



研究生教育“十二五”规划教材

信息光学数字实验室

(Matlab版)

钱晓凡 编著



科学出版社



本书附光盘

研究生教育“十二五”规划教材

信息光学数字实验室(Matlab 版)

钱晓凡 编著

科学出版社

北 京

内 容 简 介

信息光学是 20 世纪 60 年代全息术与光学传递函数概念相结合,从传统的、经典的波动光学中脱颖而出的学科,已成为光学和信息科学的重要分支.本书将重点放在算法上,并以编程难度较低的 Matlab 语言为平台实现编程运算.本书共有 17 个实验,用计算机数字实验的模式逐个讲授相关数值计算的原理、算法和编程实现,内容包括二维抽样定理、二维光场分析、菲涅耳衍射积分各种算法、衍射受限透镜成像过程、相干与非相干成像系统比较,以及同轴和离轴全息的记录与再现,无透镜傅里叶变换全息记录与再现,数字全息数据处理基础,菲涅耳数字全息再现像可控放大率重构,还有数字全息干涉计量,二维相位解包裹和计算全息等.为便于阅读全书,本书附有光盘,给出所有 Matlab 程序及计算时涉及的图像文件.

本书可作为高等院校光学、光学工程、光信息科学技术、电子科学与技术等专业的研究生教材,也可供相关专业的教师及科技工作者参考.

图书在版编目(CIP)数据

信息光学数字实验室:Matlab 版/钱晓凡编著. —北京:科学出版社, 2015. 2

研究生教育“十二五”规划教材

ISBN 978-7-03-043313-8

I. ①信… II. ①钱… III. ①信息光学-实验- Matlab 版-研究生-教材
IV. ①O438-33

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2015)第 026617 号

责任编辑:罗 吉 昌 盛 / 责任校对:张凤琴

责任印制:霍 兵 / 封面设计:迷底书装

科学出版社 出版

北京东黄城根北街 16 号

邮政编码:100717

<http://www.sciencep.com>

三河市骏杰印刷有限公司 印刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

*

2015 年 2 月第 一 版 开本:787×1092 1/16

2015 年 2 月第一次印刷 印张:14 1/4

字数:337 000

定价:36.00 元(含光盘)

(如有印装质量问题,我社负责调换)

前 言

1948 年全息术诞生,科学家第一次记录下了光波所携带的全部信息;1955 年科学家第一次提出“光学传递函数”概念,并用它来评价光学镜头的质量;1960 年一种全新的光源——激光器诞生,使全息术获得了新的生命.全息术与光学传递函数概念相结合,使一门新的学科从传统的、经典的波动光学中脱颖而出,它将光学和通信这两个不同的领域在信息学范畴内统一起来,从“空域”走向“频域”,为古老的光学和光信息技术开辟了全新的方法和领域,成为光学和信息科学的重要分支,并得到越来越广泛的应用,这门新兴的学科就是信息光学(information optics).

在信息光学研究领域,光波的衍射理论是最基础的理论,要定量描述光信息处理的实际问题,大多都涉及衍射计算.由于实际的衍射问题几乎都没有解析解,所以不得不借助繁琐费时的数值计算.好在 1965 年库利(J. W. Cooley)和图基(T. W. Tukey)提出了计算离散傅里叶变换的快速算法(fast Fourier transform, FFT),以及计算机技术的飞速发展,数值计算才真正成为可能.不过,对于大多数刚进入该领域的学习者或研究者而言,系统学习相关理论后独立完成各种数值计算,仍然有两个问题需要解决:算法和编程.

为了帮助读者快速掌握相关算法并学会编程运算,最终达到可以学以致用为目的,本书将重点放在算法上,并以编程难度较低的 Matlab 语言为平台实现编程运算.本书用计算机数字实验的模式逐个讲授相关数值计算的原理、算法和编程实现,内容包括二维抽样定理、二维光场分析、菲涅耳衍射积分各种算法、衍射受限透镜成像过程、相干与非相干成像系统比较,以及同轴和离轴全息的记录与再现,无透镜傅里叶变换全息记录与再现,还有数字全息干涉计量,二维相位解包裹和计算全息等.书中给出的参考程序重点放在方便理解算法上,所以没有做提高运算速度、可靠性或交互性方面的优化,还请读者谅解.

用 Matlab 编程会用到不少函数和语句等,由于现在 Matlab 的教材和参考书已经很多,不少高校还开设了专门课程,为了避免重复,本书对用到的 Matlab 函数等不再作语言方面的说明,如果确有需要,读者可以参阅相关参考书,当然上网查询也是不错的选择.

本书适合研究生使用,也可以作为相关研究者以及本科学生的参考书.由于全书按计算机数字仿真实验的格式编写,所以也可以作为面向研究生或本科生开设“信息光学”课程时,配套或独立开设计算机仿真实验课的实验讲义.

由于作者水平有限,书中不足及错误在所难免,敬请读者指正.

钱晓凡

2014 年 9 月于昆明

目 录

前言	
实验一 二维抽样定理	1
实验二 二维光场分析	11
实验三 菲涅耳衍射积分的 S-FFT 算法	22
实验四 菲涅耳衍射积分的 T-FFT 算法	28
实验五 菲涅耳衍射积分的 D-FFT 算法	35
实验六 用衍射追迹实现衍射受限透镜成像	40
实验七 用相干传递函数实现衍射受限透镜成像	47
实验八 相干与非相干成像系统的比较	56
实验九 空间滤波	71
实验十 伽博同轴全息记录与再现	91
实验十一 离轴全息记录与再现	99
实验十二 无透镜傅里叶变换全息记录与再现	109
实验十三 数字全息数据处理基础	119
实验十四 菲涅耳数字全息再现像可控放大率重构	136
实验十五 全息干涉计量	152
实验十六 二维相位解包裹	172
实验十七 计算全息	200
参考文献	218

实验一 二维抽样定理

一、实验目的

通过计算机仿真掌握二维抽样定理(惠特克-香农抽样定理, Whittaker-Shannon sampling theorem), 包括带限函数的定义、连续函数的离散化(抽样过程), 以及利用抽样函数重构原函数的过程和还原条件等。

二、实验原理

随时间或空间连续变化的物理量转换为数字信号后, 不再是随时间或空间连续变化的物理量, 而是一系列离散分布的抽样值阵列。如果一个物理量可以用函数 $g(x, y)$ 表示, 那么该物理量的一系列离散分布的抽样需要满足什么条件才能重构原函数 $g(x, y)$ 呢? 这个答案最早由 Whittaker 给出, Shannon 又将它用于信息论研究, 即所谓的惠特克-香农抽样定理。图 1-1 是连续函数的抽样及重构过程示意图。

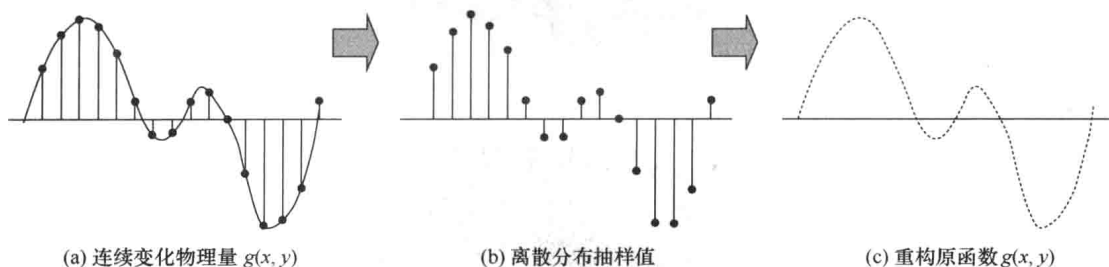


图 1-1 连续函数的抽样及重构

Whittaker 和 Shannon 认为, 如果抽样点取得彼此非常靠近, 就可以认为这些抽样数据是原函数的精确表示。对于带限函数只要抽样点之间的间隔不大于某个上限, 就可以准确地重建原函数。

所谓带限函数(band-limited function), 是指这类函数的傅里叶变换只在频率空间的有限区域 R 上不为零, 图 1-2 给出了一个典型的带限函数在空域及频域的分布, 抽样定理

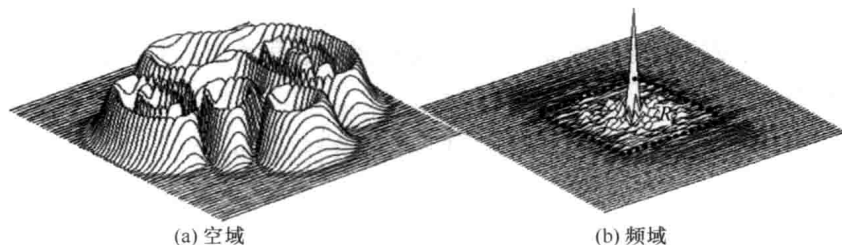


图 1-2 带限函数在空域及频域的分布

适用于带限函数.

考虑二维函数 $g(x, y)$ 在矩形格点上的抽样, 抽样函数 $g_s(x, y)$ 定义为

$$g_s(x, y) = \text{comb}\left(\frac{x}{X}, \frac{y}{Y}\right) g(x, y) \quad (1-1)$$

式中 comb 为梳状函数. 抽样函数由 δ 函数阵列给出, 各个 δ 函数在 x 方向和 y 方向上的间隔分别为 X 和 Y . 二维函数的抽样过程见图 1-3.

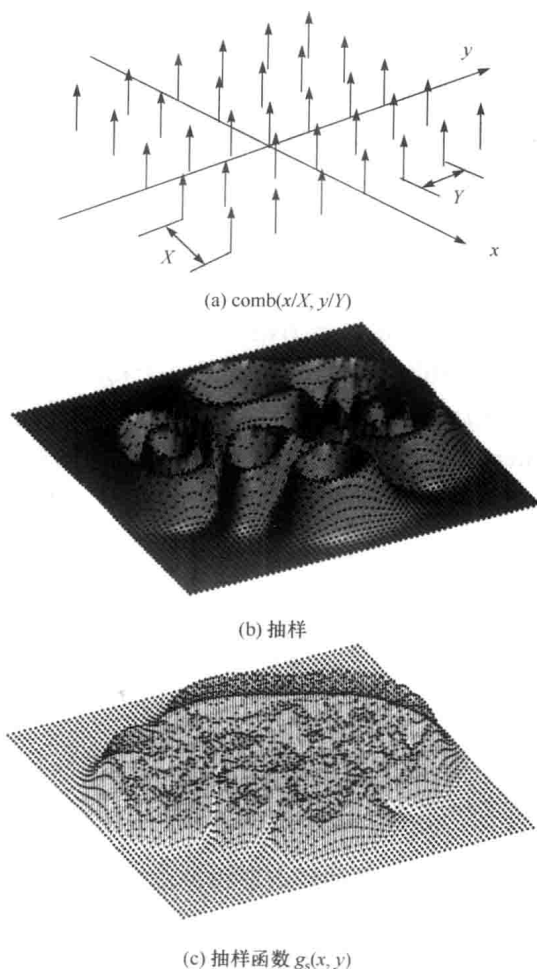


图 1-3 二维函数的抽样过程

设 x 和 y 方向上的频率坐标为 u 和 v , 则 $g_s(x, y)$ 的频谱 $G_s(u, v)$ 可以从函数 $\text{comb}(x/X, y/Y)$ 的变换式与函数 $g(x, y)$ 的变换式的卷积给出. 因为对式(1-1)两边同时作傅里叶变换有

$$G_s(u, v) = F\left\{\text{comb}\left(\frac{x}{X}, \frac{y}{Y}\right)\right\} \otimes G(u, v) \quad (1-2)$$

其中“ $\otimes$ ”表示卷积运算, “ $F\{\}$ ”表示作傅里叶变换, 且(其中 $j = \sqrt{-1}$)

$$G(u, v) = \iint_{-\infty}^{+\infty} g(x, y) \exp[-j2\pi(ux + vy)] dx dy \quad (1-3)$$

而

$$\begin{aligned}
 F\left\{\text{comb}\left(\frac{x}{X}, \frac{y}{Y}\right)\right\} &= F\left\{\text{comb}\left(\frac{x}{X}\right)\text{comb}\left(\frac{y}{Y}\right)\right\} \\
 &= XY \text{comb}(Xu) \text{comb}(Yv) \\
 &= \sum_{n=-\infty}^{\infty} \sum_{m=-\infty}^{\infty} \delta(u - n/X) \delta(v - m/Y)
 \end{aligned} \quad (1-4)$$

所以得到

$$G_s(u, v) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \sum_{m=-\infty}^{\infty} G(u - n/X, v - m/Y) \quad (1-5)$$

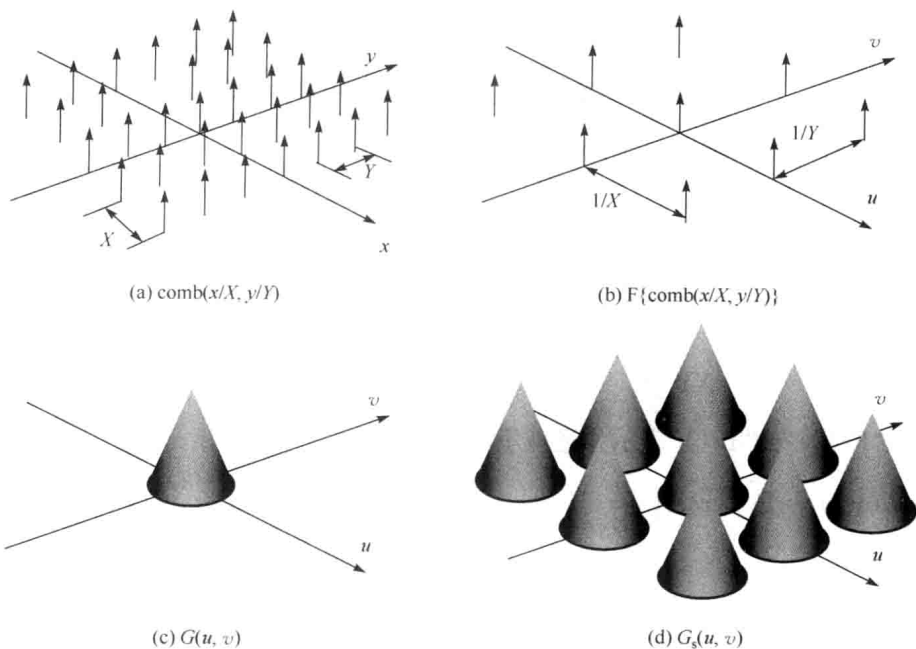


图 1-4 函数及其频谱

假如函数 $g(x, y)$ 是带限函数, 它的频谱 G_s 只在频率空间 (u, v) 的有限区域 R 上不为零. 抽样函数的频谱不为零的区域可由在频率平面内的每一个 $(n/X, m/Y)$ 点的周围划出区域 R 来得到. 如果 X 和 Y 足够小, 则 $1/X$ 和 $1/Y$ 的间隔就会足够大, 以保证相邻的区域不会重叠. 相关函数及其频谱如图 1-4 所示.

为了确定抽样点之间的最大允许间隔, 令 $2B_x$ 和 $2B_y$ 分别表示完全围住区域 R 的最小矩形沿 u 方向和 v 方向上的宽度, 如果抽样点阵的间隔满足

$$X \leq \frac{1}{2B_x}, \quad Y \leq \frac{1}{2B_y} \quad (1-6)$$

可保证频谱区域分开而不混频, 原函数可完全恢复, $1/(2B_x)$ 和 $1/(2B_y)$ 为抽样点阵在 u 方向和 v 方向上允许的最大间隔.

用频域中宽度 $2B_x$ 和 $2B_y$ 的位于原点的矩形函数作为滤波函数

$$H(u, v) = \text{rect}\left(\frac{u}{2B_x}\right) \text{rect}\left(\frac{v}{2B_y}\right) \quad (1-7)$$

让抽样函数 $g_s(x, y)$ 的频谱 $G_s(u, v)$ 通过滤波器便能准确地复原 $G(u, v)$, 如图 1-5 所示.

$$G(u, v) = G_s(u, v) H(u, v) \quad (1-8)$$

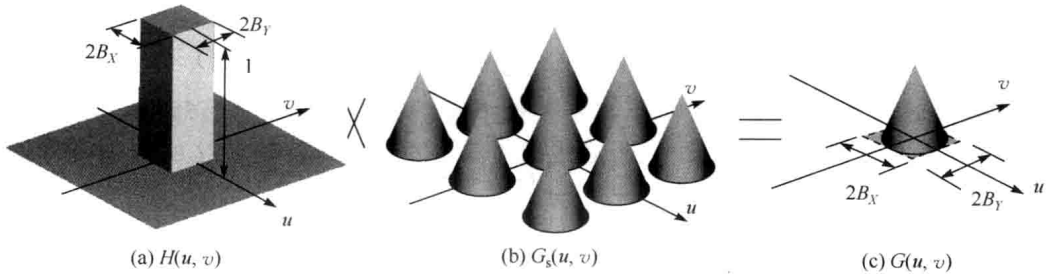


图 1-5 从抽样函数的频谱恢复原函数的频谱

将 $G(u, v) = G_s(u, v) H(u, v)$ 对应到空域, 有

$$g(x, y) = g_s(x, y) \otimes h(x, y) \quad (1-9)$$

式中

$$\begin{aligned} g_s(x, y) &= \text{comb}\left(\frac{x}{X}\right) \text{comb}\left(\frac{y}{Y}\right) g(x, y) \\ &= XY \sum_{n=-\infty}^{\infty} \sum_{m=-\infty}^{\infty} g(nX, mY) \delta(x - nX) \delta(y - mY) \end{aligned} \quad (1-10)$$

而且(其中“ $F^{-1}\{\}$ ”或“ $iF\{\}$ ”表示作逆傅里叶变换)

$$h(x, y) = F^{-1} \left\{ \text{rect}\left(\frac{u}{2B_x}\right) \text{rect}\left(\frac{v}{2B_y}\right) \right\} = 4B_x B_y \text{sinc}(2B_x x) \text{sinc}(2B_y y) \quad (1-11)$$

因此

$$g(x, y) = 4B_x B_y XY \sum_{n=-\infty}^{\infty} \sum_{m=-\infty}^{\infty} g(nX, mY) \text{sinc}[2B_x(x - nX)] \text{sinc}[2B_y(y - mY)] \quad (1-12)$$

当抽样间隔取最大允许抽样间隔, 即

$$X = \frac{1}{2B_x}, \quad Y = \frac{1}{2B_y} \quad (1-13)$$

最终得到

$$\begin{aligned} g(x, y) &= \sum_{n=-\infty}^{\infty} \sum_{m=-\infty}^{\infty} g[n/(2B_x), m/(2B_y)] \text{sinc}\{2B_x[x - n/(2B_x)]\} \\ &\quad \times \text{sinc}\{2B_y[y - m/(2B_y)]\} \end{aligned} \quad (1-14)$$

上式的结果称为 Whittaker-Shannon 抽样定理. 它表明, 对带限函数在一个间隔合适的矩形阵列上的抽样值, 在每一个抽样点上插入一个由 sinc 函数的乘积构成的插值函数, 其权重为相应点上 $g(x, y)$ 的抽样值, 就可以绝对准确地复原原函数.

如果带限函数 $g(x, y)$ 沿 u 方向和 v 方向上的带宽分别为 $2B_x$ 和 $2B_y$, 但抽样时间隔 X 和 Y 过大不满足式(1-6), 即 $X > 1/(2B_x)$, $Y > 1/(2B_y)$, 称为欠采样(under-sampling). 此时 $1/X$ 和 $1/Y$ 的间隔不够大, 频域中函数频谱不为零的区域在每一个 $(n/X,$

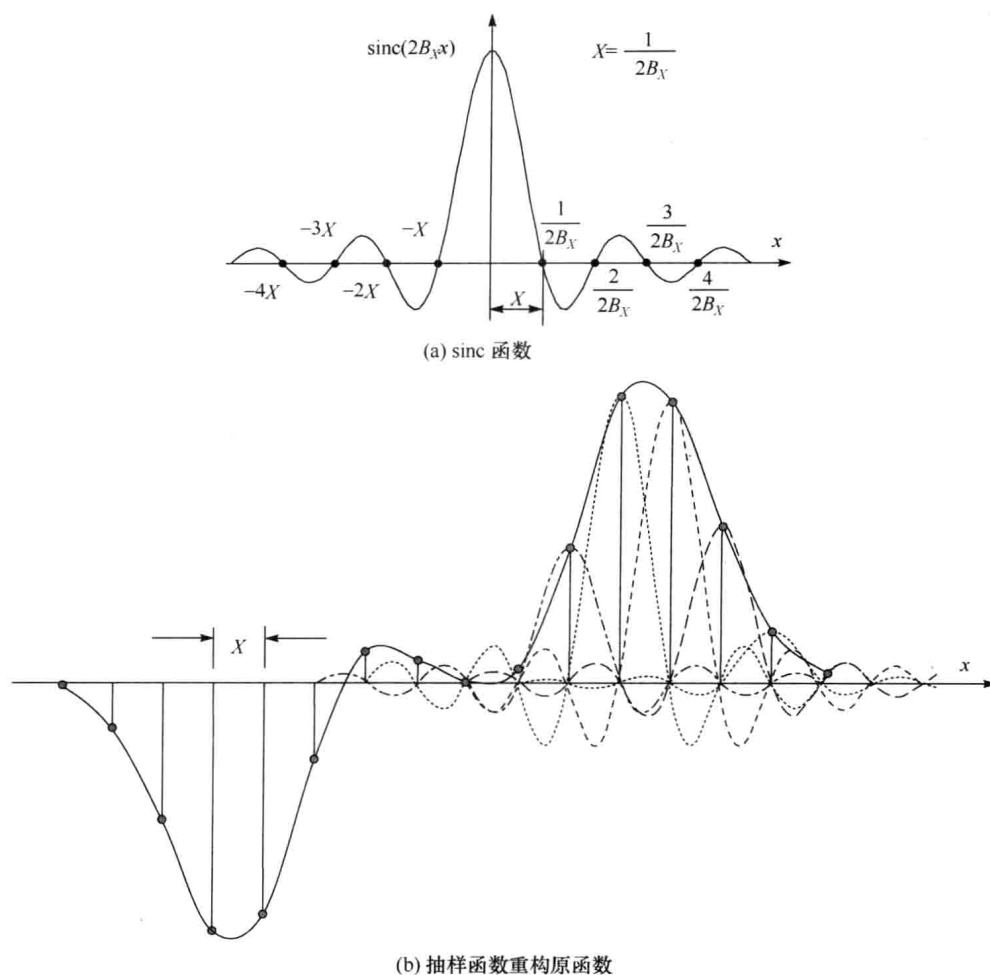


图 1-6 用 sinc 函数和抽样函数重构原函数

m/Y 点的周围将会相互重叠,于是,假设仍然用矩形函数 $\text{rect}(u/U)\text{rect}(v/V)$ 作为滤波函数,如果取 $U \geq 2B_x, V \geq 2B_y$,将出现混频,反之,如果取 $U < 2B_x, V < 2B_y$,将容易出现高频丢失,两者都不能正确复原原函数.图 1-6 是按抽样定理用 sinc 函数和抽样函数重构原函数的示意图.

三、实验内容

- (1) 利用 Matlab 中自带的 peaks 函数创建一个二维带限函数,通过傅里叶变换观察其频谱,并测量其带宽,理解“带限”的含义;
- (2) 构建二维梳状函数,并显示其空间分布及频谱,观察改变梳状函数的空间间隔——抽样间隔后频谱的变化;
- (3) 利用梳状函数对连续函数抽样,得到该函数的抽样函数,在空域观察抽样函数;
- (4) 观察抽样函数的频谱,并与原连续函数的频谱作比较,体会抽样函数的频谱、梳

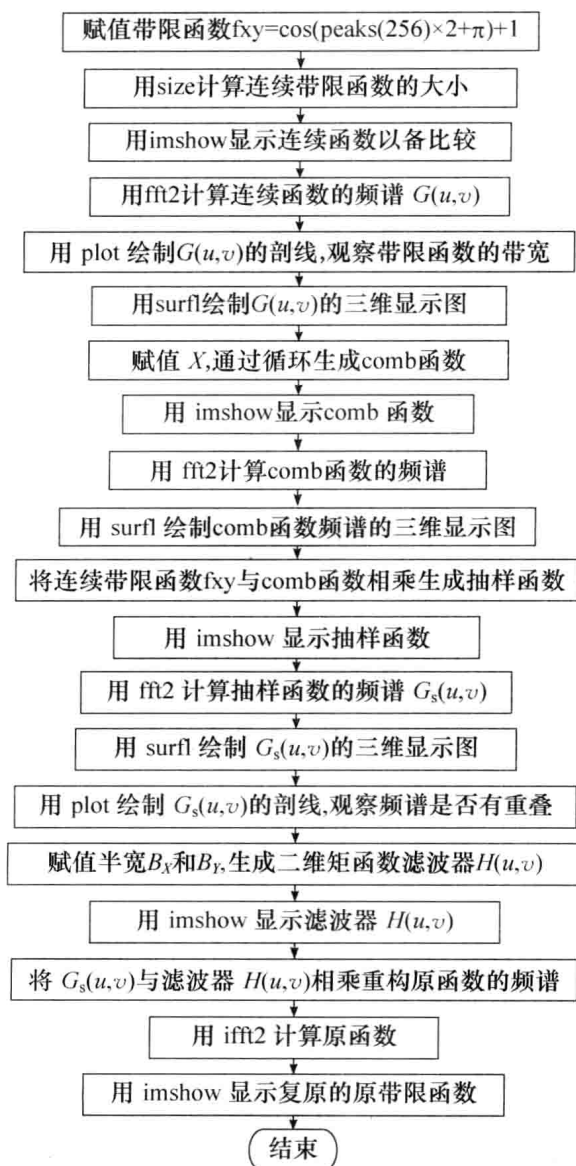
状函数的频谱,以及连续函数的频谱之间的卷积关系;

(5) 改变抽样间隔,或调整原连续函数的带宽,观察抽样函数频谱的混叠和分离现象,总结其规律;

(6) 根据抽样间隔构建二维矩形函数滤波器,并对抽样函数的频谱完成滤波和逆傅里叶变换,观察原连续函数的带宽改变,或抽样间隔改变后,利用抽样函数重构原函数的效果,体会欠采样,继而理解抽样定理。

四、参考程序及实验结果

程序流程图



【参考程序】(CX1_1)

```

1. fxy=cos(peaks(256).*2+pi)+1;           %构建连续带限函数
2. [rr,cc]= size(fxy);                     %计算连续函数的大小
3. figure,imshow(fxy,[]);                  %显示连续函数
4. F=fftshift(fft2(fxy));                   %计算连续函数的频谱
5. figure,plot(abs(F(round(rr/2)+1,:))), %观察带宽
6. figure,plot(abs(F(:,round(cc/2)+1))), %观察带宽
7. figure,surfl(abs(F)),shading interp,colormap(gray); %频谱 3D 图
8. combxy=zeros(rr,cc);                    %开始生成 comb 函数
9. X=4;Y=4;                                %抽样间隔
10. for n=1:Y:rr
11. for m=1:X:cc
12. combxy(n,m)=1;
13. end
14. end
15. figure,imshow(combxy,[]);               %显示 comb 函数
16. C=fftshift(fft2(combxy));               %计算 comb 函数的频谱
17. figure,surfl(abs(C)),shading interp,colormap(gray); %频谱 3D 图
18. gxy=zeros(rr,cc);                      %开始生成抽样函数
19. gxy=fxy.*combxy;                       %生成抽样函数
20. figure,imshow(gxy,[]);                 %显示抽样函数
21. Gs=fftshift(fft2(gxy));                 %计算抽样函数的频率
22. figure,surfl(abs(Gs)),shading interp,colormap(gray); %频谱 3D 图
23. figure,plot(abs(Gs(:,cc/2+1))),         %观察频谱是否有重叠
24. By=round(rr/2/Y);Bx=round(cc/2/X);      %二维矩函数滤波器的宽度
25. H=zeros(rr,cc);                        %开始生成二维矩函数滤波器
26. H(round(rr/2)+1-By:round(rr/2)+1+By-1,round(cc/2)+1-Bx:round(cc/2)+1+Bx-1)=1;
27. figure,imshow(H,[]);                   %显示二维矩函数滤波器
28. Gsyyp=H.*Gs;                           %滤波计算原函数频谱
29. figure,surfl(abs(Gsyyp)),shading interp,colormap(gray);
30. gxyyp=X*Y.*abs(ifft2(Gsyyp));           %逆傅里叶变换计算原函数
31. figure,imshow(gxyyp,[]);               %显示还原的原函数

```

【实验结果】

在上面的实验中,从 $G(u,v)|_{v=0}$ 和 $G(u,v)|_{u=0}$ 两条剖线图可以看到:所选带限函数 $\cos[\text{peaks}(256) \times 2 + \pi] + 1$ 的带宽 $2B_x < 64$ 个像素,而 $2B_y \approx 64$ 个像素. 因为图像大小为 256×256 像素,根据快速傅里叶变换的性质,傅里叶变换后最高空间频率为 $256/2 = 128 \text{ m}^{-1}$,频域中相邻两个像素点的频率差为 $128/128 = 1 \text{ m}^{-1}$,换言之,所选带限函数的

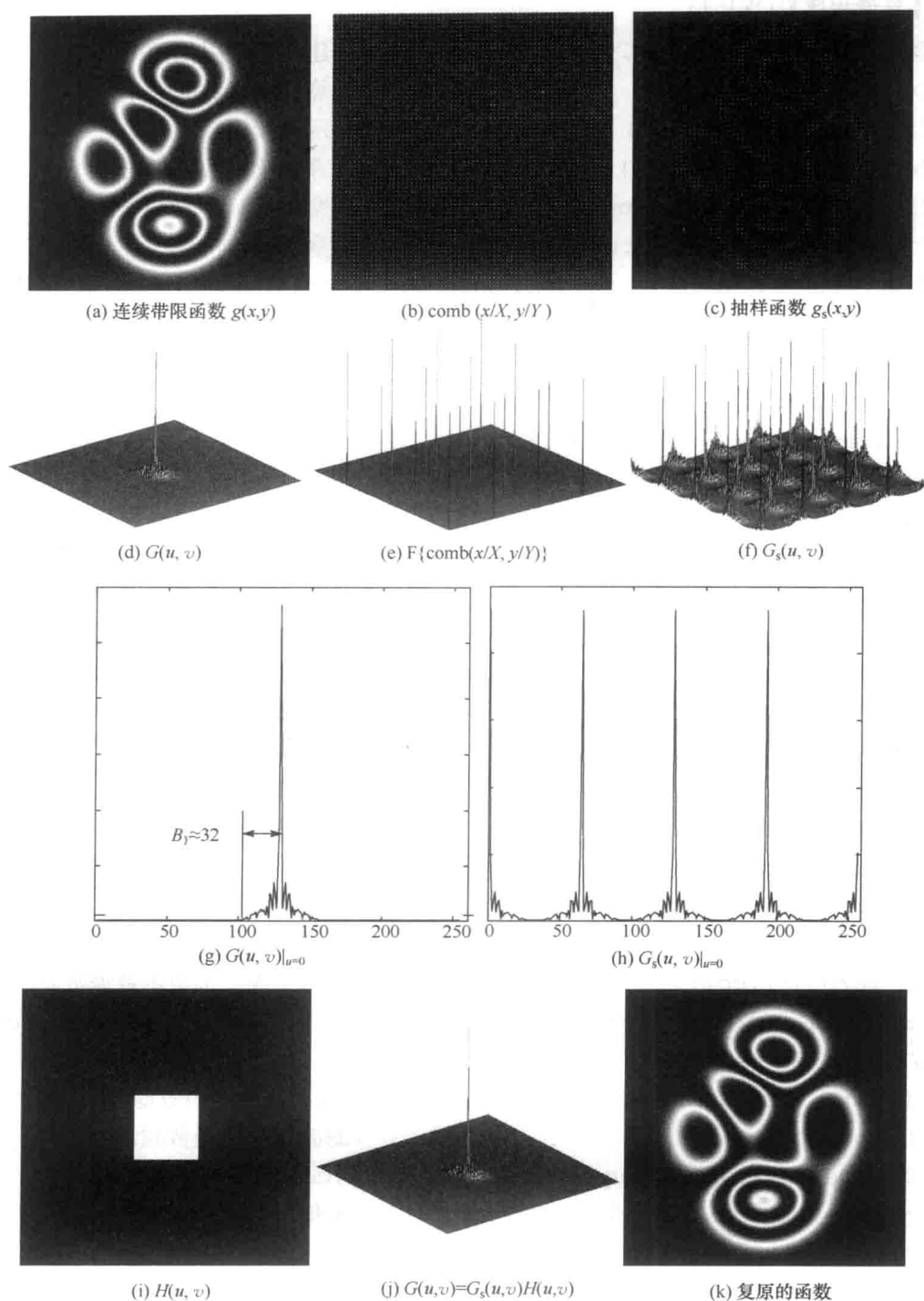


图 1-7 带限函数为 $\cos(\text{peaks}(256) \times 2 + \pi) + 1, X=Y=4$ 个像素的实验结果

带宽 $2B_X < 64 \text{ m}^{-1}$, 而 $2B_Y \approx 64 \text{ m}^{-1}$. 按照抽样定理, 能够重构原函数的条件是抽样间隔至少满足 $X = 1/(2B_X), Y = 1/(2B_Y)$, 所以至少选择抽样间隔 $Y = 1/(2B_Y) = 256/64 = 4$

个像素,为了方便,取 $X=Y=4$ 个像素.

从 $G_s(u, v)$ 的三维分布图以及 $G_s(u, v)|_{u=0}$ 剖面图可以看到,频域中函数频谱不为零的区域在每一个 $(n/X, m/Y)$ 点的周围没有相互重叠,所以用频域中宽度为 $2B_x$ 和 $2B_y$ 的位于原点的矩形函数作为滤波函数,可以直接得到原函数的频谱,再作逆傅里叶变换即得到基本没有失真的原带限函数.

实验中傅里叶变换用离散傅里叶变换(快速傅里叶变换 FFT)完成,若空域抽样间隔分别为 X 和 Y ,则离散信号频谱的幅度应该是原函数频谱的 $1/(XY)$,为保证二维 FFT 计算幅度正确,必须让用 FFT 计算得到的结果乘以 XY ,为此实验程序的第 30 行乘了 XY .

如果加宽带限函数的带宽(方法是将所选带限函数 $\cos[\text{peaks}(256) \times 2 + \pi] + 1$ 中的 $\times 2$ 改为 $\times 4$,或 $\times$ 更大的数值),同时保持抽样间隔 $X=Y=4$ 个像素不变,重复前面的运算,结果如下:

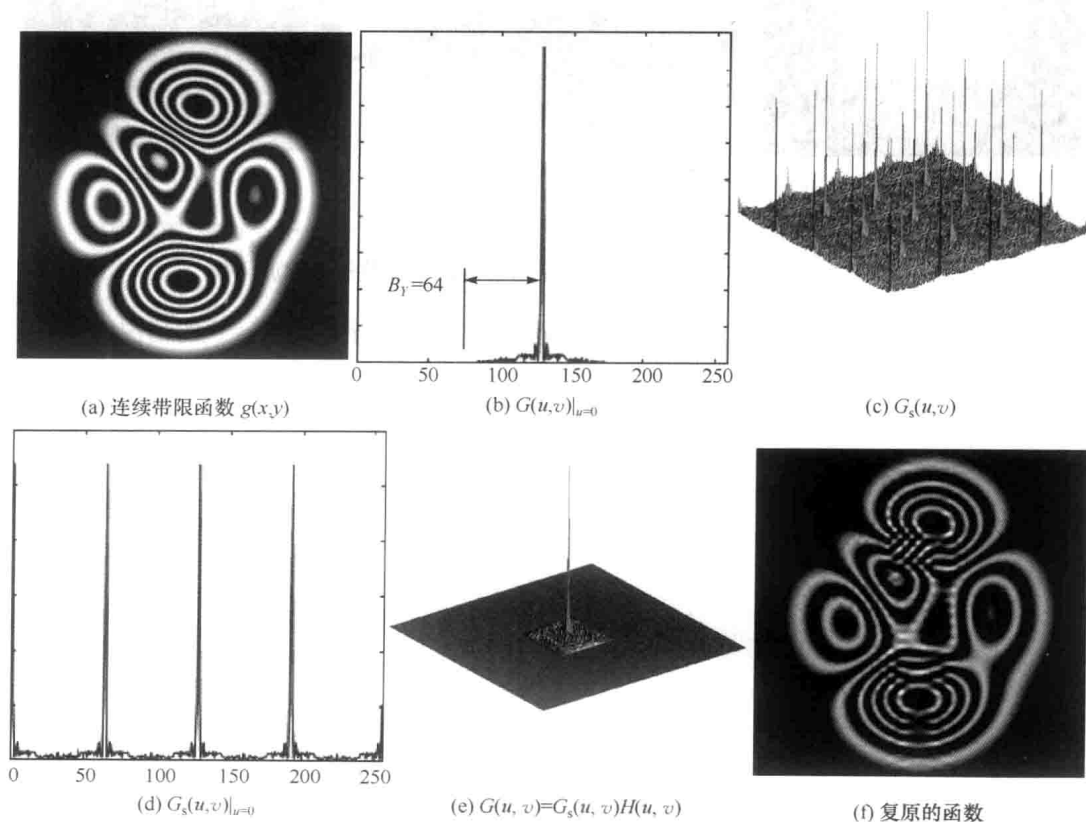


图 1-8 带限函数为 $\cos[\text{peaks}(256) \times 4 + \pi] + 1$, $X=Y=4$ 个像素的实验结果

此时从剖面图 $G(u, v)|_{u=0}$ 可以看到带限函数 $\cos[\text{peaks}(256) \times 4 + \pi] + 1$ 的带宽 $2B_y \approx 128$ 个像素,按照抽样定理,能够重构原函数的条件是抽样间隔至少满足 $Y = 1/(2B_y)$,所以至少选择抽样间隔 $Y = 1/(2B_y) = 256/128 = 2$ 个像素,但实验中仍然取 $X=Y=4$ 个像素,不满足抽样定理,应该发生欠采样.

从 $G_s(u, v)$ 的三维分布图以及 $G_s(u, v)|_{u=0}$ 剖面图可以看到, 频域中函数频谱不为零的区域在每一个 $(n/X, m/Y)$ 点的周围明显相互重叠, 所以用频域中宽度为 $U=1/X=64$ 和 $V=1/Y=64$ 个像素的位于原点的矩形函数作为滤波函数, 得到原函数的频谱有明显的高频丢失, 作逆傅里叶变换复原的原带限函数当然也有明显失真。

如果仍选带限函数为 $\cos[\text{peaks}(256) \times 4 + \pi] + 1$, 抽样间隔也仍取 $X=Y=4$ 个像素, 但频域中用宽度为 $2B_x=128$ 和 $2B_y=128$ 个像素的位于原点的矩形函数作为滤波函数, 可以看到得到的原函数频谱有明显的混频, 复原的原带限函数有严重失真, 结果如图 1-9 所示。

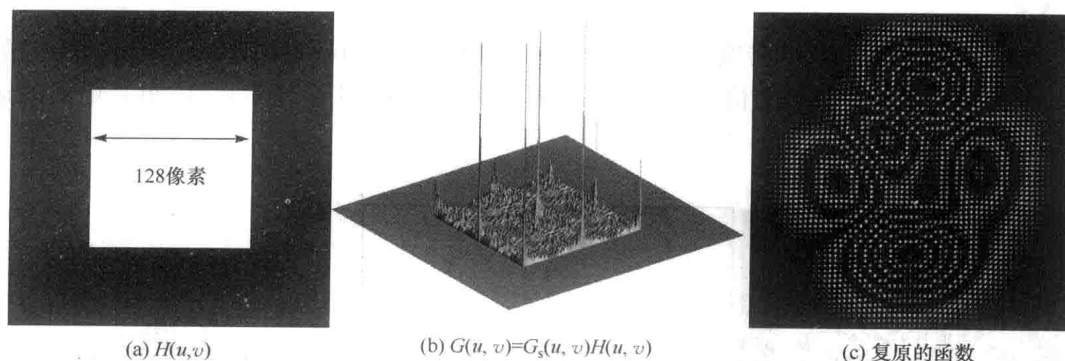


图 1-9 实验结果. 带限函数为 $\cos[\text{peaks}(256) \times 4 + \pi] + 1$, $X=Y=4$ 个像素, 频域中用宽度为 $2B_x=128$ 和 $2B_y=128$ 个像素的矩形函数作为滤波函数

考虑到篇幅, 这里只给出了 $X=Y$ 的情况, 读者可以自行尝试 $X \neq Y$ 的情况。

实验二 二维光场分析

一、实验目的

复习光场的复表示方法,用计算机编程实现单色球面波、平面波在给定二维平面上的构建,观察相位包裹现象,理解角谱的概念及其与平面光传播方向及波长的关系。

二、实验原理

直角坐标系 xyz 表示的三维介质空间中, t 时刻坐标 (x, y, z) 处单色光振动可以表示为

$$U(x, y, z, t) = U_0(x, y, z) \cos[\varphi(x, y, z) - 2\pi\nu t] \quad (2-1)$$

其中 U_0 是振幅, φ 是初相位, ν 是光波的振动频率. 按照信号的傅里叶分析理论, 只有理想的单色光才能表示为上面的形式, 因为它的定义域对于时间和空间都是无限的. 由于实际的发光过程总是发生在一定的时间间隔内, 这种理想的单色光波并不存在. 但是, 实际上存在着包含某一频率为中心的频带很狭窄的光波, 称为准单色光, 如激光. 理论及实验研究证明, 单色光的有关结论可以十分满意地应用于准单色光, 因此, 我们直接将其结果用于与激光传播及变换相关的光学计算. 利用欧拉公式

$$\exp(j\beta) = \cos\beta + j\sin\beta \quad (2-2)$$

式(2-1)给出的光场可以用 e 指数表示为

$$U(x, y, z, t) = \operatorname{Re}\{U_0(x, y, z) \exp(-j2\pi\nu t) \exp[j\varphi(x, y, z)]\} \quad (2-3)$$

其中 $\operatorname{Re}\{\}$ 代表取实部, 虽然实用中常略去不写出. 相应的, 取虚部用 $\operatorname{Im}\{\}$ 表示. 光场的复数表示如图 2-1 所示.

由于光振动的频率非常高, 在对实际光振动的探测时间间隔内, 通常测量到的是在探测时间内经历了大数量周期振动的光强度平均值, 时间因子对描述光场的空间分布不起作用, 因此, 光波场的空间分布通常由下式描述($\tilde{U}(x, y, z)$ 中的“ $\sim$ ”是为了强调复数):

$$\tilde{U}(x, y, z) = U_0(x, y, z) \exp[j\varphi(x, y, z)] \quad (2-4)$$

这是一个与时间无关的复函数, 它表征了光波场所存在空间中各点的振幅和相对相位(或位相), 称为复振幅(complex amplitude). 即复振幅是以光振动的振幅为模(modulus), 初相位为幅角(phase angle)的复函数, 给定复振幅, 就能完全确定光场的空间分布.

反过来讲, 确定相位(幅角), 需要知道光场的实部 $\operatorname{Re}\{\}$ 和虚部 $\operatorname{Im}\{\}$, 即

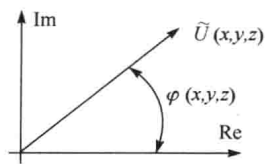


图 2-1 光场的复数表示

$$\varphi(x, y, z) = \arctan \left\{ \frac{\text{Im}[\tilde{U}(x, y, z)]}{\text{Re}[\tilde{U}(x, y, z)]} \right\} \quad (2-5)$$

由于这样计算得到的相位值限定在 $(-\pi, \pi]$ 之间,而非实际的连续相位,通常被称为包裹相位(wrapped phase).

由于光振动的强度分布正比于振幅的平方,利用复数表示光振动时,光波的强度可以用它的复振幅与其共轭复量的积表示

$$I(x, y, z) = \tilde{U}(x, y, z) \tilde{U}^*(x, y, z) = |\tilde{U}(x, y, z)|^2 \quad (2-6)$$

其中“*”表示复数取共轭.对于振幅为 1,相位不断变化的光场,其光强恒为 1,为了观察其相位分布,可以通过与一个振幅为 1 的垂直入射相干光干涉,将相位的分布转化为干涉条纹的明暗变化来观察.由于振幅为 1 的垂直入射相干光在观察面上的相位为常数,所以可以简单地用 1 表示该垂直入射相干光,于是,两光干涉后的光强分布可用下式计算:

$$I(x, y, z) = [\tilde{U}(x, y, z) + 1][\tilde{U}(x, y, z) + 1]^* \quad (2-7)$$

1. 球面波的复振幅

点光源发出(或会聚为一点)的光波其波阵面为球面,故称为球面波.

当直角坐标系原点与球面波的中心重合时,如图 2-2 所示,可以通过波矢(wave vector) $\mathbf{k}$ 及矢径 $\mathbf{r}$ 将球面波表示为

$$U(x, y, z, t) = \frac{U_0(x, y, z)}{r} \cos(\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} - 2\pi\nu t) \quad (2-8)$$

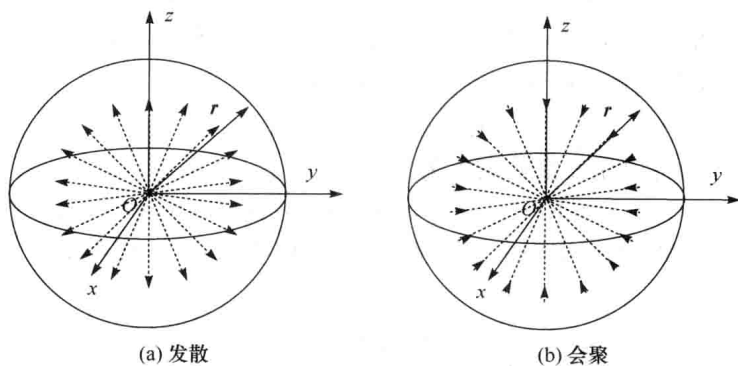


图 2-2 位于坐标原点的球面波

其中波矢 $\mathbf{k}$ 的大小为 $2\pi/\lambda$,称为波数(wave number),方向为光波传播方向, λ 为光波的波长, U_0 为 r 等于 1 个单位处光波的振幅.则球面波的复振幅可表示为

$$\text{发散球面波} \quad \tilde{U}(x, y, z, t) = \frac{U_0(x, y, z)}{r} \exp(jkr) \quad (2-9)$$

$$\text{会聚球面波} \quad \tilde{U}(x, y, z, t) = \frac{U_0(x, y, z)}{r} \exp(-jkr) \quad (2-10)$$

许多实际问题中,希望给出从点光源 $S(x_0, y_0, z_0)$ 发出的球面波,在给定观察面 (x, y, z) 上的复振幅分布,如图 2-3 所示.