

高等学校文化素质教育（自然科学类）系列教材

娄亚敏 编著

数学与现代生活



南京大学出版社





教育部《普通高中数学课程标准(2017年版)》

必修第一册

数学与现代生活



高等学校文化素质教育（自然科学类）系列教材

姜亚敏 编著

数学与现代生活

南京大学出版社



图书在版编目(CIP)数据

数学与现代生活 / 娄亚敏编著. — 2 版. — 南京:
南京大学出版社, 2015. 2
高等学校文化素质教育(自然科学类)系列教材
ISBN 978 - 7 - 305 - 14454 - 7

I. ①数… II. ①娄… III. ①应用数学—高等学校—
教材 IV. ①O29

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2014) 第 295682 号

出版发行 南京大学出版社
社 址 南京市汉口路 22 号 邮编 210093
出 版 人 金鑫荣

丛 书 名 高等学校文化素质教育(自然科学类)系列教材
书 名 数学与现代生活
编 著 娄亚敏
责任编辑 吴 华 编辑热线 025 - 83596997

照 排 江苏南大印刷厂
印 刷 南京紫藤制版印务中心
开 本 787×960 1/16 印张 9.75 字数 207 千
版 次 2015 年 2 月第 2 版 2015 年 2 月第 1 次印刷
印 数 1~3 000
ISBN 978 - 7 - 305 - 14454 - 7
定 价 24.00 元

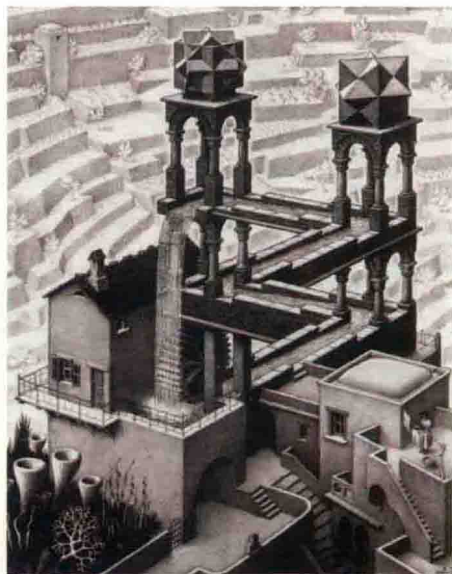
网 址: <http://www.njupco.com>
官方微博: <http://weibo.com/njupco>
官方微信号: njupress
销售咨询热线: (025)83594756

* 版权所有, 侵权必究

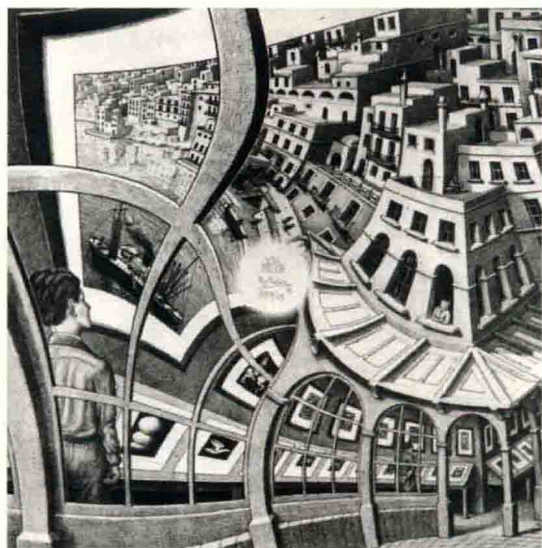
* 凡购买南大版图书, 如有印装质量问题, 请与所购
图书销售部门联系调换



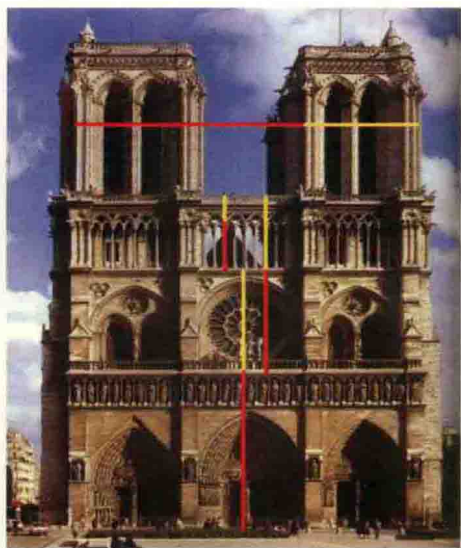
彩图1 埃舍尔作品《麦比乌斯带》



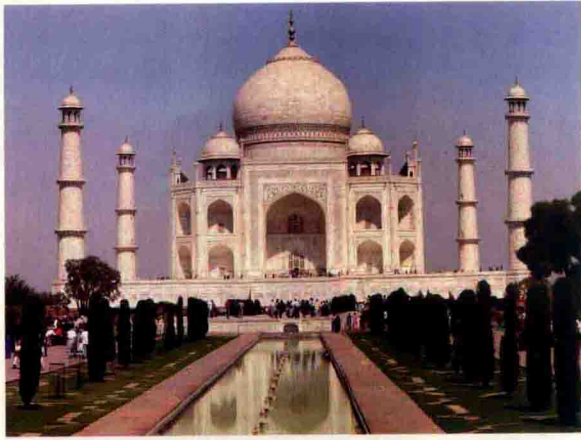
彩图2 埃舍尔作品《瀑布》



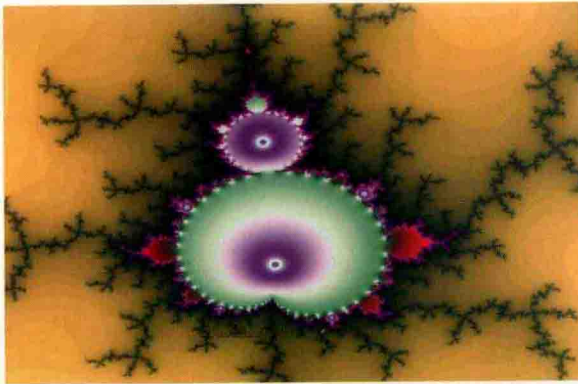
彩图3 埃舍尔作品《画廊》



彩图4 巴黎圣母院



彩图5 泰姬陵



彩图6 曼德布罗特集合



彩图7 分形图片

前言

在信息爆炸、注重实际的社会里,数学若仍以理想、纯真、追求象牙塔内本真的形象出现,那无疑会使学生不愿接受,甚至排斥.那么,能否放下高高在上、自我陶醉的架子,不要让学生感叹:学数学有什么用?不要让数学教师难堪:你们教这些到底有什么意义?让数学与现代生活零距离,这就是本教材编写的目的.它不仅可以帮助学生拓宽视野、激发求知兴趣,而且可以使学生展开思维的翅膀,学以致用.

数学是研究数量关系和空间形式的科学,数学与人类的活动息息相关.数学教育作为促进学生全面发展教育的重要组成部分,一方面要使学生掌握现代生活和学习中所需要的数学知识技能,另一方面要发挥数学在培养人的逻辑能力和创新思维方面的功能.

数学本来是一门很有用的学科.自从人类出现在地球上那天起,人们便在认识世界、改造世界的同时对数学有了逐渐深刻的了解.早在远古时代,就有原始人“涉猎计数”与“结绳记事”等种种传说.可见,在早期一些古代文明社会中已产生了数学的开端和萌芽,在公元前3000年左右巴比伦和埃及数学出现以前,人类在数学上没有取得更多的进展,而在公元前600~公元前300年间古希腊学者登场后,数学便开始“作为一门有组织的、独立的和理性的学科”登上了人类发展史的大舞台.

如今,数学知识和数学思想在工农业生产和人们日常生活中有着极其广泛的应用.譬如,人们购物后须记账以便年终统计查询,去银行办理储蓄业务,查收各住户水电费用等,这些又利用了算术及统计学知识.此外,社区和机关大院门口的“推拉式自动伸缩门”、运动场跑道直道与弯道的平滑连接、底部不能靠近的建筑物高度的计算、隧道双向作业起点的确定、折扇的设计以及黄金分割等,则是平面几何中直线图形的性质及解直角三角形有关知识的应用.

由此可见,古往今来,人类社会都是在不断了解和探究数学的过程中得到发展进步的,数学对推动人类文明发展起了举足轻重的作用.

本教材立足于拓展学生视野,以跨学科的多元视角,突出体现了素质教育的时代要求,为非数学专业本科生在数学工具课之外开辟了提高数学文化素养的全新途径,提示了一些有价值的研究方向,引导学生更为具体生动地体会与理解数学的价值及数学方法现实与潜在的巨大力量,激发学生学习数学的热情.

本课程的开设是基于这样两个理念:“人人学有用的数学,有用的数学应当为人人所

学,不同的人学不同的数学”和“数学教育应努力激发学生的学习情感,将数学与学生的生活、学习联系起来,学习有活力的、活生生的数学”。它对先修课程要求不高,只是作为文化修养类的课程,无论哪个专业的学生都可选。本书按数学知识点从易到难的顺序,着重于看得见、摸得着的身边事例,用数学的方式解释现象、揭示规律。每个小节,都以现象或问题开始,然后详细剖析背后的数学原理以及切入的视角,只有第六章是只点拨不详讲。教材内容既有小学、初等数学水平的,也渗透了现代数学前沿内容,有坡度、有情趣,打破了原有数学教材一贯“冷冰冰的面孔”,既颠覆了“数学无用”的观点,又使学生得到人文方面的熏陶。

本课程主要涵盖六大块内容:

▶ 第一章:数学与娱乐生活(6课时)

抢数、纸牌、数独、读心术、七巧板、结绳与九连环游戏等,主要是通过游戏揭示背后的数学原理。

▶ 第二章:数学与文化生活(6课时)

数学与文学、艺术、哲学等的共通之处,主要通过欣赏活动激发所学生的兴趣。

▶ 第三章:数学与日常生活(4课时+2课时实践)

蜜蜂的蜂窝、花瓣数的规律、向日葵的螺旋、菠萝的切法等,身份号码、条形码和密码编制,合理安排等,主要欣赏自然界蕴涵的数学规律及日常生活中蕴涵的数学思想。

▶ 第四章:数学与经济生活(6课时+2课时实践)

储蓄、贷款、投保、股票交易、估计投资风险等,此章主要涉及大学里的极限、线性规划和概率统计知识,解释现代经济生活中必须面对的理财难题。

▶ 第五章:数学与政治生活(可选讲)

选举、投票、计票方式等有关的数学支撑。

▶ 第六章:数学与混沌世界(4课时)

谢尔宾斯基三角形、曼德布罗特集合、雪花曲线,计算机迭代,蝴蝶效应等,此章揭示现代数学重要分支——分形几何和迭代的有关知识,但只通过通俗易懂的实例和计算机模拟来解释这一新学科。

目 录



| | |
|--------------------------|----|
| 第一章 数学与娱乐生活 | 1 |
| 第一节 抢(让)数游戏 | 1 |
| 第二节 纸牌游戏 | 2 |
| 第三节 数独游戏 | 3 |
| 第四节 读心术 | 10 |
| 第五节 七巧板游戏 | 12 |
| 第六节 结绳游戏 | 14 |
| 第七节 九连环游戏 | 15 |
| 第八节 揭穿骗术 | 24 |



| | |
|--------------------------|----|
| 第二章 数学与文化生活 | 30 |
| 第一节 数学与文学 | 30 |
| 第二节 数学语言与自然语言 | 41 |
| 第三节 数学语言与大众传媒语言 | 45 |
| 第四节 数学与艺术 | 48 |
| 第五节 数学与哲学 | 52 |
| 第六节 数学与影视剧 | 53 |



| | |
|--------------------------|----|
| 第三章 数学与日常生活 | 63 |
| 第一节 自然界中的数学 | 63 |
| 第二节 日常生活中的数学 | 69 |
| 第三节 编码中的数字 | 75 |
| 第四节 建筑物中的数学 | 84 |



| | |
|--------------------------|-----|
| 第四章 数学与理财生活 | 95 |
| 第一节 储蓄与数学 | 96 |
| 第二节 购房与数学 | 100 |

| | | |
|-----|-------|-----|
| 第三节 | 保险与数学 | 111 |
| 第四节 | 经济最优化 | 113 |
| 第五节 | 消费与数学 | 115 |
| 第六节 | 购股与数学 | 117 |
| 第七节 | 博弈与数学 | 118 |



第五章 数学与政治生活 122

| | | |
|-----|---------|-----|
| 第一节 | 选举方法 | 123 |
| 第二节 | 选举方法的缺陷 | 128 |
| 第三节 | 加权投票系统 | 135 |

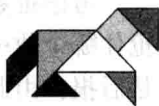


第六章 数学与混沌世界 142

| | | |
|-----|-------|-----|
| 第一节 | 分形几何 | 142 |
| 第二节 | 计算机迭代 | 147 |
| 第三节 | 蝴蝶效应 | 148 |

参考文献 150

后 记 152



在教育中融入游戏精神,是教育回归生命本真的路径.现代人的娱乐生活是丰富多元的,看电影、看电视、唱卡拉 OK、玩游戏、打牌、搓麻将、旅游等等.这些活动看上去与数学无关,但深究一下,或多或少有那么一点联系.例如,比赛、游戏规则公平性的确定,打牌、搓麻将时的推理分析,旅游经费的预算、路线的最优化等.在这些娱乐生活中,也许游戏活动是最具有挑战性和最容易带来成就感的.

游戏是人类的天性,孩子们无不痴迷于游戏,即使成年人,也常常经不住游戏的诱惑,毕竟玩总是快乐的!人们投身于愉快的游戏中,想在游戏中获胜,就会出现废寝忘食的忘我状态.在游戏中人的思维被激活,创造灵感会迸发,在竞争中获得愉悦,在 PK 中获得满足,游戏是伴随一生的必然需求.游戏的特点:有一定规则,充满竞争的刺激,自由、平等、合作,伴随着激情投入,紧张、愉快、幸福的体验.由数学而编制出来的游戏有很多,这里只介绍其中几个较为典型而又大众化的游戏.这些游戏会使你大开眼界,你会发现数学实在是太奇妙了,数学比想象的更可爱、更有趣.通过本章的学习,不仅会使你学到不少数学的知识,而且会使你变得更聪明、更能干,你的数学素养也能快速地提高.

第一节 抢(让)数游戏

问题:甲乙二人轮流顺次报数,每人每次最少报 1 个数,最多报几个数,谁先抢到目标数,谁就获胜.你能找到抢数获胜的规律吗?

例 1-1 (1) 目标数为 24,规定每人每次最少报 1 个数,最多报 3 个数,先抢到 24 的人获胜.

(2) 目标数为 24,规定每人每次最少报 1 个数,最多报 4 个数,先抢到 24 的人获胜.

(3) 目标数为 24,规定每人每次最少报 2 个数,最多报 5 个数,先抢到 24 的人获胜.

(4) 目标数为 76,规定每人每次最少报 2 个数,最多报 3 个数,先抢到 76 的人获胜.

如果把上面的“抢”改为“让”，同样经过上四站，你能得出获胜的策略吗？

考虑抢数问题，需逆向思考，要想抢到 24，前一步必须抢住哪个关键数？再前一步又应抢住哪个数……，直至第一步应抢住的数，由此发现每步间隔规律及第一步到底应先报还是后报？由此得取胜秘籍：(1) 先求出规则中所报数的最少个数与最多个数的和；(2) 寻找这个和与所抢数的倍数关系（整倍数或整倍数多几）；(3) 决定每次报数应占领什么数，是占领倍数数还是占领比倍数多几的数；(4) 根据应占领的数，确定应先报还是后报。若是让数游戏，则只要把它转化为抢所让数减 1 或 2 即可。

第二节 纸牌游戏

将一副 54 张扑克牌的正副司令拿掉，J, Q, K, A 分别当作数字 11, 12, 13 和 1，然后平均分成四堆或两堆，以便四个人或两个人一起玩。每人随机抽牌，进行算术运算，规则：每个数字只能用一次，但运算可重复，最后使其结果恰为 24。最快算出答案者，可把四张牌全拿走，算不出的，各自把自己的牌拿走，以手中牌最多者获胜，这就是利于提高数学心算能力与技巧的“24”点游戏。

问题一：只能用 +, -, ×, ÷ 运算符号（可以重复用），如何将 3, 3, 3, 3 或 5, 5, 5, 1 算成 24？

答： $3 \times 3 \times 3 - 3 = 24$ $5 \times (5 - 1 \div 5) = 24$

问题二：可用 +, -, ×, ÷, 开方, 乘方运算（可以重复用），如何将 5, 5, 5, 3 算成 24？

答： $(5^3 - 5) \div 5 = 24$

“算 24 点”作为一种扑克牌智力游戏，应注意计算中的技巧问题。计算时，我们不可能把牌面上的 4 个数的不同组合形式一一去试，更不能瞎碰乱凑。这里向大家介绍几种常用的、便于学习掌握的方法：

(1) 利用 $3 \times 8 = 24$, $4 \times 6 = 24$ 求解。把牌面上的四个数想办法凑成 3 和 8, 4 和 6, 再相乘求解。如 3, 3, 6, 10 可组成 $(10 - 6 \div 3) \times 3 = 24$ 等。又如 2, 3, 3, 7 可组成 $(7 + 3 - 2) \times 3 = 24$ 等。实践证明，这种方法是利用率最大、命中率最高的一种方法。

(2) 利用 0, 1 的运算特性求解。如 3, 4, 4, 8 可组成 $3 \times 8 + 4 - 4 = 24$ 等。又如 4, 5, J, K 可组成 $11 \times (5 - 4) + 13 = 24$ 等。

(3) 在有解的牌组中，用得最为广泛的是以下六种解法（我们用 a, b, c, d 表示牌面上的四个数）：

① $(a-b) \times (c+d)$, 如 $(10-4) \times (2+2) = 24$ 等.

② $(a+b) \div c \times d$, 如 $(10+2) \div 2 \times 4 = 24$ 等.

③ $(a-b \div c) \times d$, 如 $(3-2 \div 2) \times 12 = 24$ 等.

④ $(a+b-c) \times d$, 如 $(9+5-2) \times 2 = 24$ 等.

⑤ $a \times b + c - d$, 如 $11 \times 3 + 1 - 10 = 24$ 等.

⑥ $(a-b) \times c + d$, 如 $(4-1) \times 6 + 6 = 24$ 等.

游戏时,同学们不妨按照上述方法试一试.需要说明的是:经计算机准确计算,一副牌(52张)中,任意抽取4张可有1820种不同组合,其中有458个牌组算不出24点,如A,A,A,5等.

问题之三:给定一定数目的扑克牌后,最多能捉住哪些“老鼠”和几只“老鼠”?什么样的排列能按一定次序捉住一定数目的“老鼠”?

这就是另一种纸牌游戏,叫做“捉老鼠”.玩法是这样的:将一组标着数码 $1, 2, 3, \dots, n$ 的一组纸牌乱洗一通之后,牌面向上摆成一个圆圈.游戏从任一张开始顺着一个绕向转圈,同时点数.如果口中数到 k 时,点到的牌上的数码恰好也碰到 k ,这时就叫捉住了“老鼠”,这时游戏人就把这张牌取走,然后开始重新再数.如果游戏人终于把所有的牌都取走了,那么就算他赢了,如果在任何时候他口里已经数到 n 而一只“老鼠”都没捉到,那么就算他输了.

显然,假定给出 n 张牌,如果顺时针方向数,只要把纸牌按顺时针方向从小到大顺次排列,就最多可捉到 n 只“老鼠”.

法国人玩的“十三点”游戏与捉老鼠游戏有点类似.这种游戏用的是一副52张扑克牌(J, Q, K分别当作11点、12点、13点).游戏人在每次开始前说好赢时赢多少、输时输多少,然后在顺次取13张牌的同时呼叫 $1, 2, 3, \dots, 13$,以叫号碰上所取牌的点数为赢,否则为输.

第三节 数独游戏

“数独”(sudoku)来自日文,但概念源自“拉丁方块”,是18世纪瑞士数学家欧拉发明的.游戏规则很简单:在九个九宫格里,填入1到9的数字,让每个数字在每个行、列及九宫格里都只出现一次.谜题中会预先填入若干数字,其他宫位则留白,玩家得依谜题中的数字分布状况,逻辑推敲出剩下的空格里是什么数字.

方格里摆几个数字,乍看之下好像没什么.但“数独”好玩之处,就在其中推敲的过程以及

解答出来的成就感。自从台湾引进数独后,玩过的人都说好玩,除非根本没玩过,否则没有听说过之后觉得不好玩的。由于规则简单,却变化无穷,在推敲之中完全不必用到数学计算,只需运用逻辑推理能力,所以男女老少都可以玩,而且容易入手、容易入迷,一玩就上瘾。

只需九个九宫格及 1 到 9 不重复的阿拉伯数字,也超越了文字的障碍,因此自从出现后,从东方到西方,风靡亿万人。有些人认为玩“数独”是他们缓解工作压力的最佳方式;有些人认为玩“数独”可以保持头脑灵活,尤其适合老年人;也有些老师和父母觉得玩“数独”需要耐心、专心和推理能力,所以拿“数独”当题目出给学生练习,用来训练小孩子。最近英国政府出资的《教师》杂志甚至建议把“数独”引进课堂,因为数独不仅有趣好玩,还可以增进玩者的逻辑推理能力,所以可以作为学生锻炼脑力的教材。

数独到底有多大的魅力呢?只要上网使用任何一个搜寻引擎键入“sudoku”或“数独”后进行搜寻,千百万个符合的网页将被列出来,有些是专业的网站,更多的是玩家发表玩后心得或感想讨论,看过之后,你就不会认为言过其实了。

“数独”创立之初,并没有得到应有的注目,直到 20 多年前才风靡日本及欧美。美国人重新挖掘了它的魅力,接着 20 世纪 80 年代末期日本杂志出版商在一本美国杂志上看到这个游戏,带回日本后,增加它的游戏难度,并命名为“数独”(sudoku)。“数独”游戏就此诞生,越来越多的日本人注意并喜欢上了它,日本的书局还出版了许多“数独”的书。新西兰裔英籍退休法官韦恩·古德(Wayne Gould)1997 年在日本旅游时,买了一本“数独”游戏书,从此就迷上它了,进而研究出计算机程序,并供稿给全球十几家报社,立即受到读者的热烈回响,邀他供稿的媒体还在不断增加中。据说,“数独”还成为英国报纸销售量的法宝,连美国《纽约时报》也无法阻挡它的魅力,开始定期登载。

下面介绍 3 种最简单也是最行之有效的方法(理解后可以解决所有入门题和相当部分的进阶题)。

一、考虑某个数字该填入哪格

1. 优先考虑行、列

先思考应该将 1 填入第三行的哪个空格中。因为有 \times 的空格位于方阵内,且其中已含 1 则不能再填,故能填 1 的只有 \circ 的空格,如图 1-1 所示。

| | | | | | | | | |
|---|---|---|---------|---|---|---|----------|----------|
| | | | | | | | | 1 |
| | | | | | | | | |
| 2 | 3 | 4 | \circ | 5 | 6 | 7 | \times | \times |

图 1-1

2. 优先考虑方阵

先思考将 1 添入左上方方阵中的哪个空格,因横行、竖列中 1 分别只能出现一次,那么 1 只能填入○空格内,如图 1-2 所示.

| | | | | | | | | |
|---|---|---|--|--|---|--|---|--|
| × | × | × | | | | | 1 | |
| × | × | × | | | 2 | | | |
| ○ | × | 2 | | | | | | |
| | | | | | | | | |
| | | | | | | | | |
| | 1 | | | | | | | |

图 1-2

二、考虑某个空格应该填入哪个数字

1. 优先考虑行、列

先考虑○空格中应该填入哪个数字. 观察图 1-3,即可发现,除 9 以外的数字都已被填入所在的横行、竖列中,故○空格处只能填入数字 9.

| | | | | | | | | |
|---|---|---|--|---|--|---|---|---|
| | | | | | | | | |
| | | | | | | | | |
| 1 | 2 | 3 | | ○ | | 4 | 5 | 6 |
| | | | | 7 | | | | |
| | | | | | | | | |
| | | | | 8 | | | | |

图 1-3

2. 优先考虑方阵

同样的,先考虑○空格中应该填入哪个数字. 方阵内已有数字 1~4,○空格所在横行、竖列又有数字 5~8,则○处必须填入数字 9,如图 1-4 所示.

| | | | | | | | |
|---|---|---|--|---|--|--|---|
| 1 | | 2 | | | | | |
| 3 | | 4 | | | | | |
| | ○ | | | 5 | | | 6 |
| | 7 | | | | | | |
| | | | | | | | |
| | 8 | | | | | | |

图 1-4

三、复合技巧

1. 优先考虑行、列

○空格中应该填入哪个数字呢？在此之前先思考一下两个☆空格处所应填入的数字。我们可以发现，从横行看，两个☆空格处只能填入 1, 2 (顺序可不同)，也就是都已成为定数。那么，或者填入☆空格，或者填入○空格的数字 3 就只能填入○空格内，如图 1-5 所示。

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | ☆ | 5 | ☆ | | |
| | 1 | 3 | | | | 4 | 2 |
| 2 | | | 4 | ○ | 6 | | 1 |

图 1-5

2. 单次定数确定法

与优先考虑行、列相同的思考方法，就是先寻找横行、竖列中可以确定下来的数字，即已成为定数的格。我们可以发现，两个☆空格中只能填入数字 3 或 4，则此方阵中能填入 5 的只有○空格处，如图 1-6 所示。

| | | | | | | | |
|---|---|---|--|---|---|--|-----|
| 1 | ○ | ☆ | | | | | |
| | | | | 3 | | | 4 5 |
| ☆ | | 2 | | | 5 | | |
| | 3 | | | | | | |
| | 4 | | | | | | |

图 1-6

3. 多次的定数确定法

首先,因为两个☆空格处只能填入数字1,2,故○及其左右的三个空格中只能填入数字7~9. 又因为两个★空格内需填数字7,8,那么,○空格处就非9不能填了,如图1-7所示.

| | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | 1 | | 2 | | | |
| | | | | | | | | |
| 3 | ☆ | 4 | | ○ | | 5 | ☆ | 6 |
| | | | 2 | ★ | 1 | | | |
| | 7 | | | | | | 8 | |
| | | | 5 | ★ | 6 | | | |

图 1-7

【小结】要做出稍微有点绕的题目,某个数字在一个方阵内(或列、行均可)的可能性是2种的话,最好先用铅笔写一下,这样有助于解题,虽然一开始不习惯,不过后来你会发现这样做非常有效. 之后介绍的方法可能会有3种可能性,甚至4种或5种可能性,都可以写上,一般情况下,有2种可能性的写上已经足够了.

四、进阶技巧介绍——区块摒除法

与之前的方法有些类似重复之处,但前面主要是部分的考虑,下面带到一道完整的题目来考虑,毕竟数独是要考虑整体的,建议在理解上面内容的基础上,再看以下内容,以防迷茫.

在解之前先了解什么是区块.

对行而言,就是分属三个不同九宫格的部分. 在图1-8中,我们分别用不同的阴影来标示行的三个区块.

| | | | | | | | | |
|--|--|--|--|--|--|--|--|--|
| | | | | | | | | |
| | | | | | | | | |
| | | | | | | | | |

图 1-8

对列而言,也是分属三个不同九宫格的部分. 在图1-9中,我们分别用不同的阴影来标示列的三个区块.