

全国技工学校通用教材

数学

(下册)

劳动和社会保障部培训就业司认定

(第三版)

劳动出版社

全国技工学校通用教材

数 学

SHU

XUE

江苏工业学院图书馆

(第三版)

藏书章

劳动和社会保障部教材办公室组织编写

中国劳动出版社

· 北 京 ·

图书在版编目 (CIP) 数据

数学 (下) / 丛日明主编. - 3 版. - 北京:
中国劳动出版社, 1999.5
ISBN 7-5045-0447-5

I. 数…

II. 丛…

III. 数学 - 技工学校 - 教材

IV. 012

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (1999) 第 13490 号

中国劳动出版社出版发行

(北京市惠新东街 1 号 邮政编码: 100029)

出 版 人: 唐云岐

*

煤炭工业出版社印刷厂印刷装订 新华书店经销
850 毫米 × 1168 毫米 32 开本 5.75 印张 148 千字
1999 年 5 月第 3 版 2004 年 4 月第 14 次印刷
印数: 160 000 册

定价: 9.00 元

读者服务部电话: 010-64929211

发行部电话: 010-64911190

出版社网址: <http://www.class.com.cn>

版权专有 侵权必究

举报电话: 010-64911344

简 介

本书是根据劳动和社会保障部培训就业司颁发的《数学教学大纲》(1999)编写,供技工学校各专业使用的通用教材。

本书分上、下两册。本册内容包括:空间图形及其计算,平面解析几何,导数与积分简介。

本书也可作为职业高中、职工培训教材和自学用书。

本书由丛日明、王义祥编写,丛日明主编;古文卿、王乃玉、方涛审稿,古文卿主审。

说 明

根据劳动和社会保障部培训就业司颁发的技工学校《数学教学大纲》(1999),我们组织修订了全国技工学校通用教材《数学》。新版教材的内容力求有助于提高学生的文化素质,并为学习专业理论和掌握操作技能奠定基础,注重理论与实际密切结合,培养学生观察、分析和解决问题的能力。针对技工学校学生的特点,教材内容避免偏多、偏深、偏难,注意做好与初中课程内容的衔接,准确把握重点和难点。为适应不同专业的需要,增强了教材的通用性。同时,教材中贯彻了有关的现行国家标准。

《数学》(第三版)分上、下两册,共六章。学校可根据专业需要,按照《数学教学大纲》的有关要求,确定其中的教学内容和教学顺序。书中习题主要用于课堂练习。另外,还组织编写了与教材配套的习题册,供课外作业使用,其中标有*号的题难度略大,可以选做。

教材的修订工作得到江苏、北京、河南、浙江、四川、山东、湖南、天津、广西等省、市、自治区劳动厅(局),以及南通市中等专业学校、郑州电缆(集团)公司技工学校、浙江省金华市技工学校、山东烟台市高级技工学校的大力支持和协助,我们表示衷心感谢。

劳动和社会保障部教材办公室
一九九九年

目 录

第四章 空间图形及其计算	(1)
§ 4.1 平面及其基本性质	(1)
§ 4.2 直线和直线的位置关系	(7)
§ 4.3 直线和平面的位置关系	(10)
§ 4.4 平面和平面的位置关系	(20)
§ 4.5 空间图形的有关计算	(28)
小结	(41)
第五章 平面解析几何	(46)
§ 5.1 坐标法的简单应用	(46)
§ 5.2 直线的方程	(52)
§ 5.3 两条直线的位置关系	(63)
§ 5.4 曲线和方程	(71)
§ 5.5 圆	(75)
§ 5.6 椭圆	(80)
§ 5.7 双曲线	(89)
§ 5.8 抛物线	(99)
§ 5.9 参数方程	(108)
§ 5.10 极坐标	(116)
小结	(125)
第六章 导数与积分简介	(130)

2 目 录

§ 6.1 极限	(130)
§ 6.2 导数	(136)
§ 6.3 微分	(149)
§ 6.4 不定积分	(153)
§ 6.5 定积分	(161)
小 结	(173)

第四章 空间图形及其计算

§ 4.1 平面及其基本性质

一、平面的概念和表示法

在生活和生产实践中,我们看到很多平整的面,如窗玻璃面、桌面、平静的水面等.几何里所说的平面就是从这些物体表面抽象出来的.但是,几何里的平面是无限延展的,没有边界的.上面所说的一些面只是平面的一部分.

通常,把平面画成平行四边形,并用一个小写希腊字母 α 、 β 等表示(点和直线的表示法仍同平面几何中的一样,即用一个大写拉丁字母 A 、 B 等表示点,用一个小写拉丁字母 a 、 b 或两个大写拉丁字母 AB 、 CD 等表示直线).有时,也用平行四边形两个对顶的顶点字母表示平面,但必须加写“平面”二字.如图 4-1 所示的平面,可以记作 α ,也可以记作平面 AC .

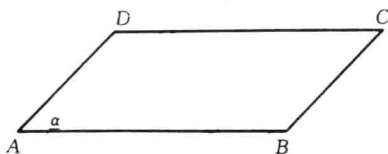


图 4-1

如图 4-1 所示,画水平放

2 第四章

置的平面时,通常把平行四边形的锐角画成 45° ,横边等于邻边的两倍.如果平面是竖直的,可以画成图 4-2 所示的三种情形,其中 α 、 β 和 γ 分别在观察者的左前方、正前方和右前方.

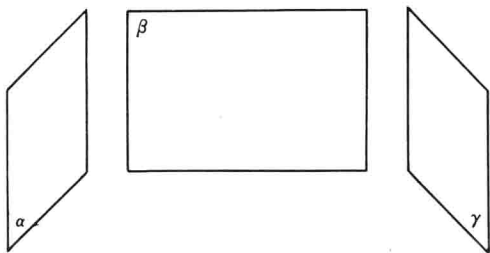


图 4-2

如图 4-3 所示,如果一个平面的一部分被另一个平面遮住时,几何里规定:被遮住部分的线段画成虚线或不画.但应注意,在制图课程中画“三视图”时,被遮住部分的线段必须画成虚线,而不能不画.

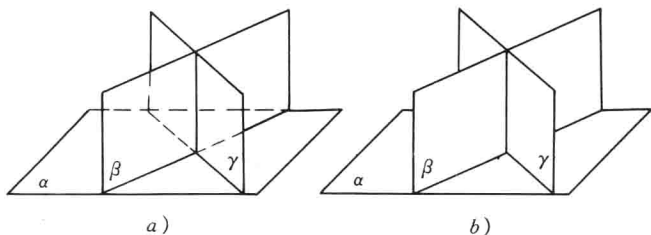


图 4-3

二、平面的基本性质

人们在长期的生活和生产实践中积累的经验表明,关于平面有下述三个公理.

公理 1 如果一条直线上有两个点在一个平面内,那么这条直线在这个平面内.

如图 4-4 所示,已知直线 l 上有两个点 A 和 B 在平面 α 内,则 l 上所有的点都在 α 内,即直线 l 在平面 α 内.这时也称 α 经过 l .

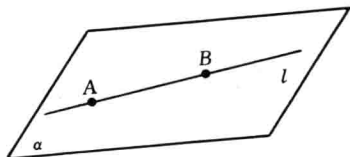


图 4-4

例如,如果直尺边缘上任意两点在桌平面上,可以看到直尺的该边缘全都在桌平面上.

为了叙述方便,在研究点、直线、平面时,可使用集合的符号和术语.其中点是元素,直线和平面可看作点的集合.因此,本章常用以下写法:

点 A 在直线 l 上,即直线 l 经过点 A ,记作 $A \in l$;

点 A 不在直线 l 上,即直线 l 不经过点 A ,记作 $A \notin l$;

点 A 在平面 α 内,即平面 α 经过点 A ,记作 $A \in \alpha$;

点 A 不在平面 α 内,即平面 α 不经过点 A ,记作 $A \notin \alpha$;

直线 l 在平面 α 内,即平面 α 经过直线 l ,记作 $l \subseteq \alpha$;

直线 l 不在平面 α 内,即平面 α 不经过直线 l ,记作 $l \not\subseteq \alpha$.

这样,公理 1 可用符号表示如下:

若 $A \in \alpha, B \in \alpha$,则 $AB \subseteq \alpha$.

公理 2 如果两个平面有一个公共点,那么它们有且只有一条经过这个点的公共直线.

如图 4-5 所示,已知点 A 是平面 α 和 β 的一个公共点,则 α 和 β 有且只有一条经过 A 的公共直线 l .这时也称 α 和 β 相交于 l ,记作 $\alpha \cap \beta = l$.

例如,教室里相邻的两个墙面在墙角处有一个公共点,它们

4 第四章

就相交于经过这个公共点的一条直线.

公理 2 可用符号表示如下:

若 $A \in \alpha, A \in \beta$, 则 $\alpha \cap \beta = l$,
其中 $A \in l$.

公理 3 不共线(不在同一条直线上)的三个点确定一个平面.

如图 4-6 所示, 已知 A 、 B 、 C 三个点不在同一条直线上, 则这三个点确定一个平面 α . 这里“确定一个平面”是指“有且只有一个平面”.

例如, 一扇门用两个合页和一把锁就固定了, 这是公理 3 的一个实际应用.

不共线的三个点 A 、 B 、 C 确定的平面可以记作平面 ABC .

根据公理 1 和公理 3, 可得下述三个推论:

推论 1 一条直线和线外一点确定一个平面.

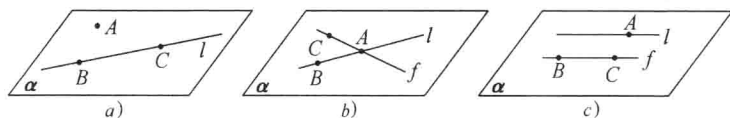


图 4-7

如图 4-7 a) 所示, 已知 A 是直线 l 外的一点, 在 l 上取两点 B 、 C , 则三点 A 、 B 、 C 不共线, 它们确定一个平面 α , 由公理 1 知, l 在平面 α 内, 因此点 A 和直线 l 确定一个平面 α .

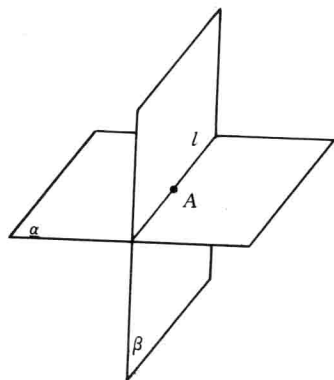


图 4-5

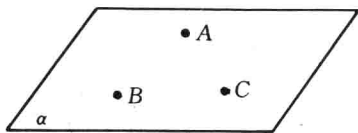


图 4-6

推论 2 两条相交直线确定一个平面.

如图 4-7 b) 所示, 已知直线 l 和 f 相交于点 A , 在 l 和 f 上分别取异于 A 的两个点 B 和 C , 则三点 A 、 B 、 C 不共线, 它们确定一个平面 α .

推论 3 两条平行直线确定一个平面.

如图 4-7 c) 所示, 已知直线 l 和 f 平行, 根据平行线的定义和公理 3, 它们确定一个平面 α .

三、直观图的画法

不在同一个平面内的点、线、面构成的图形称为**空间图形**. 把空间图形画在纸上或黑板上, 就是用平面图形来表示空间图形, 该平面图形称为空间图形的**直观图**.

要画空间图形的直观图, 首先要会画水平放置的平面图形的直观图. 例如, 把矩形画成一个锐角为 45° 的平行四边形, 其中水平的边的方向和长度都保持不变, 竖直的边要画成偏转 45° 且缩为原来长度一半的线段. 如图 4-8 所示, 其他的平面图形也可类似地画出, 这样可得水平放置的平面图形的直观图.

课堂练习 4.1

1. 能不能说一个平面长 4 m、宽 3 m? 为什么?
2. 三条腿的凳子放在地上总是稳定的, 为什么?
四条腿的椅子放在地上不一定能稳定, 为什么?
3. 用符号表示下列语句, 并画出图形:
 - (1) 点 A 在平面 α 内, 但在平面 β 外;
 - (2) 直线 l 经过平面 α 内的一点 A 和平面 α 外的一点 B .
4. 参照图 4-8 的画法, 画出下列图形的直观图:

6 第四章

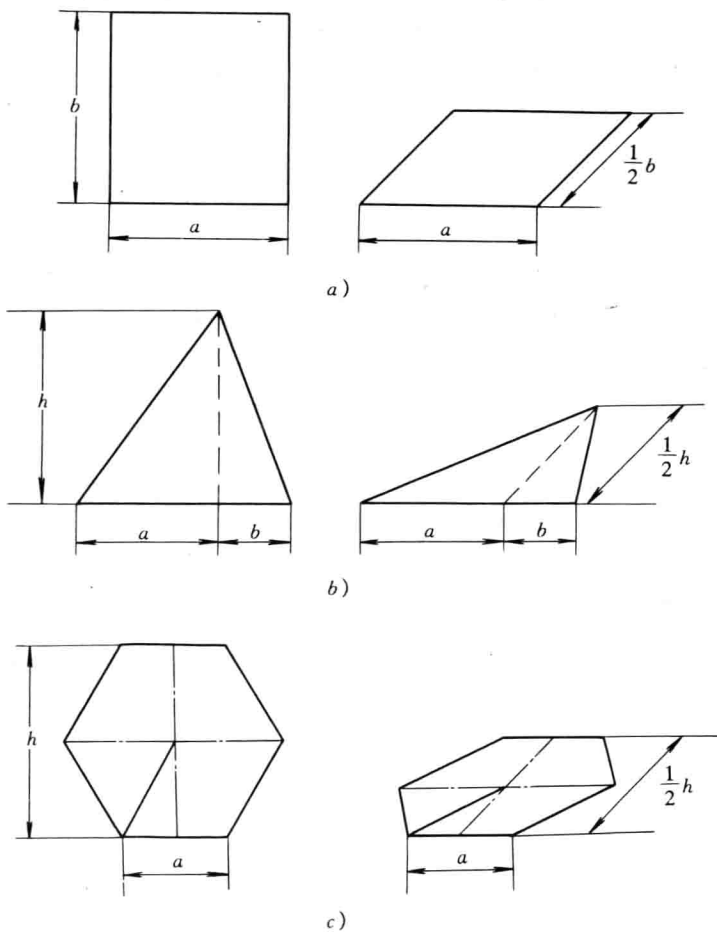


图 4-8

- (1) 水平放置的正方形；
- (2) 水平放置的正三角形；
- (3) 水平放置的等腰梯形；
- (4) 棱长为 4 cm 的正方体.

§ 4.2 直线和直线的位置关系

一、空间两条直线位置关系的概念

我们知道,共面但不重合的两条直线,它们的位置关系有且只有相交或平行这两种情况.然而,空间的两条直线还有第三种位置关系.例如,图 4-9 所示六角螺母的棱 AB 和棱 CD 所在的直线,它们既不相交也不平行.显然,它们不在同一个平面内,即它们不共面.

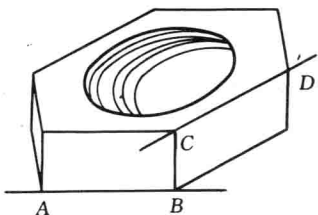


图 4-9

定义 不共面的两条直线称为**异面直线**.

显然,两条异面直线是既不平行又不相交的.因此,空间两条直线的位置关系有且只有下列三种:

(i)平行; (ii)相交; (iii)异面.

如图 4-10 所示,画异面直线时,要显示出两条直线不共面的特点.

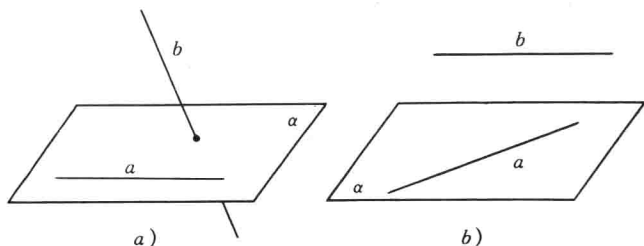


图 4-10

二、空间的平行直线

平面几何里有这样一个定理:在同一个平面内,如果两条直线都和第三条直线平行,那么这两条直线也互相平行.空间的直线也有这样的性质,我们把它作为公理.

公理 4 平行于同一条直线的两条直线互相平行.

由公理 4,可证得下述定理.

定理(等角定理) 如果一个角的两边和另一个角的两边分别平行且方向相同,那么这两个角相等.

已知:如图 4-11 所示, $\angle ABC$ 和 $\angle DEF$ 的边满足: $BA \parallel ED$, $BC \parallel EF$, 且方向相同.

求证: $\angle ABC = \angle DEF$.

证明: 截取 $BM = EN$, $BP = EQ$. 连结 BE 、 MN 、 PQ 、 MP 、 NQ .

因为 $BM \parallel EN$,

所以 $BMNE$ 是 $\square$,

所以 $BE \parallel MN$;

同理可证 $BE \parallel PQ$.

由公理 4 得 $MN \parallel PQ$,

所以 $MNQP$ 是 $\square$,

所以 $MP = NQ$.

于是 $\triangle BMP \cong \triangle ENQ$,

所以 $\angle ABC = \angle DEF$.

把上面两个角的两边反向延长,可得下述等角定理的推论.

推论 如果两条相交直线和另两条相交直线分别平行,那

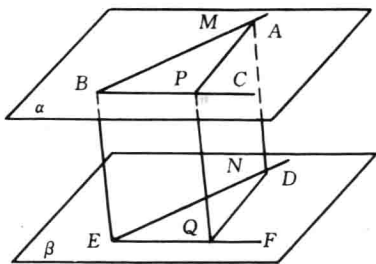


图 4-11

么,这两组直线所成的锐角(或直角)相等.

注 平面几何中的定理,对于非平面的空间图形,必须经过证明才能使用.但是,在研究空间图形时,平面几何中的定义、公理、定理、推论等,对于同一个平面内(简称共面)的图形仍然成立.

三、异面直线所成的角

定义 经过空间任意一点,分别作两条异面直线的平行线,这两条直线相交所成的锐角(或直角)称为两条异面直线所成的角.

图 4-12 是异面直线所成的角的两种常见的画法.

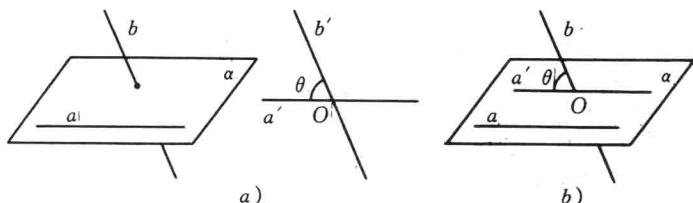


图 4-12

由等角定理的推论知,两条异面直线 a 和 b 所成的角的大小,是由 a 与 b 的相对位置决定的,而与空间任意一点 O 的位置选取无关.

如果两条异面直线 a 和 b 所成的角是直角,则称这两条异面直线互相垂直,也记作 $a \perp b$.

例 在图 4-13 所示的正方体中,求线段 AA_1 与 CB_1 所成的角.

解: 因为 $BB_1 \parallel AA_1$,

所以 AA_1 与 CB_1 所成的角就是 BB_1 与 CB_1 所成的锐角.

因为 $\angle BB_1C = 45^\circ$,

所以 AA_1 与 CB_1 所成的角为 45° .

课堂练习 4.2

1. 在图 4-13 中, 分别作出线段 A_1C_1 、 AC 、 A_1C 、 BD_1 , 并说明下列各对线段的位置关系:

(1) A_1A 与 DC ; (2) A_1C_1 与 AC ; (3) A_1C 与 BD_1 .

2. 把一张长方形的纸对折两次, 打开后会看到三条折痕, 试说明这些折痕是互相平行的.

3. 分别在两个平面内的两条直线一定是异面直线吗? 为什么?

4. 垂直于同一条直线的两条直线, 可能有几种位置关系?

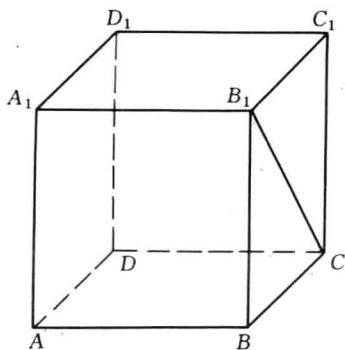


图 4-13

§ 4.3

直线和平面位置关系

一、直线和平面位置关系的概念

如图 4-14 a) 所示, 如果直线 l 与平面 α 有无数个公共点,

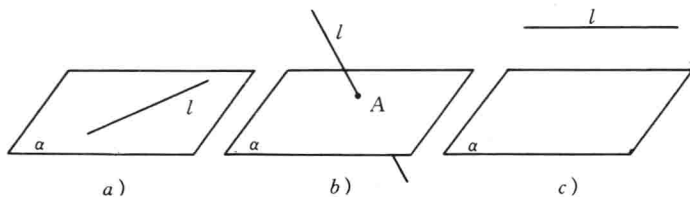


图 4-14