

随机过程

与生命科学模型

蒋庆琅(Chin Long Chiang) 著

方积乾 刘向明 译

随机过程

与生命科学模型

蒋庆琅(Chin Long Chiang) 著

方积乾 刘向明 译

 中国统计出版社
China Statistics Press

图书在版编目(CIP)数据

随机过程与生命科学模型 / (美) 蒋庆琅著 ; 方积乾, 刘向明译.
—— 北京 : 中国统计出版社, 2014.11
ISBN 978-7-5037-7335-8

I. . ①随… II. ①蒋… ②方… ③刘… III. ①生物统计—
随机过程—统计模型 IV. ①Q-332

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2014)第 247301 号

随机过程与生命科学模型

作 者/蒋庆琅 方积乾 刘向明

责任编辑/梁 超 姜 洋

封面设计/张 冰

出版发行/中国统计出版社

通信地址/北京市丰台区西三环南路甲 6 号 邮政编码/100073

电 话/邮购(010)63376909 书店(010)68783171

网 址/<http://csp.stats.gov.cn>

印 刷/河北天普润印刷厂

经 销/新华书店

开 本/710×1000mm 1/16

字 数/415 千字

印 张/25

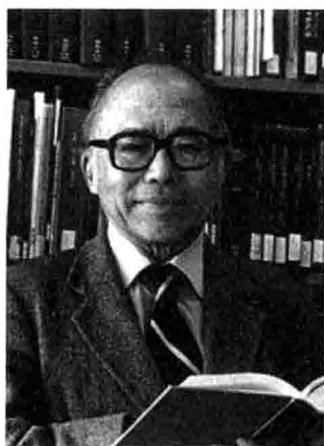
版 别/2014 年 11 月第 1 版

版 次/2014 年 11 月第 1 次印刷

定 价/59.00 元

版权所有。未经许可,本书的任何部分不得以任何方式在世界任何地区
以任何文字翻印、仿制或转载。

中国统计版图书,如有印装错误,本社发行部负责调换。



作者简介

蒋庆琅教授,加州大学伯克利分校(UC Berkeley)公共卫生学院荣誉退休教授,2014年4月1日在家中逝世,享年99岁。蒋教授是将统计学方法应用于健康保健领域的国际杰出生物统计学家。他在UC Berkeley任职40余年,曾任公共卫生学院生物统计主任,学校生物统计学交叉学科的共同主席。1987年退休时,学校因其卓越成就而授予“Berkeley Citation”的荣誉称号。退休后,他继续教书授课。

早在20世纪50年代,蒋先生就认为生物统计学不同于统计学,并将数学和统计学方法应用于健康和疾病领域。其主要贡献之一是变革了古老的寿命表,使之成为严格的统计学工具,用以评价不同省、国家和人群的卫生状况。基于他在随机过程方面的研究,蒋教授在生存分析和竞争风险方面同样做出了重大贡献。他与世界卫生组织、国立卫生研究院以及其他国家和国际组织一起,将统计方法应用于癌症、爱滋病等疾病的研究。他出版了5本书,其中3本书被翻译成中文,一本被翻译成日文。他曾经是许多大学的访问教授,其中有哈佛、耶鲁、埃默里、北京大学和伦敦大学等。蒋庆琅教授是美国统计学会、数理统计研究院和英国皇家统计学会的Fellow,也是世界卫生组织等许多国际组织的顾问。

他的老朋友,曾任牛津大学统计系主任和皇家统计学会会长的Peter Armitage说过:“作为生物统计学领袖,蒋庆琅在国内和国际生物统计学界具有稳固的领先地位。”

UC Berkeley生物统计现任领导Nicholas P. Jewell教授说:“庆琅不仅在Berkeley多年领导生物统计学,而且是20世纪后半叶美国在该领域发展的重

要人物。”“在我们这里以及在他极其受尊敬的出生地中国，他都是整整一代教师和支持者和拥护者。他和他的亡妻 Jane 深受生物统计学界的爱戴。”

蒋先生的老朋友和老同事，前任生物统计主任 Steve Selvin 教授说，“他在寿命表和生存分析方面做了许多领先时代的工作。他的贡献受到高度赞扬，因为是创新性应用，为健康资料开辟了崭新的远景”；“在当时，绝对是开创性的。”

1914 年 11 月 12 日蒋庆琅出生于中国浙江宁波。在北京清华大学读了一年之后，由于日本侵略中国和第二次世界大战，他和他的同学们被迫逃离北京；在三所大学合并成西南联大后，1940 年他获得经济学本科学位，虽然他发现自己真实的兴趣在于统计学。他在大学里遇到后来的妻子，于 1945 年结婚；次年到达美国，进入 UC Berkeley，1948 年和 1953 年先后获得统计学硕士和博士学位。在现代统计学奠基人之一 Jerzy Neyman 教授帮助下，他开始了教书生涯，历时 40 余年。

蒋教授慷慨合群，平易近人，和蔼可亲。学生时代，他本人在没钱完成学业可能离开美国的重要关头，得到过 800 元助学金；为了回馈这一礼物，他后来建立了蒋庆琅助学基金，当高水平生物统计研究生（尤其是博士生）最需要时，支持他们。

译者的话

在原书作者蒋庆琅先生鼓励之下,本书的中文第一版于1986年问世。时隔28年,缘何再次出版?

首先,此书确实富有魅力。作者以自己在人口、健康、疾病等方面的研究成果,揭开了随机过程理论的神秘面纱,原来事物的动态规律竟可如此探究,令实际工作者跃跃欲试。难怪直到21世纪初,蒋先生仍以90高龄在加州大学伯克利分校(UC. Berkeley)为研究生讲授本书。

第二,此书渗透了创新体验。各章总是从简单的现象出发,用初等概率理论描述和分析状态转移规律,获得使人信服的结果;随即以数学归纳法推广到极富应用价值的普适模型,给出具有数学之美的显式解;由浅入深,循序渐进,授读者以创新科研启蒙之匙。

第三,此书的数学工具十分朴实。读者不必出自数学专业,凡学过概率论、常微分方程和矩阵代数的初等课程,均能读懂;况且全书具有“自包性”,数学工具随用随复习,多次运用,一回生,二回熟;加之借众多练习题,引领读者自己动手,“我也能行”之情,油然而生。

想当年,青年学子发现此书,爱不释手;有的甚至爱屋及乌,想方设法联系译者,拜师学艺;如今,不少已是资深教授和知名专家。前不久,和他们闲谈之中,深感现在的青年学子真应当研读这本好书,可惜早已绝版。

2014年4月1日,原作者蒋庆琅先生突然逝世,享年99岁有余。泛华统计学会将于11月中旬在UC. Berkeley举行蒋庆琅学术成就追思会,我们决定以此书的中文第二版敬献蒋先生及其学友。

中国统计出版社陈悟朝主任电话中说:“经典著作,应当再版”;言简意赅,掷地有声,博得该社领导的大力支持。我们8月交稿,11月出书,全靠责任编辑梁超女士及其同事们的辛勤工作。

第二版稿件的电子版是曾经熟读本书的刘向明教授带领其学生陈晨女士以及杨俊培、付心浩、胡艳、蓝善亮、马双、李倩、周英杰、陆春兰、陈云、张况、黄碧娟、姚金红、侯冬梅和李晓红同学,利用课余时间从4月份开始制作的。

对于以上诸多朋友无私的援助,我们深深地致谢。蒋先生当年着实为中文版而兴奋过;这次再版将告慰先生于天堂——国人永远喜爱他和他的著作!

方积乾

2014年11月

于中山大学公共卫生学院

医学统计与流行病学系

前言

我在美国 California 大学 Berkeley 分校学习时曾有幸选修了蒋庆琅教授为研究生开设的课程:随机过程与生物学模型,教材便是本书的英文版。当时就觉得这本书颇具特色,既阐明随机过程的理论,又提供大量刻画生命现象的随机模型,理论高深而清晰,应用丰满而精辟。后来在蒋教授指导下做博士论文,发现许多文献引用了这本书,美国以及欧洲许多国家更发表了书评,或荐为随机过程的优秀教本,或誉为生命现象随机模型的荟萃。尤其始料不及的,化学工程方面的论文竟也不乏以这本书的某些章节为基础者。

现在,我把这本书推荐给国内数学、统计学、生物学、人口学、流行病学乃至社会科学和工程科学等领域的学者们。数学和统计学工作者不仅可以从这本书发现许多值得进一步探索的课题,同时也可以为数学和统计学向实践、向生命科学靠拢找到可贵的借鉴。其他领域的学者也许可以从这本书找到新的方法学,使你们的研究工作向动态的、随机的和系统的高度迈进。

我要感谢作者蒋庆琅教授,是他的耳提面命使我熟悉了这本书,并产生了翻译的欲望;他审阅了全部译稿,免除了较大的偏差。也要感谢上海翻译出版公司张致中先生,虽然至今未得谋面,但书信中,作为出版家他那难能可贵的发展边缘学科的使命感对我是一大鞭策。

时值三八佳节,我不禁缅怀生母王耀华、感谢养母方秀珍,前者赐我智慧,后者催我奋进。些许果实,当献母亲。

方积乾

1986 年 3 月 8 日

于北京医科大学基础医学院
生物数学与生物统计学教研室

原书 1979 年版前言

本书旨在成为随机过程或应用概率论的一本教科书,也可以作为另一些课程的参考书,如数理统计、工程(可靠性理论)、生物统计(生存分析)和人口学(移民过程)等。内容包括我以前所写的《生物统计学中的随机过程引论》(Wiley, 1968)一书第 I 部分中八章的扩写和新增加的涉及这一主题各方面的九个章节。1968 年书中生物统计的内容删去了。1968 年的书出版后五年便绝版了,自售完最后一本起至今差不多已有六年时间,现在来修订和增补,使之完善。

这里将随机过程的发展设想为一个特殊的序列。书中材料安排的次序是:离散过程、单一状态连续过程、二状态过程和多状态过程。现在预备知识里包含了新的一章(第 3 章),有关指数型分布,因为它在随机过程、生存分析和可靠性理论中是很重要的、很有用的。

在第 4 至第 7 章,增加了离散过程和更新过程,因为它们是随机过程的一个基本部分。第 6 章中的代数处理不同于 Feller[1968]等书中所用的传统方法。这一章中对高阶转移概率的显式表示可能会帮助读者较好地理解 Markov 链并付诸应用。

第 8 章和第 10 章包括著名的描述人口增长的连续过程和排队过程。第 9 章中的一般生殖过程和随机过程中的一个等式为推导任何增长过程和衰减过程的显式表示增添了工具。流行病学模型作为一个例子体现了上述等式在解决一些困难问题时的作用。

有关简单疾病—死亡过程的第一个章节(第 11 章)除了增加一节生成函数和一节生存与疾病的多阶段性外,基本上照旧。第 12 和第 13 章中关于多重转移概率和多重转移时间的内容基本上是新的。这几章里的有关公式都是最终

的形式,因而便于实际应用。当不存在吸收状态时,二状态模型引伸出一个交替更新过程。一般更新过程的部分内容已被推广到这种情形。

强度函数矩阵(微分生成元) V 有相异特征根的情形下,Kolmogorov 微分方程的显式解已在前一版中出现过,现在再次写在第 14 章。第 15 章中,这个显式解已被推广到矩阵 V 有重根或复数的情形。第 16 和第 17 章是前版书中相应内容的再现,只是作了些微变动。

我认为随机过程的重要性在于它作为科学研究的分析工具时的强大威力而不是它的理论发展。我相信,本书和 1968 年的书都反映了这一点。

我曾将本书的内容用于我在 California 大学 Berkeley 分校和 Harvard 大学所教的课程中,我再次从读过若干章节的朋友们所给予的指教和鼓励中受益,他们是 B. J. Van Berg, J. Deming, J. Emerson, J. P. Hsu, E. Peritz, P. Rust, S. Selvin, R. Wong 和 G. L. Yang. 每章之末的习题均有解答,但为了赶这本书的出版日期,不准备和正文一起出版。最后,我深切地感谢 Bonnie 女士,她在修改过程中协助了秘书性工作,并以无比的技术和耐心把手稿打印成文。

蒋庆琅

1979 年 9 月

于 California 大学, Berkeley

原书 1968 年版前言

时间、寿命和危险因素是生物统计学中随机过程的三要素。死亡危险因素、疾病危险因素、出生危险因素和其他危险因素持续地以不同的强度作用于人。远早于现代概率论和统计学,人们就已经涉及死亡的可能性和寿命的长度,并且构造表格来度量寿命。但是直到近代,由于随机过程理论的高度发展,人们才以概率的观点来系统地研究人类群体的经历过程。

本书旨在展示描述这些过程的随机模型。重点是某些结果和显式解,而不是随机过程的一般理论。对理论推导有兴趣的读者可参阅这方面极为丰富的文献。

为了便于阅读本书,需要具备概率论和统计学的基本知识。我们仅假定读者学过微积分,虽然,欲理解全部内容最好熟悉微分方程和矩阵代数。

全书分成两大部分。第 I 部分开头是一章关于随机变量和一章关于概率生成函数,这些是后续各章都要用到的。第 3 章是人口增长的基本模型,从 Poisson 过程到时变生-死过程。这一章后面的习题给出了有实践意义而在其他场合又没有提及的某些模型。

出生和死亡在人类群体中无疑是最重要的事件,但统计上更复杂的是疾病过程。疾病可能并存、重复和逆转,因而其分析更具挑战性。本书将疾病处理为离散的,把一个群体看成由离散的疾病状态组成。如果某个体感染上一种疾病,我们就说其处于一个特定的状态。该个体可能离开一个疾病状态转向另一个疾病状态,或进入死亡状态,考虑疾病的转化是涉及多重转移概率和多重转移时间的有趣新课题。具有两个疾病状态的情形是基本的,第 4 章和第 5 章讨论这类简单的疾病-死亡过程。

在处理含任意有限个疾病状态的一般疾病-死亡过程时,我们介绍有限

Markov 过程。为了避免重复和保持数学内容的循序渐进,我们在第 6 章放下疾病过程去讨论一般情形下的 Kolmogorov 微分方程。这一章几乎全部是方程显式解的推导。为方便读者,第 3 节写了矩阵代数的知识。

在第 6 章解了 Kolmogorov 方程之后,第 7 章关于一般疾病—死亡过程的讨论就很顺利了;然而,这个模型十分有趣,随即引出了另一章。第 8 章里,一般疾病—死亡过程被推广到考虑移民和出生引起的人口增长。这两种可能性分别引出了迁出一—迁入过程和增殖—疾病—死亡过程,但是对后一种情形,我未能给概率分布函数提供一个显式解。

第 II 部分是关于生存和死亡中的特殊问题。寿命表和竞争风险是生物统计学中传统的中心课题。处理随防研究中的不完全信息实际意义颇大。我尽量把这些问题同概率论和统计学原理结合起来。我希望我对这些课题和现代概率统计是一视同仁的。

必须强调,虽然疾病过程的概念来自生物统计学研究,但它在其他领域也有着广泛的应用。死亡危险强度(死亡力)和工业产品可靠性理论中的失效率是同义的,疾病状态在人口学中可以类比为地理位置,在室分析中可以是房室的概念,在别的场合也可以是职业或其他明确定义的情形。不考虑疾病,我们可以考虑一个人是否失业,一个基因是否突变,一条电话线是否被占用,电梯是否在工作,机器是否坏了,等等。

本书原是为生物统计学的学生而写的,但也不妨用于其他领域的课程。以下对教学计划提点建议:

1. 作为生物统计方面一年的课程:第 1 章和第 2 章,接着是第 10~12 章,然后是第 3~8 章。在第 10 章开头,正式介绍纯死亡过程是必要的。

2. 作为人口学方面一年的课程:可以采取上述计划 1. 术语“疾病过程”解释为“内部迁移过程”可能更适合。

3. 作为生物统计或人口学课程的补充教材:第 9~12 章。

4. 作为随机过程方面一学期的课程:第 2~8 章。

如果作一般参考书用,第 9 章可以略去。

本书中一部分是我自己研究的成果,有些是第一次发表(例如,第 5 章和第 6 章的一部分);一部分是随机过程课程的讲义,我很感谢这些内容的原作者。

我曾利用本书的材料在 California 大学(Borkeley), Michigan, Minnesota, North Carolina, Yale 和 Emory 等大学以及 London 大学的 London 卫生学院教过课。

若不是受惠于许多朋友,这本书是不可能完成的。我感谢 Myra Jordan Samuels 夫人和 Holen E. Supplee 小姐的大力协助,他们读了初稿并提出许多可贵的批评和建议,改善了这本书的质量。我感谢 California 大学(Berkeley)卫生学院和美国国立卫生院 No.5-S01-FR-0544-06 基金对这项工作的资助。Peter Armitage 教授邀请我到 London 卫生学院担任的讨论班课程使我有机会几乎全力进行与这本书有关的研究工作。我也要向 Richard J. Brand 和 Geoffrey S. Watson 致谢,他们读了某些章节,并提出了有益的建议。也要感谢 Shirley A. Hinegardner 夫人出色的打字、Dorothy 和 Wyckoff 夫人耐心的数值计算和 Cynthia P. Debus 夫人的秘书工作。

蒋庆琅

1968 年

于 California 大学, Berkeley

目 录

第 1 章 随机变量 / 1

1. 引 言 / 1
2. 随机变量 / 1
3. 多变量概率分布 / 4
4. 数学期望 / 6
5. 矩、方差和协方差 / 10
6. Chebyshev 不等式和大数定律 / 15
7. 习 题 / 19

第 2 章 概率生成函数 / 23

1. 引 言 / 23
2. 一般性质 / 23
3. 卷 积 / 24
4. 例 / 25
5. 连续性定理 / 28
6. 部分分式展开 / 30
7. 多变量概率生成函数 / 31
8. 随机个数的随机变量之和 / 37
9. 习 题 / 39

第 3 章 指数型分布和最大似然估计 / 42

1. 引 言 / 42
2. Gamma 函数 / 42
3. 卷 积 / 43
4. 矩生成函数 / 44
5. 不同分布随机变量之和 / 47
6. 相继随机变量之和 / 50
7. 最大似然估计 / 52
8. 习 题 / 55

第 4 章 分枝过程、随机游动和破产问题 / 60

1. 一个简单分枝过程 / 60

- 2. 随机游动和扩散过程 / 63
- 3. 赌徒的破产 / 67
- 4. 习 题 / 73

第 5 章 Markov 链 / 76

- 1. 引 言 / 76
- 2. Markov 链的定义和转移的概率 / 77
- 3. 高阶转移概率 $p_{i,j}(n)$ / 81
- 4. 状态的分类 / 83
- 5. $p_{ij}(n)$ 的渐近性质 / 87
- 6. 闭状态集和不可约链 / 90
- 7. 平稳分布 / 93
- 8. 一个遗传学应用 / 96
- 9. 习 题 / 103

第 6 章 有限 Markov 链的代数处理 / 107

- 1. 引 言 / 107
- 2. 随机矩阵 P 的特征值和一个有用的引理 / 107
- 3. 高阶转移概率的公式 / 112
- 4. 极限概率分布 / 115
- 5. 例 / 117
- 6. 习 题 / 126

第 7 章 更新过程 / 129

- 1. 引 言 / 129
- 2. 离散时间更新过程 / 131
- 3. 连续时间更新过程 / 139
- 4. 习 题 / 153

第 8 章 人口增长的若干随机模型 / 155

- 1. 引 言 / 155
- 2. Poisson 过程 / 155
- 3. 单纯增殖过程 / 159
- 4. Polya 过程 / 166
- 5. 单纯死亡过程 / 168
- 6. 移民过程 / 171
- 7. 附录——一阶微分方程 / 174

8. 习 题 / 182

第 9 章 一般增殖过程、一个等式和一个流行病模型 / 186

1. 引 言 / 186
2. 一般的增殖过程 / 186
3. 随机过程中的一个等式 / 191
4. 一个简单的随机流行病模型——McKendrick 模型 / 194
5. 习 题 / 199

第 10 章 生—死过程和排队过程 / 202

1. 引 言 / 202
2. 线性增长 / 202
3. 时变的一般生—死过程 / 206
4. 排队过程 / 208
5. 习 题 / 220

第 11 章 简单的疾病—死亡过程和 Fix-Neyman 过程 / 224

1. 引 言 / 224
2. 健康转移概率 $P_{a\beta}(0, t)$ 和死亡转移概率 $Q_{a\beta}(0, t)$ / 225
3. Chapman-Kolmogorov 方程 / 230
4. 期望逗留期 / 231
5. 在健康状态和死亡状态的人口数 / 232
6. 人口数的生成函数 / 235
7. 生存和疾病的阶段 / 238
8. 习 题 / 248

第 12 章 简单疾病—死亡过程中的多重转移概率 / 253

1. 引 言 / 253
2. 恒等式和多重转移概率 / 254
3. 微分方程和多重转移概率 / 258
4. 概率生成函数 / 259
5. 随机恒等式的证明 / 262
6. Chapman-Kolmogorov 方程 / 264
7. 转移次数的条件概率分布 / 265
8. 向死亡的多重转移 / 266
9. 多重进入转移概率 $P_{a\beta}^{(n)}(0, t)$ / 267
10. 习 题 / 268

第 13 章 简单疾病—死亡过程的多重转移时间—交替更新过程 / 274

1. 引 言 / 274
2. 多重转移时间的密度函数 / 275
3. 多重转移时间的卷积 / 276
4. 多重转移时间的分布函数 / 278
5. 生存时间 / 282
6. 二状态随机过程 / 284
7. 习 题 / 290

第 14 章 Kolmogorov 微分方程和有限 Markov 过程 / 297

1. Markov 过程和 Chapman-Kolmogorov 方程 / 297
2. Kolmogorov 微分方程 / 298
3. 矩阵、特征值和对角化 / 303
4. Kolmogorov 微分方程解的明显表达式 / 312
5. 习 题 / 321

第 15 章 Kolmogorov 微分方程和有限 Markov 过程——续 / 328

1. 引 言 / 328
2. 个体转移概率的第一个解 / 328
3. 个体转移概率的第二个解 / 331
4. 习 题 / 337

第 16 章 一般疾病—死亡过程 / 339

1. 引 言 / 339
2. 转移概率 / 341
3. 多重转移概率 / 348
4. 年度健康指数 / 353
5. 习 题 / 356

第 17 章 移民过程和增值—疾病—死亡过程 / 358

1. 引 言 / 358
2. 迁出—迁入过程——Poisson-Markov 过程 / 360
3. 增值—疾病—死亡过程 / 372
4. 习 题 / 373

参考文献 / 375

中英文名词对照 / 380