



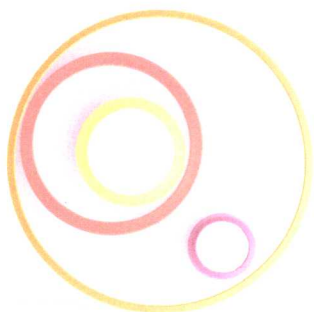
普通高等教育“十二五”规划教材



数学建模基础

SHUXUE JIANMO JICHU

主 编	丁殿坤	焦方蕾
	王汝亮	岳 嵘
副主编	马芳芳	王 娟
	郭秀荣	陈贵磊



北京邮电大学出版社
www.buptpress.com



普通高等教育“十二五”规划教材



数学建模基础

主 编 丁殿坤 焦方蕾 王汝亮 岳 嵘
副主编 马芳芳 王 娟 郭秀荣 陈贵磊



北京邮电大学出版社
www.buptpress.com

内 容 简 介

本书共有四章。第一章 Mathematica 入门,包括 Mathematica 介绍、基本概念、基本命令及使用、Mathematica 编程;第二章数学建模常用的其他软件,包括 MATLAB 软件介绍、LINGO 软件介绍;第三章数学建模初步,主要介绍数学建模的概念、数学建模的基本方法和步骤、基于高等数学的数学建模实例、微分方程模型、概率统计模型、运筹学模型;第四章全国大学生数学建模竞赛,包括全国大学生数学建模竞赛介绍、历年全国大学生数学建模竞赛赛题选讲,并有参赛获奖的案例。

本书可作高等学校普通本科各专业数学建模课程的教材,也可作为本科学生学习数学建模的自学教材和参考书。

图书在版编目(CIP)数据

数学建模基础 / 丁殿坤等主编. -- 北京: 北京邮电大学出版社, 2015. 1

ISBN 978-7-5635-4288-8

I. ①数… II. ①丁… III. ①数学模型—高等学校—教材 IV. ①O141.4

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2015)第 016011 号



书 名: 数学建模基础

著作责任者: 丁殿坤 焦方蕾 王汝亮 岳 嵘 主编

责任编辑: 彭 楠

出版发行: 北京邮电大学出版社

社 址: 北京市海淀区西土城路 10 号(邮编: 100876)

发行部: 电话: 010-62282185 传真: 010-62283578

E-mail: publish@bupt.edu.cn

经 销: 各地新华书店

印 刷: 北京源海印刷有限责任公司

开 本: 787 mm×1 092 mm 1/16

印 张: 16.25

字 数: 420 千字

版 次: 2015 年 1 月第 1 版 2015 年 1 月第 1 次印刷

ISBN 978-7-5635-4288-8

定价: 29.90 元

• 如有印装质量问题,请与北京邮电大学出版社发行部联系 •

前 言

随着高等学校教育教学改革的不断深入,优化人才培养方案、完善课程体系、加强学生应用知识能力的训练成为培养具有创新精神和实践能力人才的重要途径。为此,我们编写组根据学生的数学知识基础和教学实际,结合教学实践编写了《数学建模基础》一书,目的是结合大学数学基础课程教学改革和精品课程建设以及立项教改课题,大面积培养学生应用数学知识解决实际问题的能力,提高学生的数学素质。同时,为大学生数学建模竞赛进行初步培训和发现优秀选手,进一步激发学生参加竞赛的积极性,提高参赛选手的成绩。

《数学建模基础》一书共有四章,第一章 Mathematica 入门;第二章数学建模其他常用软件;第三章数学建模初步;第四章全国大学生数学建模竞赛。每章配有习题或实验,是面向大学低年级学生开设的数学建模课程教材。该书的特点如下:只要求学生掌握高等数学和少量线性代数的有关知识,书中例题、习题均以此为基础编写,便于学生接受和进行自学;适用于学时数为 20~32 学时的数学建模课,可根据各不同专业学时设置而开设;书中既有课程讲授内容,也有适量上机操作实验,是适合高等学校普通本科各专业数学建模课程的教材,也可作为普通本科学生自学数学建模的参考书。

本书的编写和出版得到了有关领导和同行的大力支持和帮助,在此表示感谢!但囿于水平,加之时间仓促,难免有错误和不当之处,恳请读者批评指正。

编 者

目 录

第一章 Mathematica 入门	1
第一节 Mathematica 介绍	1
一、Mathematica 9.0 界面简介	1
二、Mathematica 的输入与执行	5
第二节 基本概念	6
一、数据类型及表示	6
二、变量	8
三、函数	10
四、算式	13
五、表	13
六、字符串	16
第三节 基本命令及使用	17
一、基本符号运算	17
二、图形	31
三、数值计算	41
第四节 Mathematica 编程	47
一、自定义函数	47
二、表达式	50
三、程序控制结构	50
习题一	57
第二章 数学建模其他常用软件	59
第一节 数学建模其他常用软件介绍	59
一、MATLAB 软件介绍	59
二、LINGO 软件介绍	59
第二节 常用数学软件的操作及运行界面介绍	60

一、MATLAB 软件的操作及运行界面	60
二、LINGO 软件的操作及运行界面	62
第三节 MATLAB 数学软件的基本知识	64
一、MATLAB 数值、变量和表达式	64
二、MATLAB 常用函数	66
三、MATLAB 简单作图	69
四、MATLAB 的数值计算实例分析	73
第四节 LINGO 数学软件的基本知识	98
一、LINGO 中的集	98
二、模型的数据部分和初始部分	102
三、LINGO 函数	105
四、LINGO 软件应用的几个实例分析	121
习题二	126
第三章 数学建模初步	130
第一节 数学建模的概念	130
一、从现实对象到数学模型	130
二、数学建模特点	131
三、数学建模能力的培养	131
四、数学建模示例	132
第二节 数学建模的基本方法和步骤	138
一、建模十大经典算法	138
二、数学建模的一般步骤	139
三、数学模型的分类	139
第三节 基于高等数学的数学建模实例	140
第四节 微分方程模型	145
一、一阶常微分方程模型	145
二、高阶常微分方程模型	149
三、差分方程模型	152
四、偏微分方程模型	155
第五节 概率统计模型	156
一、概率模型	156
二、预测模型	164
三、马尔可夫链模型	173
四、蒙特卡洛算法	177
第六节 运筹学模型	179

一、初等模型	179
二、简单的优化模型	184
三、评价模型	186
四、数学规划模型	192
习题三	204
第四章 全国大学生数学建模竞赛	208
第一节 全国大学生数学建模竞赛介绍	208
一、起源与历史	208
二、竞赛内容	208
三、竞赛的形式及规则	209
四、组织形式	209
五、评奖办法	209
六、赛事主题	210
七、相关网站	210
第二节 全国大学生数学建模竞赛赛题选讲(一)	210
一、问题重述	211
二、问题分析	212
三、模型假设	212
四、符号定义	212
五、模型建立与求解	213
六、模型改进	218
七、模型评价	218
八、参考文献	218
附件一	219
附件二	219
第三节 全国大学生数学建模竞赛赛题选讲(二)	220
一、问题重述	222
二、符号说明	223
三、基本假设	223
四、问题分析与模型建立	223
五、模型的评价与改进	230
六、模型的推广	230
七、参考文献	230
附件一	231
附件二	231

附件三	232
附件四	233
附件五	234
附件六	235
第四节 全国大学生数学建模竞赛赛题选讲(三)	235
一、问题重述	237
二、模型假设	238
三、符号说明	238
四、模型建立与求解	238
五、模型评价与改进	245
六、模型推广	245
七、参考文献	245
附件一	246
附件二	246
附件三	247
附件四	247

参考文献	249
------------	-----

第一章 Mathematica 入门

第一节 Mathematica 介绍

Mathematica 是美国 Wolfram 研究公司于 1987 年推出的一种数学分析型的软件,它的主要功能包括数值计算、符号计算、图形功能和程序设计,可以实现数值分析、优化、统计,求各种方程精确解与近似解,进行图像的绘制处理等。Mathematica 具有界面友好、命令句法简单、可移植性强、功能强大等优点,提供了一批能完成各种功能的软件包,而且还有一套程序设计语言的记法,使得其很容易使用,深受用户欢迎,应用范围十分广泛。

本书采用 Mathematica 9.0 版。

一、Mathematica 9.0 界面简介

本书使用 Windows XP 操作系统,当你在计算机上成功地安装了 Mathematica 9.0 版后,在“开始”菜单中选择“程序”,再单击“Wolfram Mathematica 9”项,就进入了 Mathematica 的界面,如图 1-1 所示,启动后根据要求建立一个未命名的笔记本文件,就会进入主界面,界面为透明背景,界面由主菜单、浮动输入面板组、用户窗口等部分组成。

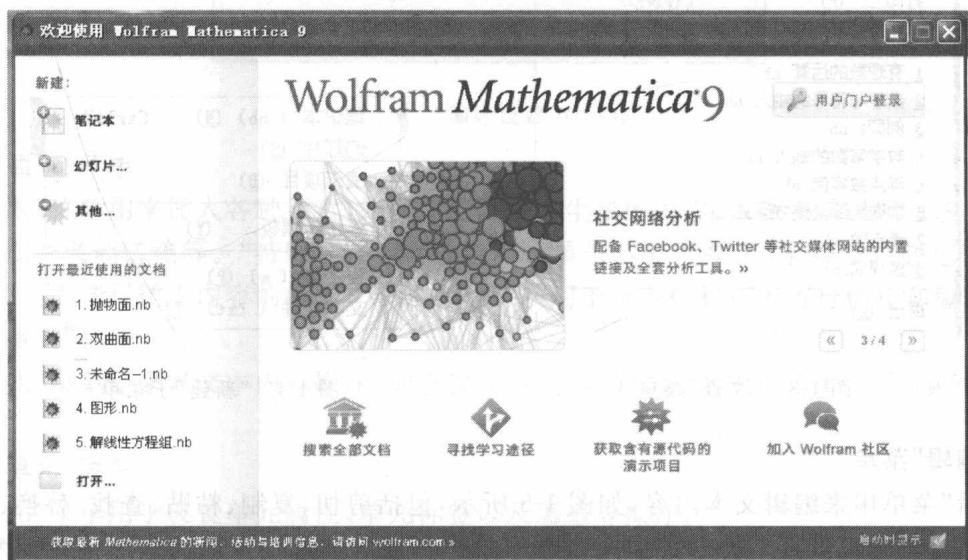


图 1-1 Mathematica 9 欢迎界面

(一) 主菜单

Mathematica 9 主菜单如图 1-2 所示,包含了文件、编辑、插入、格式、单元、图形、计算、面板、窗口和帮助 10 个菜单项,菜单项简单说明如下。

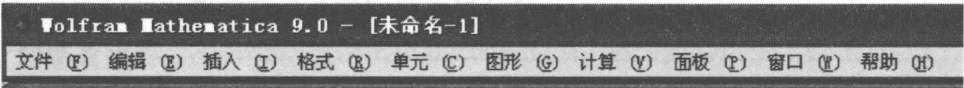


图 1-2 Mathematica 9 主菜单

1. “文件”菜单

“文件”菜单如图 1-3 所示。

图中各选项功能与 Word 中类似,此处不再赘述。打开“新建”菜单项可得到如图 1-4 所示子菜单。其中常用的是第一项,用于新建一个笔记本型文件的窗口,选择该项就会弹出一个新的用户窗口。

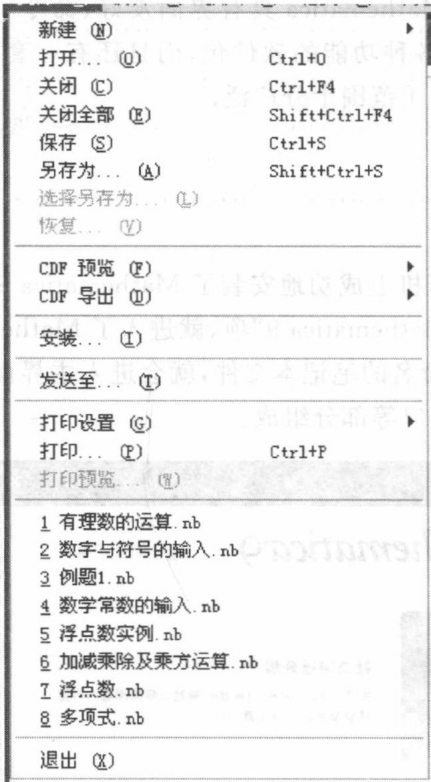


图 1-3 “文件”菜单

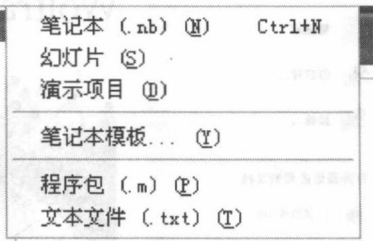


图 1-4 “新建”子菜单

2. “编辑”菜单

“编辑”菜单用来编辑文本内容,如图 1-5 所示,包括剪切、复制、粘贴、查找、替换、选择等基本功能,复制时可以以 8 种形式中任一种形式进行复制。这个菜单的最后一项为“偏好设置”,激活的“偏好设置”对话框如图 1-6 所示,设置为界面、计算、提示信息、外观、系统、并行、网络连接和高级 8 个选项卡。



图 1-5 “编辑”菜单

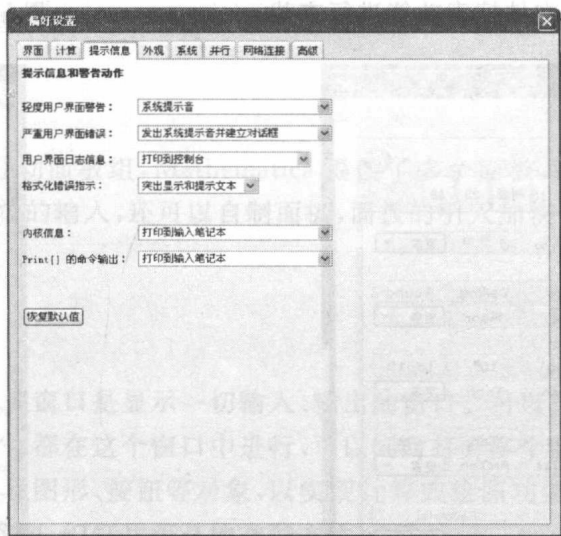


图 1-6 “偏好设置”对话框

3. “插入”菜单

“插入”菜单用来插入各种元素，如根据已有内容生成的内容、特殊字符、排版、表格/矩阵、水平线、图片及超链接等。“特殊字符”和“颜色”项，单击后分别弹出“字符”和“颜色”对话框，“排版”项用于选择插入内容的格式，“表格/矩阵”项用于对表格和矩阵进行创建和编辑操作。

4. “格式”菜单

“格式”菜单用来对文本内容操作，如设置文本内容的样式、字体、尺寸、字体颜色、文字格式等。

5. “单元”菜单

“单元”菜单用于设置单元属性、单元标签以及编组等操作。

6. “图形”菜单

“图形”菜单用来创建、对图形排版和基本属性设置。打开“绘图工具”面板，其中“工具”包含常用的绘图工具，“操作”是快捷操作按钮，“填充”用于选择图形填充颜色、透明度等。其它

选项也是图形元素细节的设置，如图形边线、文本等。

7. “计算”菜单

“计算”菜单主要包含计算内容的范围设置项、调试设置和应用，计算内核的相关设置。其中，“计算单元”是计算选定的单元；“在当前位置上计算”是计算选定的内容，并在同一位置用其计算结果替换此内容；“计算笔记本”能够计算当前整个笔记本。

8. “面板”菜单

单击主菜单中的“面板”菜单项，弹出如图 1-7 所示菜单。该菜单用来载入和激活各种面板，单击图中第二项会将数学助手面板打开在屏幕上，如图 1-8 所示，该面板的用途在后面陆续介绍。单击“其它”项弹出如图 1-7 所示子菜单，再单击其中第三项“数学输入”可打开基本数学输入面板如图 1-9 所示，使用图 1-7 中最后一项“安装面板”能将自制面板加入到“面板”菜单中，但是不能装入有中文名的面板，存放面板文件的位置可以通过 Windows 的文件搜索功能进行查找。

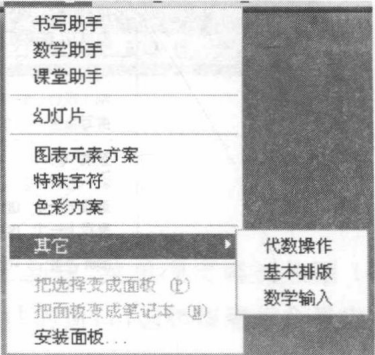


图 1-7 “面板”菜单



图 1-8 “数学助手”面板

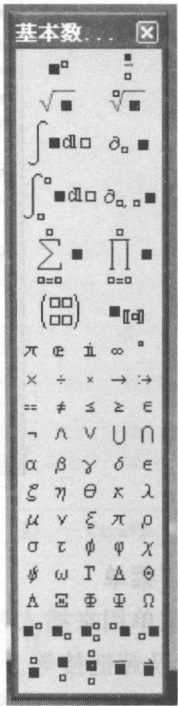


图 1-9 “基本数学”输入面板

9. “窗口”菜单

单击主菜单中的“窗口”项，弹出“窗口”菜单，如图 1-10 所示。例如，窗口的缩放，最大为 300%，可以用来实现用户窗口中显示内容的缩放；标记为“√”的项，表明光标目前在该面板窗口。最下方显示的是系统正在使用的文档。

10. “帮助”菜单

“帮助”菜单如图 1-11 所示。

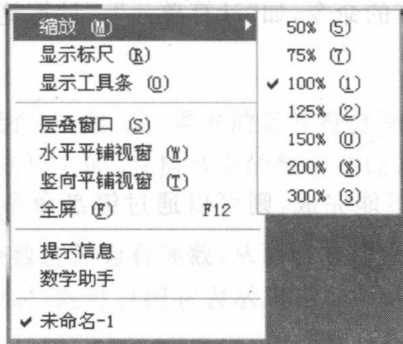


图 1-10 “窗口”菜单

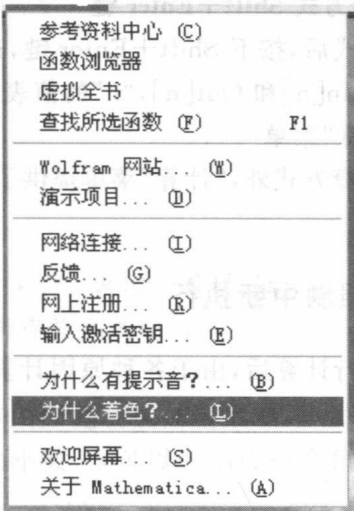


图 1-11 “帮助”菜单

记不清或不了解某些操作,以及想深入学习某些内容时,可以查询有关帮助。

(二) 浮动面板组

位于窗口右边的是浮动面板组, Mathematica 提供了多个面板,用于简化数学表达式、特殊字符、Mathematica 函数的输入,还可以自制面板,面板的引入加快了输入速度,减轻了记忆负担,方便人们使用。

(三) 用户窗口

在主界面中,左边的大窗口是显示一切输入、输出的窗口。可以直接输入算式或命令或是已经编好的程序,所有操作都在这个窗口中进行,可以同时打开多个窗口。不仅可以显示文字与数学表达式,还可以显示图形、按钮等对象,以实现计算或绘图功能。主要使用笔记本型文件,还可以建立文本、程序包、幻灯片等其他类型文件。

二、Mathematica 的输入与执行

(一) 表达式的输入

1. 使用“基本数学输入”面板

通过“面板”菜单打开“基本数学输入”面板,在面板中找到所需要的格式,单击格式按钮,在格式显示的对应位置填入内容,即可完成表达式。

2. 使用“数学助手”面板

除了上述方法以外,还可以使用函数库和格式更为丰富的“数学助手”面板。

(二) 表达式的执行

输入表达式后,需要执行得到结果,下面给出两种计算结果的方法。

1. 快捷方式 Shift+Enter 键

在表达式后,按下 Shift+Enter 键,这时系统开始计算并输出计算结果,给输入和输出附上次序标示 In[n]和 Out[n],“n”的值表示当前笔记本中表达式的运算次序。

2. “计算”菜单

除了快捷方式外,“计算”菜单提供了有关计算的命令,如“计算单元”、“计算笔记本”和“调试”等。

(三) 强制中断执行

如果执行计算后,由于各种原因计算长时间不能完成,则可以通过键盘命令“Alt+,”或“Alt+.”,停止计算。

第二节 基本概念

一、数据类型及表示

(一) 准确数与近似数

Mathematica 以符号运算为主,如 5 、 $\sqrt{3}$ 、 $\frac{1}{2}$ 等,都为准确数。用带有小数点的数表示近似数,如 1.0 、 2.1×10^{-2} 等。对于数学中经常使用的一些常数,如 π 、 e 等,也都为准确数。常用数学常数表示如下:Pi 表示圆周率 π ;E 表示无理数 e ;I 表示虚数单位 i ;Degree 表示 $\pi/180$;Infinity 表示无穷大。

以上常数的第一个字符必须要大写,其后面的字母必须小写,也可由数学助手面板的特殊字符按钮输入,Infinity 表示无穷大,也可由数学助手面板的特殊字符按钮 ∞ 输入,注意 ∞ 与 $+\infty$ 相同,没有双侧无穷的概念, $-Infinity$ 表示 $-\infty$ 。

在 Mathematica 中,基本的数值类型有 4 种:整数、有理数、实数、复数。

1. 整数

对整数的运算有加法、减法、乘法和乘方,运算结果还是整数,当然,整数也可进行除法运算,但结果并不一定为整数,当两个整数相除又不能整除时,系统就用分数来表示。

例 1.1 整数运算

```
In[1]:= 5 + 3
45 - 21
13 * 3
21 / 7
12 / 8
2 ^ 5

Out[1]= 8

Out[2]= 24
```


Out[3]= 39

Out[4]= 3

Out[5]= $\frac{3}{2}$

Out[6]= 32

输入时,加、减、乘、除、乘方的运算符分别用+、-、*、/、^表示。符号“In[]:=”、“Out[]=”是系统自动加上的,方括号中的数字是输入输出的顺序排列的序号。

2. 有理数

整数和分数统称为有理数,从而整数与整数的计算结果是精确的整数或是有理数。系统在处理有理数时,既可以把它表示成具有一定精确度的小数,也可以表示成一个化简的分数。例如:

In[1]:= 12 / 18

Out[1]= $\frac{2}{3}$

3. 实数

实数一般用近似数表示,即带有小数点的数,并可以表示成任意精度。实数的表示方法有两种:一种是小数,另一种是用指数方法表示的。实数也可以和整数、有理数进行混合运算,结果还是一个实数。例如:

In[1]:= 3.5 + 2

2.1 - 2 / 3

1 / 2 * 1.0

25.3 ^ (1 / 3)

18 ^ (1 / 2)

Out[1]= 5.5

Out[2]= 1.43333

Out[3]= 0.5

Out[4]= 2.93567

Out[5]= $3\sqrt{2}$

4. 复数

复数由实部和虚部组成,用 $a+bi$ 表示,实部和虚部都可以用整数、有理数和实数表示。

(二) 数据间的变换

1. 不同类型数据的转换

在系统应用中,通常对数字的类型要求是不同的,这时就要进行数据类型转换。在 Mathematica 中,利用以下几个函数进行转换:

$N[x]$ 将 x 转换为实数

$N[x, n]$ 将 x 转换为近似实数,精度为 n

`Rationalize[x]` 给出 x 的有理数近似值

`Rationalize[x,dx]` 给出 x 的有理数近似值,误差小于 dx

例如:

```
In[1]:= N[12/18]
```

```
Out[1]= 0.666667
```

```
In[2]:= N[12/18, 8]
```

```
Out[2]= 0.66666667
```

输出结果中小数默认为 6 位有效数字。

2. 数的进制转换

使用 b^{nnn} 表示 nnn 是一个 b 进制数。函数 `BaseForm[x,b]` 将十进制数 x 转化成 b 进制数显示。在输出 b 进制数时,用 nnn_b 表示一个 b 进制数。举例说明:

```
In[1]:= 2^101
```

```
Out[1]= 5
```

```
In[2]:= 16^ff11
```

```
Out[2]= 65297
```

```
In[3]:= BaseForm[5, 2]
```

```
Out[3]//BaseForm=
```

```
1012
```

```
In[4]:= BaseForm[65297, 16]
```

```
Out[4]//BaseForm=
```

```
ff1116
```

二、变量

(一) 变量命名

Mathematica 中的变量名必须是以字母开头、由字母或数字组成的字符串(长度不限),不能含有空格或标点符号,不同的字母大小写对应不同的变量。例如: x , b_{12} , T_x 都是合法的变量名, $5c$ 不是合法的变量名, d_1 与 D_1 表示不同的变量。在 Mathematica 中,变量不仅可以存放数值,还可以存放表达式或更复杂的算式。

(二) 变量赋值

一个变量可以表示各种类型的数字或字符串,也可以表示一个算式。在 Mathematica 中,用等号“=”为变量赋值,同一个变量可以表示一个数值、一个数组、一个表达式,甚至一个图形。具体格式如下:

$x = \text{Value}$ 给 x 赋值

$x=y=Value$ 同时给 x,y 赋值

例如:

In[1]:= $x = 1$

Out[1]= 1

In[2]:= $a = u + v$

Out[2]= $u + v$

In[3]:= $s = t = 2$

Out[3]= 2

In[4]:= $x = s$

Out[4]= 2

In[5]:= x

Out[5]= 2

In[6]:= $u = 3$

Out[6]= 3

In[7]:= a

Out[7]= $3 + v$

In[8]:= $\{b, c\} = \{1, 6\}$

Out[8]= $\{1, 6\}$

(三) 变量替换

使用变量替换是求表达式的值,而不改变表达式本身。方法为:

$p/. x \rightarrow val$ 表示将算式 p 中的 x 用 val 代入

$p/. \{x \rightarrow xval, y \rightarrow yval\}$ 表示将算式 p 中的 x,y 分别用 $xval,yval$ 代入

例如:

In[1]:= $p = x^2 + 3x - 1;$

$p /. x \rightarrow 5$

Out[2]= 39

In[3]:= $t = x + y + y^{(1/2)};$

$t /. \{x \rightarrow 2, y \rightarrow 3\}$

Out[4]= $6 + \sqrt{3}$

(四) 清除变量

为了避免隐蔽的错误,应该及时清除不再使用的变量,方法有以下几种: