距离公式为

$$|M_1M_2|=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2+(z_2-z_1)^2}. \tag{1}$$

特别地,点 $M(x,y,z)$ 到坐标原点 $O(0,0,0)$ 的距离为

$$|OM|=\sqrt{x^2+y^2+z^2} .$$

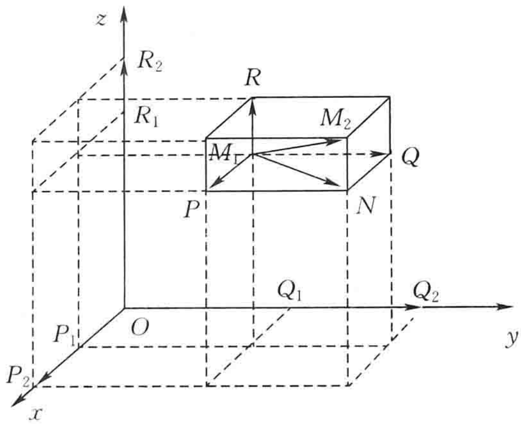


图1-4

例1　求点 $M(x,y,z)$ 到 x 坐标轴的距离和到 xOy 坐标面的距离.

解　点 $M(x,y,z)$ 在 x 轴上的投影,记为 A 点,则 A 的坐标为 $(x,0,0)$,所以 $M(x,y,z)$ 到 x 轴的距离 d_1 为

$$d_1=|MA|=\sqrt{(x-x)^2+(y-0)^2+(z-0)^2}=\sqrt{y^2+z^2} .$$

设 P 是点 M 在 xOy 面上的投影,则 P 的坐标为 $(x,y,0)$,所以 M 到 xOy 面的距离 d_2 为

$$d_2=|MP| =\sqrt{(x-x)^2+(y-y)^2+(z-0)^2}=|z| .$$

由对称性易知, $M(x,y,z)$ 到 y 轴的距离为 $\sqrt{x^2+z^2}$ 和 $M(x,y,z)$ 到 z 轴的距离为 $\sqrt{x^2+y^2}$. $M(x,y,z)$ 到 yOz 面的距离和到 zOx 面的距离分别为 $|x|$ 和 $|y|$.

三、曲面方程的一般概念

平面解析几何中把曲线看作平面上动点的几何轨迹,类似地,空间直角坐标系中的任何曲面都可以看作动点在空间的几何轨迹. 在这种意义下,如果三元方程

$$F(x,y,z)=0 \tag{2}$$

满足:(1)曲面 S 上的任何一点的坐标都满足方程(2);

(2)不在曲面 S 上的点的坐标都不满足方程(2).

则方程(2)称为**曲面 S 的方程**,而曲面 S 就称为方程(2)的**图形**. 这就建立了空间曲面与曲面方程的一一对应关系,如图 1–5 所示.

建立了空间曲面与其方程的联系后,我们就可以通过方程研究来理解曲面的几何性质,与平面解析几何相类似,空间解析几何主要研究以下两个基本问题:

(1)已知曲面 S 上的点满足的几何条件,建立曲面 S 的方程;

(2)已知方程 $F(x,y,z)=0$,研究该方程对应曲面的几何形状.

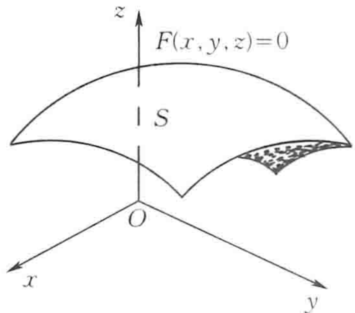


图 1–5

为了讨论方便,我们先简单介绍平面的一般方程. 在第四节中还会详细讨论平面方程及其应用. 空间中任一平面方程能够用三元一次方程

$$Ax+By+Cz+D=0 \tag{3}$$

来表示,反之亦然,其中 A、B、C 是不全为零的常数. 方程(3)称为平面的一般方程. 特别地, xOy 平面的方程是 $z=0$,同样 yOz 平面和 xOz 平面的方程是 $x=0$ 和 $y=0$. 而 $x=a$ 、$y=b$ 和 $z=c$ 分别表示平行于坐标面 yOz , xOz , xOy 的平面.

下面再举个球面方程的例子.

已知球心在 $M_0(x_0,y_0,z_0)$,半径为 R , $M(x,y,z)$ 是球面上的任一点,由球面到球心的距离等于半径 R 可得

$$\sqrt{(x-x_0)^2+(y-y_0)^2+(z-z_0)^2}=R ,$$

即

$$(x-x_0)^2+(y-y_0)^2+(z-z_0)^2=R^2. \tag{4}$$

由于球面上的点的坐标都满足(4),不在球面上的点的坐标都不满足(4),故(4)就是所求的球面方程,图形如图 1–6 所示.

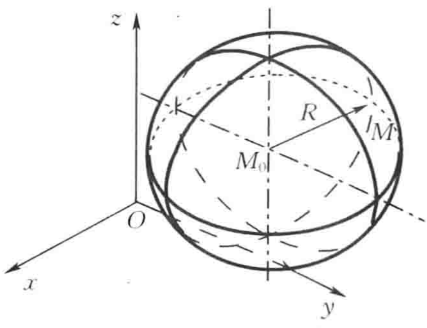


图 1–6

特别，球心在坐标原点 $O(0,0,0)$，半径为 R 的球面方程为

$$x^2+y^2+z^2=R^2 \tag{5}$$

例2 方程 $x^2+y^2+z^2+4x-4y-1=0$ 表示怎样的曲面？

解 通过配方，方程化为

$$(x+2)^2+(y-2)^2+z^2=3^2.$$

所以它表示球心在点 $(-2,2,0)$，半径为3的球面.

注意，方程(4)的图形一般是球面，但有时会出现仅为一点或无轨迹，例如

$$x^2+y^2+z^2-2x-4y-6z+14=0,$$

配方得 $(x-1)^2+(y-2)^2+(z-3)^2=0$. 它仅表示一点 $(1,2,3)$.

又如方程 $x^2+y^2+z^2-2x-4y-6z+18=0$，配方得

$$(x-1)^2+(y-2)^2+(z-3)^2=-4.$$

没有实数组 (x,y,z) 能满足这个方程，故上述方程在 R^3 空间中不存在实轨迹.

四、常见的空间曲面

以下介绍几种常见曲面的方程.

(一)旋转曲面

一条平面曲线绕其所在平面上一定直线旋转一周所形成的曲面称为**旋转曲面**，旋转曲线和定直线分别称为旋转曲面的母线和旋转轴.

现在我们考虑以坐标轴为旋转轴的曲面. 设 yOz 面上有一已知曲线 C，它的方程为

$$f(y,z)=0.$$

把这一曲线绕 z 轴旋转一周，得到一个以 z 轴为旋转轴的旋转曲面(见图1–7).

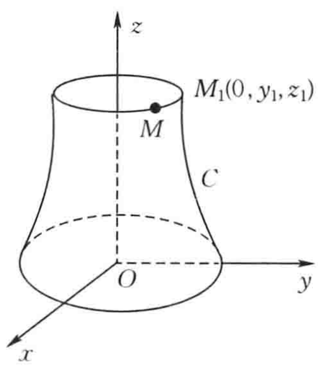


图1–7

设 $M_1(0,y_1,z_1)$ 为曲线 C 上的任意一点，那么，当曲线 C 绕 z 轴旋转时，M_1 也绕 z 轴转动到点 $M(x,y,z)$，此时 $z=z_1$，且由 M 到 z 轴的距离等于 M_1 到 z 轴的距离，得 $y_1=\pm\sqrt{x^2+y^2}$，即将 $z_1=z$ 和 $y_1=\pm\sqrt{x^2+y^2}$ 代入 $f(y_1,z_1)=0$ 得

$$f(\pm\sqrt{x^2+y^2},z)=0. \tag{6}$$

这就是所求的旋转曲面的方程.

由此，yOz 面上的曲线 $f(y,z)=0$ 绕 z 轴旋转，所得的旋转曲面方程就是将 $f(y,z)=0$ 中的 y 改写成 $\pm\sqrt{x^2+y^2}$，即 $f(\pm\sqrt{x^2+y^2},z)=0$.

同理，曲线 $f(y,z)=0$ 绕 y 轴旋转，所得的旋转曲面方程为

$$f(y,\pm\sqrt{x^2+z^2})=0. \tag{7}$$

下面我们以平面上的二次曲线绕坐标轴旋转为例，分别求典型的旋转曲面方程，并画出它们的图形，这些曲面方程在今后的学习中常用到.

(1)抛物线 $z=y^2$ 绕 z 轴旋转所成的曲面方程是将 $z=y^2$ 中的 y 换成 $\pm\sqrt{x^2+y^2}$，即

$$z=x^2+y^2. \tag{8}$$

此曲面称为**旋转抛物面**(见图1–8).

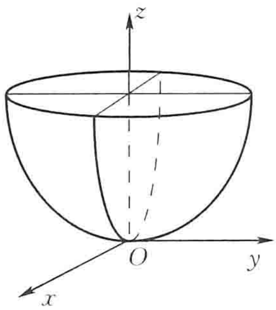


图1–8

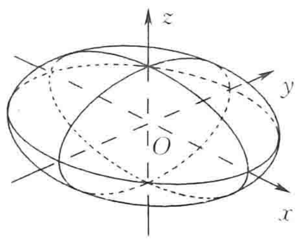


图1–9

(2)椭圆 $\dfrac{y^2}{a^2}+\dfrac{z^2}{b^2}=1$ 绕 z 轴旋转所成的曲面方程为

$$\frac{x^2+y^2}{a^2}+\frac{z^2}{b^2}=1. \tag{9}$$

此曲面称为**旋转椭球面**(见图1–9).

(3)双曲线 $\dfrac{y^2}{a^2}-\dfrac{z^2}{b^2}=1$ 绕 z 轴旋转所成的曲面方程为

$$\frac{x^2+y^2}{a^2}-\frac{z^2}{b^2}=1. \tag{10}$$

此曲面称为**单叶旋转双曲面**(见图1–10).

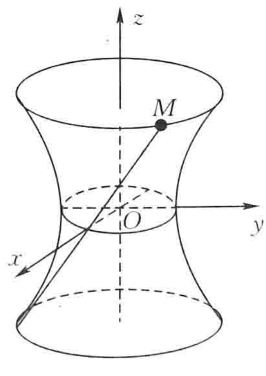


图1–10