普通高等教育电气信息类规划教材

免费电子教案下载

www.cmpedu.com

信号分析与处理

主　编　吉培荣

参　编　李海军　邹红波

机械工业出版社

CHINA MACHINE PRESS

普通高等教育电气信息类规划教材

信号分析与处理

主　编　吉培荣
参　编　李海军　邹红波

机 械 工 业 出 版 社

本书是为电气信息类专业和一些非电类专业编写的教材，包括信号与系统的主要内容和数字信号处理的基本内容，并对随机信号分析、小波分析作了初步介绍。全书共9章，分别为信号与系统的基本概念、连续时间信号的分析、离散时间信号的分析、连续时间线性时不变系统的分析、离散时间线性时不变系统的分析、离散傅里叶变换、数字滤波器设计、随机信号分析、小波分析，每章末有习题，书后有习题参考答案。

本书作为教学用书，第1~7章内容可用于电气工程自动化、自动化、测控、仪表等专业本科生“信号分析与处理”课程，全书1~9章内容可用于相关专业硕士研究生“信号处理”课程。本书对相关专业工程技术人员也有一定参考价值。

本书配套授课电子课件，需要的教师可登录 www.cmpedu.com 免费注册、审核通过后下载，或联系编辑索取（QQ：308596956，电话 010-88379753）。

图书在版编目(CIP)数据

信号分析与处理/吉培荣主编．—北京：机械工业出版社，2015.3
普通高等教育电气信息类规划教材
ISBN 978-7-111-49326-6

Ⅰ.①信…　Ⅱ.①吉…　Ⅲ.①信号分析-高等学校-教材②信号处理-高等学校-教材　Ⅳ.①TN911

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2015)第 027182 号

机械工业出版社(北京市百万庄大街22号　邮政编码 100037)
策划编辑：时　静
责任编辑：汤　枫
责任校对：张艳霞
责任印制：乔　宇
保定市中画美凯印刷有限公司印刷

2015年3月第1版·第1次印刷
184mm×260mm·16.25印张·402千字
0001—3500册
标准书号：ISBN 978-7-111-49326-6
定价：37.00元

凡购本书，如有缺页、倒页、脱页，由本社发行部调换

电话服务
服务咨询热线：(010)88379833
读者购书热线：(010)88379649

网络服务
机 工 官 网：www.cmpbook.com
机 工 官 博：weibo.com/cmp1952
教育服务网：www.cmpedu.com
金 书 网：www.golden-book.com

前　　言

随着科学技术特别是微电子与计算机技术的发展，信号分析与处理技术已得到了长足的进步，并已在众多的领域中得到了广泛的应用。这一局面，对电气类本科专业人才的知识结构提出了新的要求。为适应这一变化，将“信号分析与处理”课程列入电气类本科专业人才培养方案中，使其成为一门专业基础课程，已经成为国内各高等院校的共识。为了满足这种需求，教育部高等院校电子信息科学与电气信息类基础课程教学指导分委员会于2004年8月首次制定了“信号分析与处理课程教学基本要求”。2010年12月新发布了“信号分析与处理课程教学基本要求”，该基本要求将课程的地位、作用和任务描述为：“信号分析与处理”课程是电气工程及其自动化、自动化等专业本科生的一门基础课程，也适用于一些非电类专业。它主要讨论信号分析、线性时不变系统分析、数字信号处理的基本理论和方法、数字滤波器的一些基本概念，并通过实例分析，向学生介绍工程应用中的重要方法。

本书依据2010年12月发布的“信号分析与处理课程教学基本要求”编写而成，主要介绍确定性信号的分析与处理方法，并简单介绍随机信号分析和小波分析的内容。全书共9章，分别为信号与系统的基本概念、连续时间信号的分析、离散时间信号的分析、连续时间线性时不变系统的分析、离散时间线性时不变系统的分析、离散傅里叶变换、数字滤波器设计、随机信号分析、小波分析。作为教学用书，本书第1~7章内容可用于电气类或一些非电类专业本科生“信号分析与处理”课程；全书1~9章内容可用于相关专业硕士研究生“信号处理”课程。学生通过使用本书学习相关内容，能够掌握信号分析与信号处理的基本概念、基础知识与基本方法，并对其工程应用有所了解，为进一步的学习和研究奠定必要的基础。

本书结构体系完整，内容较全面，具有概念清晰、条理分明、系统性强的特点。

本书由吉培荣、李海军、邹红波合作完成，吉培荣担任主编。吉培荣编写第1~5章，这五章内容基本上能与电子通信类本科专业开设的“信号与系统”课程相对应；李海军编写第6、7章，这两章内容是电子通信类本科专业开设的“数字信号处理”课程的主体；邹红波编写第8、9章，这两章内容是相关专业硕士研究生阶段开设的“现代信号处理”课程的一部分。编写本书时，参考了书后参考文献和其他一些文献的相关内容，在此对这些文献作者表示衷心感谢！

限于编者水平，书中难免存在一些不足之处，敬请读者批评指正。联系邮箱：jipeirong@163.com（吉培荣），llihaijun@163.com（李海军），107066611@qq.com（邹红波）。

编　者

目　　录

第1章　信号与系统的基本概念

本章介绍信号与系统的基本概念，包括八节内容，分别是信号的定义与描述、信号的分类、阶跃信号与冲激（脉冲）信号、信号的基本运算、系统的定义、系统的分类、线性时不变系统的数学模型、信号分析与处理简介。通过本章的学习，读者应建立信号分析与处理的总体概念和掌握线性时不变系统的描述方法，为后续章节内容的学习奠定基础。

1.1　信号的定义与描述

1.1.1　信号的定义

人类的社会活动以及物质的形式、特性在时间或空间上的变化，都会产生信息，信息也可称为消息。人类的生活离不开信息（消息），获取信息（消息）的活动是人类最基本的活动之一，人类通过感觉器官从客观世界获取信息（消息）。

现代社会中，信息可通过语言、文字、图像、颜色、声音、公式、符号、数据等加以反映。为了有效地传递、存储信息，常常需要将信息转换成便于传输和处理的信号。信号是信息的载体，信息是信号的具体内容。我国古代社会中的烽火台，现代社会中的电话、电报、广播与电视等，都是用于传递信号从而传递信息的系统。

信号通常表现为随时间变化的物理量。常见的信号形式有声信号（如学校的上、下课铃声）、光信号（如交通路口的红绿灯）、电信号（如电路中的电压、电流）等。

在各种信号中，最便于传输、控制与处理的是电信号，而且许多非电属性的物理量（如温度、压力、光强、位移、转矩、转速等）都可以通过传感器变换为电信号。如欲借助计算机对非电信号进行实时处理，必须将非电信号转变为电信号。

研究电信号具有普遍的意义。在本书中，除非特别说明，都把信号视为随时间变化的电压或电流信号。

1.1.2　信号的描述

信号是信息的表现形式，在数学上，可以表达为一个或多个独立变量的函数。例如，语音信号可表达为声压随时间变化的函数，用 $x(t)$ 或 $y(t)$ 来表示，称为一维信号；黑白图片可表达为灰度随二维空间变量变化的函数，用 $f(x,y)$ 来表示，称为二维信号；还可有高于二维的信号。信号除了可以用函数表达式表达外，还常以图形的方式来体现。

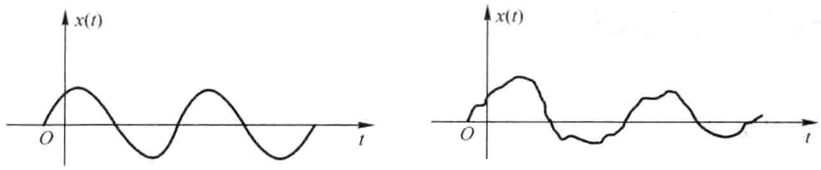
1.2　信号的分类

信号的分类方法有很多，根据信号和自变量的特性，对信号可有四种分类方式。

1.2.1 确定性信号与随机信号

根据信号取值是否确定,可将信号分为确定性信号和随机信号。确定性信号是指能够以确定的时间函数(或可用确定的信号波形)来表示的信号,该类信号在其定义域的任意时刻都有确定的函数值。例如,正弦信号、指数信号等。图 1-1a 所示的正弦信号就是确定性信号的一个例子。

如果信号只能用概率统计方法来描述,不是时间的确定函数,其取值具有不确定性,此类信号就为随机信号。随机信号也称为不确定性信号,该类信号在其定义域内没有确定的函数值。图 1-1b 所示的混有噪声的正弦信号就是随机信号的一个例子,对该信号无法用确定的时间函数加以描述,只能用概率统计的方法进行描述。



a) b)

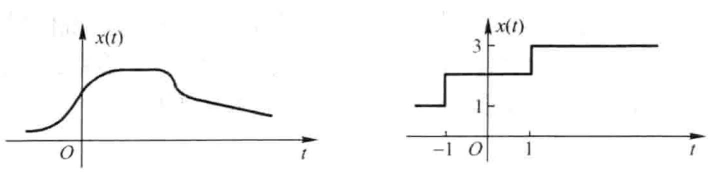
图 1-1 确定性信号与随机信号

除了实验室发生的有规律的信号外,用于传输信息的信号都是随机信号,因为确定性信号对受信者而言不可能载有信息。例如,相对受信者,通信系统中传输的信号具有不确定性,接收者在收到所传递的信号之前,对信号所携带的信息是不知道的,否则,接收者就不可能由它得知任何新的消息,也就失去了通信的意义。另外,信号在传输过程中难免要受到各种随机干扰和噪声的影响,使信号失真,所以,一般的通信信号都是随机信号。

1.2.2 连续时间信号与离散时间信号

按照信号自变量取值的特性,信号可分为连续时间信号与离散时间信号。

连续时间信号是指在信号的定义域内的任意时刻(可不包括有限数量的间断点)都有确定函数值的信号,连续时间信号通常用 $x(t)$ 表示。连续时间信号的幅值可以是连续的,也可以是离散的。幅值连续的连续时间信号称为模拟信号,如图 1-2a 所示,而图 1-2b 所示是具有离散幅值的连续时间信号,该信号不是模拟信号。实际应用中,常将连续时间信号与模拟信号名称混用,但读者应知晓,连续时间信号与模拟信号两者实际上是有所不同的。



a) b)

图 1-2 连续时间信号

离散时间信号是指信号的定义域为离散的时刻点，在这些离散的时刻点之外无定义。离散时间信号可由连续时间信号采样得到，若采样间隔（周期）是 T_s，则离散时间信号可表示为 $x(nT_s)$，也往往表示为 $x(n)$，其中 n 表示序号，因此，离散时间信号也往往称为序列。离散时间信号的值域可以是连续的，但在用计算机处理信号时，由于计算机只能用有限位数的二进制数来表示数值，因此必须将信号值“量化”为离散的数，这样的信号称为数字信号。幅值不满足离散特性的离散时间信号本不应称为数字信号，但由于用计算机处理的信号均为数字信号，故在实际应用中，不再区分离散时间信号和数字信号，两者名称混用。但读者应知晓，离散时间信号与数字信号两者实际上是有所不同的。

连续时间信号转化为数字信号并输入计算机需经过采样、量化、编码的过程，如图 1-3 所示。图 1-3a 所示为一模拟信号 $x(t)$，对 $x(t)$ 按一定的时间间隔 T_s 抽取相应的瞬时值，这个过程称为采样，采样后得到的是时间离散、函数值连续的离散时间信号 $x(nT_s)$，如图 1-3b 所示。将 $x(nT_s)$ 以某个最小单位 q 的整数倍数来表达的过程称为量化，经过量化后的离散时间信号称为数字信号，用 $x_q(nT_s)$ 表示，如图 1-3c 所示。数字信号应记为 $x_q(n)$，但为简便起见一般记为 $x(n)$，即与离散时间信号记法相同，其图形表示如图 1-3d 所示。把 $x(n)$ 经过编码（通常用二进制表示）后转化为数字序列，才能将信号输入计算机中进行处理。

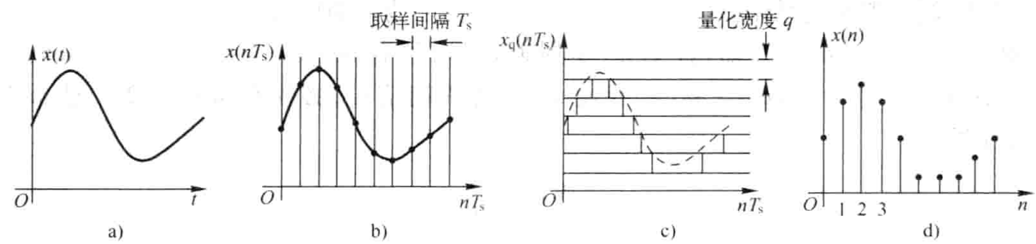


图 1-3　从模拟信号到数字信号

1.2.3　周期信号与非周期信号

根据信号是否按固定间隔重复，信号可以分为周期信号与非周期信号。

若信号按照一定的时间间隔 T 周而复始且无始无终，则称此类信号为周期信号。周期信号的表达式可以写为

$$x(t)=x(t+nT),\quad n=0,\pm1,\pm2,\cdots \tag{1-1}$$

或

$$x(n)=x(n+mN),\quad m=0,\pm1,\pm2,\cdots \tag{1-2}$$

式中，T 称为连续信号 $x(t)$ 的周期；N 称为离散信号 $x(n)$ 的周期。由于周期信号在一个周期内的变化过程完整、准确地表现了其随时间变化的信息特征，所以只要给出其在一个周期内的变化过程，便可知道该信号在任意时刻的函数值。

若信号在时间上不具有周而复始的特性，或者说信号的周期趋于无限大，则称此类信号为非周期信号。周期信号可以由非周期信号周而复始地进行重复而得到。严格意义上的周期信号，是无始无终地按某一规律重复变化的信号。在实际应用中，周期信号只能是指在较长时间内按照某一规律重复变化的信号。

周期信号与非周期信号有着非常密切的关系。当周期信号的周期 T 增大为无限时，此信号就转化为非周期信号；当非周期信号以某个固定时间间隔或长度为周期进行周期延拓时，非周期信号将变成周期信号。

当周期分别为 T_1 和 T_2 的两个周期信号相加时，如果两信号的周期具有整数倍的关系，则合成信号的周期为两者中大者；如果两者不是整数倍的关系，设 n_1 和 n_2 是互为质数的整数，当 $n_1T_1=n_2T_2$ 时，即 T_1/T_2 是一个有理常数时，所得合成信号的周期是 $T=n_1T_1=n_2T_2$，它是单个信号周期的最小公倍数。两个周期信号相加，所得信号也有可能不再是周期信号，如 T_1/T_2 为无理数时，两个周期信号相加的结果就是非周期信号。

【例 1-1】 已知信号 $x_1(t)=\cos(20t)$，$x_2(t)=\cos(22t)$，$x_3(t)=\cos t$ 和 $x_4(t)=\cos(\sqrt{2}t)$，问 $x_1(t)+x_2(t)$ 和 $x_3(t)+x_4(t)$ 是否为周期信号？若是，求其周期。

解：因为 $\Omega=2\pi f=2\pi/T$，可知 $x_1(t)$ 的周期为 $T_1=2\pi/\Omega=2\pi/20=\pi/10$，$x_2(t)$ 的周期为 $T_2=2\pi/22=\pi/11$，由于 $T_1/T_2=11/10$ 是有理数，所以 $x_1(t)+x_2(t)$ 是周期信号，其公共周期为 $T=10T_1=11T_2=\pi$。

$x_3(t)$ 的周期为 $T_3=2\pi$，$x_4(t)$ 的周期为 $T_4=2\pi/\sqrt{2}=\sqrt{2}\pi$，由于 $T_3/T_4=\sqrt{2}$ 是无理数，所以 $x_3(t)+x_4(t)$ 不是周期信号。

【例 1-2】 判断离散余弦信号 $x(n)=\sin(\omega n)$ 是否为周期信号。

解：由周期信号的定义知，若 $x(n)$ 是周期信号，须有 $\sin[\omega(n+N)]=\sin(\omega n)$。因为 $\sin[\omega(n+N)]=\sin(\omega n+\omega N)$，要使 $x(n)$ 为周期信号，必须有 $\omega N=m2\pi$，且 m 为整数，此时有

$$N=m\frac{2\pi}{\omega}$$

因此，只有在 $\frac{2\pi}{\omega}$ 为有理数时，即 $\frac{2\pi}{\omega}=\frac{p}{q}$（$p$ 和 q 为不可约分的整数），$x(n)=\sin(\omega n)$ 才是一个周期信号。

1.2.4 能量信号与功率信号

根据信号的能量或功率是否有限，信号可以分为能量信号与功率信号。

信号可看做是随时间变化的电压或电流，如把信号 $x(t)$ 看成加在 $1\,\Omega$ 电阻上的电流，则其瞬时功率为 $|x(t)|^2$，在时间间隔 $-\frac{T}{2}\leqslant t\leqslant\frac{T}{2}$ 内会消耗一定的能量。现在将时间区间无限扩展，定义信号的能量为

$$E=\lim_{T\to\infty}\int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}}|x(t)|^2\mathrm{d}t \tag{1-3}$$

将该能量对时间区间取平均，可得信号 $x(t)$ 的平均功率为

$$P=\lim_{T\to\infty}\frac{1}{T}\int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}}|x(t)|^2\mathrm{d}t \tag{1-4}$$

对于离散时间信号 $x(n)$，其能量 E 与平均功率 P 的定义分别为

$$E=\lim_{N\to\infty}\sum_{n=-N}^{N}|x(n)|^2 \tag{1-5}$$

$$P=\lim_{N\to\infty}\frac{1}{2N+1}\sum_{n=-N}^{N}|x(n)|^2 \tag{1-6}$$

若信号的能量为不为零的有限值，则其平均功率为零，也即当 $0<E<\infty$ 时，有 $P=0$，则称该信号为能量信号。由于能量信号的平均功率为零，因此，只能从能量的角度来研究它。

若信号的功率为不为零的有限值，则其能量为无穷大，也即当 $0<P<\infty$ 时，有 $E\to0$，则称该信号为功率信号。由于功率信号的能量为无穷大，因此，只能从功率的角度来研究它。幅值具有有限值的周期信号都是功率信号。

一个信号不可能既是能量信号又是功率信号，但却有少数信号既不是能量信号也不是功率信号。直流信号与周期信号都是功率信号。

【例 1-3】 判断下列信号中哪些为能量信号？哪些为功率信号？

(1) $x_1(t)=A\cos(\Omega_0 t)$　　(2) $x_2(t)=\mathrm{e}^{-t},t\geqslant0$

(3) $x_3(n)=\left(\frac{1}{2}\right)^n$　　(4) $x_4(n)=C$，C 为常数

解：(1) $x_1(t)=A\cos(\Omega_0 t)$ 是周期为 $T_0=\frac{2\pi}{\Omega_0}$ 的周期信号。其在一个周期的能量为

$$E_0=\int_0^{T_0}|x_1(t)|^2\mathrm{d}t=\int_0^{T_0}A^2\cos^2(\Omega_0 t)\mathrm{d}t=\frac{A^2T_0}{2}$$

由于周期信号有无穷多个周期，所以 $x_1(t)$ 的能量为无穷大，即 $E\to\infty$，但其功率

$$P=\lim_{T_0\to\infty}\frac{1}{T_0}\int_{-\frac{T_0}{2}}^{\frac{T_0}{2}}|x_1(t)|^2\mathrm{d}t=\frac{A^2}{2}$$

是非零的有限值，因此 $x_1(t)$ 是功率信号。

(2) $x_2(t)$ 的能量为

$$E=\lim_{T\to\infty}\int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}}|x_2(t)|^2\mathrm{d}t=\lim_{T\to\infty}\int_0^{\frac{T}{2}}\mathrm{e}^{-2t}\mathrm{d}t=\int_0^{\infty}\mathrm{e}^{-2t}\mathrm{d}t=\frac{1}{2}$$

其能量是有限值，因此 $x_2(t)$ 是能量信号。

(3) $x_3(n)$ 的能量和功率分别为

$$E=\lim_{N\to\infty}\sum_{n=-N}^{N}|x_3(n)|^2=\lim_{N\to\infty}\sum_{n=-N}^{N}\left|\frac{1}{2}\right|^{2n}=\infty$$

$$P=\lim_{N\to\infty}\frac{1}{2N+1}\sum_{n=-N}^{N}\left|\frac{1}{2}\right|^{2n}=\infty$$

$x_3(n)$ 的能量和功率都是无穷大，因此 $x_3(n)$ 既不是能量信号也不是功率信号。

(4) $x_4(n)$ 的能量和功率分别为

$$E=\lim_{N\to\infty}\sum_{n=-N}^{N}|x_4(n)|^2=\lim_{N\to\infty}\sum_{n=-N}^{N}C^2=\infty$$

$$P=\lim_{N\to\infty}\frac{1}{2N+1}\sum_{n=-N}^{N}C^2=C^2$$

$x_4(n)$ 的能量是无穷大，而功率是有限值，因此 $x_4(n)$ 是功率信号。

1.3 阶跃信号与冲激(脉冲)信号

1.3.1 连续时间单位阶跃信号与单位冲激信号

在信号处理中,常常将一般信号分解为某些基本信号的线性组合,这样就可以把一般信号经过系统的问题转化为基本信号经过系统的问题。连续时间基本信号分为两类:一类称为普通信号;另一类称为奇异信号。单位阶跃信号和单位冲激信号是两种奇异信号。

1. 单位阶跃信号

单位阶跃信号用$\varepsilon(t)$来表示,定义为

$$\varepsilon(t)=\begin{cases}1, & t>0\\ 0, & t<0\end{cases} \tag{1-7}$$

单位阶跃信号$\varepsilon(t)$在$t=0$处没有定义,因此其在该点发生跳变,波形如图1-4a所示。实际中经常遇到$\varepsilon(t)$的移位信号,其延时t_0时间后的信号为$\varepsilon(t-t_0)$,如图1-4b所示,表示为

$$\varepsilon(t-t_0)=\begin{cases}1, & t>t_0\\ 0, & t<t_0\end{cases} \tag{1-8}$$

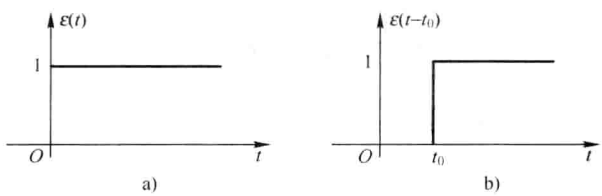


图1-4 单位阶跃信号和延时单位阶跃信号

单位阶跃信号具有单边特性,任意信号与单位阶跃信号相乘可形成截断信号。例如,某一正弦信号$\sin(\Omega t)$,定义在$-\infty<t<\infty$区间,将其与$\varepsilon(t)$相乘后变为单边正弦信号$\sin(\Omega t)\cdot\varepsilon(t)$,当$t<0$时其值为零,$t>0$时按正弦规律变化。

2. 单位冲激信号

(1) 单位冲激信号的定义

单位冲激信号用$\delta(t)$表示,如图1-5a所示,其定义为

$$\delta(t)=\begin{cases}\int_{-\infty}^{\infty}\delta(t)\,\mathrm{d}t=1\\ \delta(t)=0, \quad t\neq 0\end{cases} \tag{1-9}$$

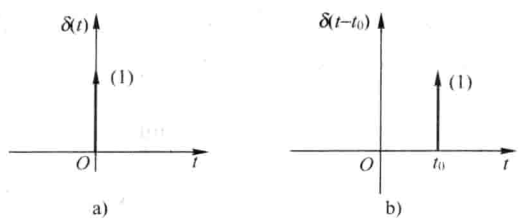


图1-5 单位冲激信号与延时单位冲激信号

单位冲激信号可以延时至任意时刻t_0,记为$\delta(t-t_0)$,如图1-5b所示,表示如下:

$$\delta(t-t_0)=\begin{cases}\int_{-\infty}^{\infty}\delta(t-t_0)\mathrm{d}t=1\\ \delta(t-t_0)=0, \quad t\neq t_0\end{cases} \tag{1-10}$$

（2）单位冲激信号与单位阶跃信号的关系

单位冲激信号与单位阶跃信号有如下关系：

$$\varepsilon(t)=\int_{-\infty}^{t}\delta(\tau)\mathrm{d}\tau \tag{1-11}$$

$$\delta(t)=\frac{\mathrm{d}\varepsilon(t)}{\mathrm{d}t} \tag{1-12}$$

单位阶跃信号 $\varepsilon(t)$ 在 $t=0$ 处不连续，其值从 0 跃变为 1，对其求导后，产生了强度为 1 的单位冲激信号 $\delta(t)$。这一结论适用于任意信号，即对信号求导时，信号在不连续点的导数为冲激信号或延时的冲激信号，冲激信号的强度就是不连续点的跃变值。不连续点处微分产生冲激信号，需从奇异信号的角度看待这一问题，常规信号在不连续点处是不能微分的。

（3）单位冲激信号的性质

1）筛分特性

$$x(t)\delta(t-t_0)=x(t_0)\delta(t-t_0) \tag{1-13}$$

式(1-13)说明，冲激信号 $\delta(t-t_0)$ 可以把信号 $x(t)$ 在 $t=t_0$ 处的值筛分出来作为自身的强度。利用冲激信号的筛分特性，可得到如下结果：

$$\int_{-\infty}^{\infty}x(t)\delta(t-t_0)\mathrm{d}t=x(t_0) \tag{1-14}$$

2）展缩特性

$$\delta(at)=\frac{1}{|a|}\delta(t), \quad a\neq0 \tag{1-15}$$

由展缩特性可得出如下推论：

推论 1：单位冲激信号是偶函数，取 $a=-1$ 可得

$$\delta(-t)=\delta(t) \tag{1-16}$$

推论 2：

$$\delta(at+b)=\frac{1}{|a|}\delta\left(t+\frac{b}{a}\right), \quad a\neq0 \tag{1-17}$$

【例 1-4】 利用冲激信号的性质计算下列各式：

（1）$\sin t\delta\left(t-\frac{\pi}{2}\right)$ （2）$\int_{-\infty}^{\infty}\delta(t-2)\mathrm{e}^{-2t}\varepsilon(t)\mathrm{d}t$

（3）$\int_{-4}^{3}\mathrm{e}^{-t}\delta(t-6)\mathrm{d}t$ （4）$(t+2)\delta(2-2t)$

（5）$\int_{1}^{2}\delta(2t-3)\sin(2t)\mathrm{d}t$ （6）$\int_{-\infty}^{t}\cos\tau\delta(\tau)\mathrm{d}\tau$

解：（1）利用冲激信号的筛分特性，可得

$$\sin t\delta\left(t-\frac{\pi}{2}\right)=\sin\frac{\pi}{2}\delta\left(t-\frac{\pi}{2}\right)=\delta\left(t-\frac{\pi}{2}\right)$$

（2）利用冲激信号的筛分特性，可得

$$\int_{-\infty}^{\infty}\delta(t-2)\mathrm{e}^{-2t}u(t)\mathrm{d}t=\int_{0}^{\infty}\delta(t-2)\mathrm{e}^{-2t}\mathrm{d}t=\mathrm{e}^{-4}$$

(3) 利用冲激信号的筛分特性,可得

$$\int_{-4}^{3} e^{-t}\delta(t-6)\,dt = e^{-6}\int_{-4}^{3}\delta(t-6)\,dt = 0$$

(4) 利用冲激信号的展缩特性和筛分特性,可得

$$(t+2)\delta(2-2t) = \frac{1}{|-2|}(t+2)\delta(t-1) = \frac{3}{2}\delta(t-1)$$

(5) 利用冲激信号的展缩特性和筛分特性,可得

$$\int_{1}^{2}\delta(2t-3)\sin(2t)\,dt = \int_{1}^{2}\frac{1}{2}\delta\left(t-\frac{3}{2}\right)\sin(2t)\,dt = \frac{1}{2}\sin 3$$

(6) 利用冲激信号的筛分特性,可得

$$\int_{-\infty}^{t}\cos\tau\,\delta(\tau)\,d\tau = \int_{-\infty}^{t}\cos 0\,\delta(\tau)\,d\tau = \cos 0\int_{-\infty}^{t}\delta(\tau)\,d\tau$$

再利用冲激信号与阶跃信号的关系,可得

$$\int_{-\infty}^{t}\cos\tau\,\delta(\tau)\,d\tau = \varepsilon(t)$$

1.3.2 离散时间单位阶跃序列与单位脉冲序列

在离散时间信号处理中,常常将一般信号分解为某些基本信号的线性组合,这样就可以把一般信号经过系统的问题转化为基本信号经过系统的问题。单位阶跃序列和单位脉冲序列是两种离散时间基本信号。

1. 单位阶跃序列

单位阶跃序列用符号 $\varepsilon(n)$ 表示,定义为

$$\varepsilon(n) = \begin{cases} 1, & n \geqslant 0 \\ 0, & n < 0 \end{cases} \tag{1-18}$$

单位阶跃序列与单位阶跃信号 $\varepsilon(t)$ 相似。其不同之处是 $\varepsilon(t)$ 在 $t=0$ 处发生跃变,$t=0$ 处无明确数值;而 $\varepsilon(n)$ 在 $n=0$ 处的值定义为 1,如图 1-6a 所示。实际中经常遇到 $\varepsilon(n)$ 的移位序列,其向右平移 m 个单位后的序列为 $\varepsilon(n-m)$,如图 1-6b 所示。

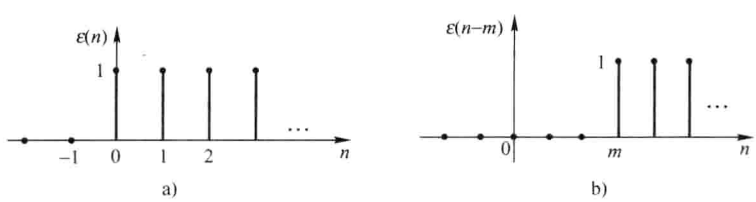


图 1-6 单位阶跃序列与移位后单位阶跃序列

单位阶跃序列具有单边特性,单位阶跃序列与任意序列相乘即可截断该序列。例如,定义在 $-\infty < n < \infty$ 区间的正弦序列 $\sin(\omega n)$,将其与 $\varepsilon(n)$ 相乘后变为单边正弦序列 $\sin(\omega n)\cdot\varepsilon(n)$,即当 $n<0$ 时其值为零,$n \geqslant 0$ 时为一正弦序列。

2. 单位脉冲序列

单位脉冲序列是离散系统时域分析中的基本信号。单位脉冲序列用符号 $\delta(n)$ 表示,定