

边炳传 / 著

屈曲约束的结构拓扑 优化及应用

APPLICATION OF BUCKLING
CONSTRAINTS
TOPOLOGY OPTIMIZATION



华中科技大学出版社

<http://www.hustp.com>

屈曲约束的结构拓扑优化及应用

Application of buckling constraints topology optimization

边炳传 著

华中科技大学出版社
中国·武汉

内 容 简 介

连续体结构的拓扑优化相对其尺寸优化、形状优化是较高层次的优化,由于其数学模型难以描述,所以被认为是当前结构拓扑优化领域中最具挑战性的课题。本书利用 ICM(independent、continuous、mapping,即独立、连续、映射)拓扑优化方法,对连续体考虑屈曲的拓扑优化问题进行了研究,建立了以结构的质量最小为目标,以屈曲临界力为约束以及与位移、应力组合为多约束的四种拓扑优化模型,将优化模型转化为对偶规划,并利用序列二次规划求解,减少了设计变量的数目,缩小了模型的求解规模,并基于 MSC. Patran/Nastran 软件平台,利用其二次开发语言 PCL 实现了全部拓扑优化程序的编制。

图书在版编目(CIP)数据

屈曲约束的结构拓扑优化及应用/边炳传著. —武汉:华中科技大学出版社,2014.11
ISBN 978-7-5609-9821-3

I. ①屈… II. ①边… III. ①屈曲-拓扑-最优设计 IV. ①TU501

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2014)第 274264 号

屈曲约束的结构拓扑优化及应用

边炳传 著

策划编辑:严育才

责任编辑:刘 飞

封面设计:刘 卉

责任校对:封力煊

责任监印:张正林

出版发行:华中科技大学出版社(中国·武汉)

武昌喻家山 邮编:430074 电话:(027)81321915

录 排:武汉市洪山区佳年华文印部

印 刷:武汉鑫昶文化有限公司

开 本:710mm×1000mm 1/16

印 张:13

字 数:277千字

版 次:2014年12月第1版第1次印刷

定 价:32.80元



本书若有印装质量问题,请向出版社营销中心调换
全国免费服务热线:400-6679-118 竭诚为您服务
版权所有 侵权必究

前 言

书中研究内容的大部分是在作者的导师隋允康教授的悉心指导下完成的。隋先生渊博的学识、严谨的治学态度、孜孜不倦的治学精神,以及富于创新的思维方法将会不断影响和激励着我。隋先生对我的教导为我以后的学习、工作以及如何做人指明了方向,提供了方法。我深深地感到能够跟随先生学习几年,是非常幸运的。在我的学习生涯中,还没有哪一位老师能够如隋先生这样在做学问、做人以及生活方面给我这样的教诲!所有这一切对我今后的学习和工作必将产生深远的影响,是我一生受益不尽的精神财富,在此表示衷心感谢!

师母叶宝瑞副教授在学习和生活各方面,一直对我给予了无微不至的关怀与帮助,使我感受到了母爱般的温暖,在此深表感谢!

感谢北京工业大学工程数值模拟中心的多位老师在我博士学习阶段对我学习和生活上的无私帮助。诚挚地感谢他们对我的关心和帮助。

感谢工程数值模拟中心的诸位同学与我在学习上的交流与协作及生活上的互相帮助。

感谢泰山学院的各位领导、老师以及我的家人对我的学业与研究工作的支持,是他们的理解、关心以及无私的奉献,支持着我完成此项工作。

本研究课题得到国家自然科学基金委(10472003)、北京市自然科学基金委(3042002)、山东省中青年科学家科研奖励基金项目(BS2009ZZ007)、泰山学院科研资助项目(Y07-2-08),以及美国 MSC 公司的支持,在此表示感谢。

最后谨向所有关心、支持和帮助过我的老师和同学表示感谢!

由于作者水平有限,书中难免有不妥之处,敬请读者批评指正!

作 者

2014 年 10 月 15 日

目 录

第 1 章 绪论	(1)
1.1 研究背景及意义	(1)
1.2 国内外研究现状	(2)
1.2.1 屈曲理论的研究	(3)
1.2.2 结构拓扑优化	(5)
1.2.3 考虑屈曲约束的结构优化	(9)
1.3 软件开发平台简介	(10)
1.4 主要研究工作	(10)
第 2 章 屈曲约束作用下连续体结构拓扑优化	(12)
2.1 引言	(12)
2.2 ICM(独立、连续、映射)方法	(13)
2.3 过滤函数的选取	(14)
2.3.1 单元质量的过滤函数	(15)
2.3.2 单元刚度阵与单元几何刚度阵的过滤函数	(16)
2.3.3 数值试验确定刚度过滤函数	(16)
2.4 屈曲约束下连续体结构拓扑优化模型的建立及求解	(19)
2.4.1 屈曲约束下连续体拓扑优化模型	(19)
2.4.2 屈曲约束的近似显式化	(20)
2.4.3 目标函数的处理	(22)
2.5 优化模型的求解	(22)
2.6 连续体拓扑优化求解策略及准则	(24)
2.6.1 机构判断准则	(24)
2.6.2 单元拓扑变量的反演准则	(24)
2.6.3 拓扑优化设计区域的选择	(24)
2.7 屈曲约束值的选取准则	(25)
2.7.1 约束初选	(25)
2.7.2 屈曲临界力上限的选取准则	(25)
2.8 屈曲约束的拓扑优化算法流程	(34)
2.9 数值算例与讨论	(35)
2.9.1 二维平板算例	(35)
2.9.2 圆柱壳体算例	(48)

2.9.3	三维实体结构算例	(52)
2.10	本章小结	(60)
第3章	屈曲与位移约束下的连续体结构拓扑优化	(61)
3.1	引言	(61)
3.2	屈曲与位移约束优化模型的建立与求解	(62)
3.2.1	连续体拓扑优化模型	(62)
3.2.2	约束的近似显式化	(63)
3.2.3	目标函数的处理	(64)
3.2.4	优化模型的求解	(65)
3.3	连续体拓扑优化模型的求解策略及准则	(66)
3.3.1	单元拓扑变量的反演准则	(66)
3.3.2	网格依赖及棋盘格现象解决方法	(66)
3.4	约束值的选取准则	(67)
3.4.1	约束初选	(67)
3.4.2	位移上限的选取准则	(67)
3.5	优化算法及流程图	(72)
3.6	数值算例与讨论	(74)
3.6.1	二维平面连续体数值算例	(74)
3.6.2	三维连续体数值算例	(88)
3.7	本章小结	(97)
第4章	屈曲与应力约束下的连续体结构拓扑优化	(99)
4.1	引言	(99)
4.2	复杂应力状态的变形比能	(100)
4.3	第四强度理论(形状改变比能理论)	(100)
4.4	应力全局化理论与应变能修正系数	(101)
4.4.1	应力全局化理论	(101)
4.4.2	应变能修正系数的确定	(102)
4.5	屈曲与应力约束下的连续体拓扑优化模型的建立与求解	(102)
4.5.1	连续体拓扑优化模型	(102)
4.5.2	屈曲约束的近似显式化	(103)
4.5.3	应变能约束的近似显式化	(104)
4.5.4	目标函数的处理	(104)
4.5.5	优化模型的求解	(104)
4.6	连续体拓扑优化模型的求解策略及准则	(106)
4.6.1	解决棋盘格式及网格依赖	(106)
4.6.2	单元拓扑变量的反演准则	(107)

4.7	约束值的选取准则	(107)
4.7.1	约束初选	(107)
4.7.2	应力上限的选取准则	(107)
4.8	拓扑优化算法及流程	(111)
4.9	数值算例及讨论	(113)
4.9.1	二维平面连续体数值算例	(113)
4.9.2	工程应用探讨 1——赵州桥模拟拓扑优化研究	(126)
4.9.3	工程应用探讨 2——吊桥模拟拓扑优化研究	(129)
4.9.4	三维实体结构数值算例	(130)
4.10	本章小结	(137)
第 5 章	静力全约束连续体结构拓扑优化	(139)
5.1	引言	(139)
5.2	静力全约束的连续体拓扑优化模型的建立与求解	(139)
5.2.1	连续体拓扑优化模型	(139)
5.2.2	屈曲约束的近似显式化	(140)
5.2.3	位移约束的近似显式化	(140)
5.2.4	应变能约束的近似显式化	(141)
5.2.5	目标函数的处理	(141)
5.2.6	优化模型的求解	(142)
5.3	静力全约束上限的选取准则	(143)
5.4	拓扑优化算法及流程	(144)
5.5	数值算例及讨论	(146)
5.5.1	二维平面连续体数值算例	(146)
5.5.2	三维实体结构数值算例	(154)
5.6	本章小结	(157)
第 6 章	拓扑优化软件用户界面及使用说明	(158)
6.1	引言	(158)
6.2	用户程序编译及链接	(158)
6.3	拓扑优化程序的提交分析与输出文件设置	(159)
6.4	“Topology optimization”菜单与输入参数设置界面	(160)
6.4.1	“Buckling optimization”菜单项	(160)
6.4.2	“Displacement and buckling optimization”菜单项	(162)
6.4.3	“Stress and buckling optimization”菜单项	(163)
6.4.4	“Stress displacement and buckling optimization”菜单项	(163)
6.5	优化结果输出“Results”菜单	(164)
6.5.1	“Text Result”菜单项	(164)

6.5.2	图形结果输出	(166)
6.6	“Optimization’s help”菜单	(167)
6.6.1	用户使用说明	(167)
6.6.2	拓扑优化算例	(168)
6.7	本章小结	(168)
第7章	结构优化在工程中的应用	(169)
7.1	引言	(169)
7.2	混合编程的工程优化系统设计	(169)
7.2.1	VC++与FORTRAN混合编程的实现方法	(170)
7.2.2	优化系统设计实现	(172)
7.3	拓扑优化在变压器吊耳设计中的应用	(173)
7.3.1	拓扑优化数学模型及吊耳有限元模型的建立	(173)
7.3.2	拓扑优化结果分析与吊耳设计	(175)
7.4	有限元分析及结构优化设计在小型变压器油箱设计中的应用	(178)
7.4.1	小型变压器油箱机械强度、刚度的试验标准和试验参数	(179)
7.4.2	长圆形油箱的有限元分析及优化设计	(179)
7.4.3	长方形油箱的有限元分析及优化设计	(183)
7.5	结构优化设计在真空罐体设计中的应用	(187)
7.5.1	真空罐有限元分析	(188)
7.5.2	真空罐优化设计	(190)
7.5.3	修改并验证真空罐设计	(192)
7.5.4	结论	(192)
7.6	本章小结	(193)
第8章	结论及研究展望	(194)
参考文献	(196)

第 1 章 绪 论

1.1 研究背景及意义

随着现代工业技术的发展,大量新型、高强度的轻型超薄结构广泛地应用于国防、民用等行业,特别是航空、航天和原子能利用等行业的飞速发展,越来越多的由杆、板、壳等基本结构组成的复杂结构被应用于高、精、尖行业中。于是,这些基本构件在各类载荷作用下的稳定性问题引起众多学者的极大关注^[1]。

历史上曾发生过多次因为结构出现屈曲,导致了整个结构失稳,造成了严重后果的工程事故。例如:在加拿大境内 1907 年首次建造的跨越 Quebec 河的三跨悬臂桥在建造过程中由于缀条不具有足够的抗弯强度,发生了屈曲不稳定,整个钢桥瞬间坠入河中,有 75 名工人遇难;美国康涅狄格州 Hartford 城的一座体育馆的屋盖采用了网架结构,设计者只考虑了压杆的弯曲屈曲,没有考虑扭转屈曲,更没有考虑到压杆的支撑因为存在连接偏心而会发生扭转屈曲。体育馆建成并交付使用后,在 1978 年 1 月 18 日的大雨雪之夜,其空间网架结构因压杆扭转屈曲发生不稳定,导致屋盖瞬间坍塌,造成了巨大损失。以上事实充分说明了在结构设计中考虑屈曲的重要性^[2]。

工程结构设计可分为传统设计和优化设计。传统设计是设计工程师根据自己的理论知识和丰富的工程实际经验进行概念设计,定出结构的类型和形式,并选择材料,按照规范要求 and 标准给出受力情况,提出初始设计方案,然后进行结构分析,再根据分析结果进行强度、刚度、稳定性(包括局部稳定和全局稳定)、振动频率等方面的校核;经校核后发现结构不符合经济与安全性的要求,则修改初始设计,进行结构的重新分析、重新校核,直到满足设计要求为止。传统设计的最主要缺点是难以实现材料的合理分布,因而不易作出比较理想的既经济又安全的设计方案。显然,传统设计方法具有很大的盲目性。优化设计是根据既定结构的类型、形式、工况、材料和规范所规定的各种约束条件(如强度、刚度、稳定性、频率、尺寸等),提出优化数学模型(目标函数、约束条件和设计变量),根据结构优化设计的理论和方法求解优化模型,经过多次迭代、收敛得到最优设计。优化设计使结构设计达到经济与安全的统一。优化设计是结构设计的新发展、新成就,具有重要的工程意义和广阔的应用前景^[3-5]。

结构优化是从 20 世纪 60 年代开始的,随着结构有限元分析理论、数学规划理论及数值计算方法的迅速发展,以及高速度、大容量计算机技术的发展,结构优化学科也得到快速发展。结构优化设计按照不同的标准可以有不同的分类形式:按照设计变量分,可以分为连续变量优化设计和离散变量优化设计;按照结构优化设计的难易

程度分,大体上可以分为尺寸(截面)优化、形状优化和拓扑优化。尺寸优化是在给定结构的类型、拓扑、形状的基础上,对构件的尺寸进行优化。形状优化是在给定结构的类型、拓扑的基础上,对结构的边界形状进行优化。结构拓扑优化是在给定结构的类型和边界条件下,改变结构的拓扑以便在满足约束条件的前提下达到目标最优。结构的拓扑可以理解为由构成结构区域的空间安排。

结构拓扑优化可以分为两类:一类是骨架类结构拓扑优化;另一类是连续体结构拓扑优化。骨架类结构的拓扑是杆件和节点的数量、位置及连接方式;连续体结构的拓扑则是指连续体的外边界形状和内部有无孔洞以及孔洞分布特性。尺寸(截面)优化和形状优化是低层次优化,而拓扑优化是高层次优化。拓扑优化是现在优化领域的研究热点。结构的拓扑优化研究经历了从狭义到广义的发展历程。“狭义”是指桁架或框架类的骨架结构,寻找节点或节点之间杆件的有无;“广义”则是指连续体子域的有无。以往无论狭义的或广义的拓扑优化,都是把设计变量挂在截面或形状优化的变量上,实际降为低层次的优化问题。拓扑优化要想取得突破性的进展,必须从这种低层次优化中走出来,因此,拓扑优化的模型化应当是拓扑优化的重点^[6]。

自1904年Michell^[7]以桁架结构为例进行了拓扑优化的探索。这一探索标志着现代结构优化设计理论的诞生。但是,在以后很长一段时间内研究工作主要集中在骨架结构截面优化以及形状优化问题上,而连续体结构的拓扑优化一直未取得巨大的进展,直到20世纪80年代初,程耿东与Olhoff^[8]发表了关于弹性板的结构优化设计结果,引起了众多学者的关注;1988年,Bendsoe和Kikuch^[9]发表了用于连续体结构拓扑优化的均匀化方法后,使得连续体拓扑优化发展到一个新的阶段,在以后的研究中取得了一系列研究成果,但是,连续体结构的拓扑优化仍然存在很多问题。现在的大多数拓扑优化问题考虑较多的是约束条件为应力约束、位移约束、频率约束而屈曲约束考虑得较少,因此,研究具有屈曲约束的连续体结构拓扑优化将是一个具有挑战性的工作。

1.2 国内外研究现状

随着计算机技术、有限元方法及数学规划法的发展,结构分析能力和方法的不断改进与提高,结构优化已经成为计算力学中最活跃的分支之一。结构优化的研究范围非常广泛:从研究层次上可分为尺寸(截面)优化,形状优化、拓扑优化以及布局优化;从研究对象的复杂程度上看,已经从简单的桁架结构设计发展到梁、板、壳及组合结构等多种复杂元素的结构设计;设计变量的发展从连续变量优化设计、离散变量优化设计到连续变量优化中的分布参数优化和离散参数优化;约束类型由最初的应力约束、位移约束发展到动力特性的频率约束及屈曲约束等高级阶段;按目标函数分,可分为单目标函数优化和多目标函数优化。随着人们对工程设计不确定因素认识的不断深化,出现了一些新的优化模型,诸如基于可靠性的结构优化设计,结构模糊优

化等。优化方法由传统的准则法、规划法发展到一系列诸如相对差商法、模拟退火法、遗传算法、Tabu 搜索法等。本课题拟在考虑屈曲约束(稳定性约束)的情况下对连续体拓扑优化进行研究。

1.2.1 屈曲理论的研究

屈曲又称结构失稳,它是指当结构所承载荷达到一定值时,若增加一微小的干扰力,则结构的平衡位形将处于一个新的形式,微小干扰力即使撤去,结构也不能恢复原有状态,这种情况称为结构失稳或屈曲,相应的载荷称为屈曲载荷或临界载荷。近代,结构稳定性理论集中研究结构的屈曲形式(分支型屈曲或极值型屈曲)、屈曲模态、后屈曲平衡路径。任意物体的平衡状态具有三种类型:稳定平衡状态、不稳定平衡状态、随遇平衡状态。物体在平衡位置附近作无限小偏离后,如果物体仍能回复到原来的平衡位置,则这种平衡状态称为稳定平衡;如果物体在微小偏离其平衡位置后,不能再回复到它原来的位置,反而会继续偏离下去,则这种状态称为不稳定平衡状态;随遇平衡状态则往往是从平衡状态向不稳定状态过渡的一种中间状态或临界状态。

在固体力学范畴中,没有一个领域像结构屈曲这样具有多变性,屈曲的机理尚在不断地探索完善中,屈曲理论是一个古老而又崭新的研究领域,也是一个较为繁杂的领域,近几年来,屈曲问题研究的重点已更多地从弹性到塑性,由静力屈曲问题转到动力屈曲问题,屈曲问题在各个方面都取得了长足的发展。结构的屈曲问题按照不同的方式可以分为以下几种不同的类型。

(1) 按结构的承载形式,可将屈曲分为静力屈曲和动力屈曲。静力屈曲是指结构在静态外载作用下发生的屈曲;动力屈曲是指结构在动态载荷作用下发生的屈曲。

(2) 按结构发生屈曲时的材料性质,可将屈曲分为弹性屈曲、塑性屈曲和弹塑性屈曲。

弹性屈曲:结构屈曲前后仍在小变形假定的范围内处于弹性状态时,称之为弹性屈曲。

塑性屈曲:结构在塑性应力状态下发生的屈曲,称之为塑性屈曲。

弹塑性屈曲:介于弹性屈曲和塑性屈曲之间的一种屈曲形式,屈曲前结构处于弹性应力状态,屈曲时由于扰动变形使一部分材料进入塑性,即屈曲发生后材料处于弹塑性应力状态。

(3) 沿袭静力屈曲中已有的实验结果及方法,按屈曲的性质可将屈曲分为分支屈曲、极值屈曲和跳跃屈曲三类。

图 1-1^[10]中(a)、(b)分别表示受压杆和受压平板分支屈曲的载荷和挠度曲线,图中 OA 表示失稳前的平衡路线,称为主路线;AB 为失稳后的平衡路线,称为副路线。主路线和副路线的交点称为分支点,相对于分支点的载荷即为结构的屈曲载荷或称为临界载荷。极值型屈曲的载荷与挠度曲线如图 1-2 所示,极值型屈曲的特点是极

值点屈曲没有明显的分支点,但是在达到最大载荷值后,变形会迅速增大,载荷反而下降。跳跃屈曲的曲线如图 1-3 所示,其中 OA 段和 BC 段是稳定的,而 AB 段是不稳定的,当载荷增大到 A 点时,平衡状态发生明显的跳跃,突然过渡到另一个较大位移平衡状态 C 。

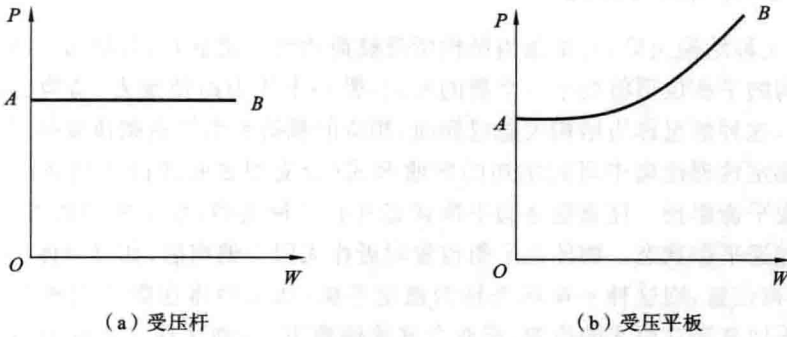


图 1-1 挠度与分支屈曲载荷曲线

Fig. 1-1 Curve of deflection and bifurcation buckling load

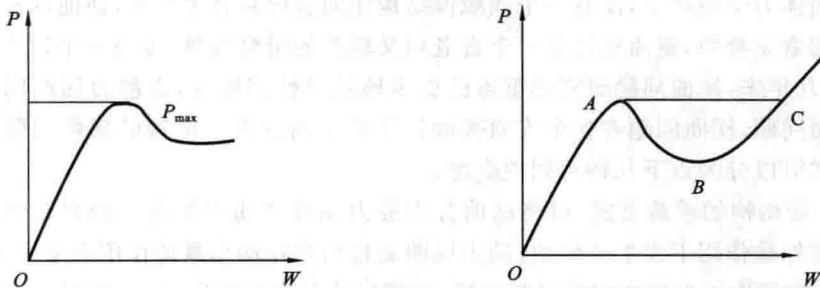


图 1-2 挠度与极值型屈曲载荷曲线

Fig. 1-2 Curve of deflection and extremum type buckling load

图 1-3 挠度与跳跃屈曲载荷曲线

Fig. 1-3 Curve of deflection and snap-through buckling load

极值点和分支点是屈曲分析的两个重要概念,极值点和分支点相应的载荷值 P_{max} 和 P_{cr} 称为结构屈曲的临界载荷,相应的状态称为临界状态。到达临界状态之前的平衡状态称为前屈曲平衡状态,超过临界状态之后的平衡状态称为后屈曲平衡状态^[10]。

在薄板的结构设计中,载荷是以初始屈曲的临界状态为依据,也就是说以经典线性理论为依据,线性稳定理论仅限于讨论和计算初始屈曲的分支点和相应的屈曲模式。本书主要的研究方向是考虑屈曲约束的连续体拓扑优化问题,所以书中主要考虑连续体的弹性、线性、前屈曲问题。

局部与整体静力弹性相关屈曲的理论成就主要有以下几个方面。

构件局部与整体弹性相关屈曲的理论分析主要有近似法和数值法两大类。近似

法的基础是有效宽度法^[11],即根据短柱截面有效宽度的概念和公式,结合柱稳定承载力公式,确定极限载荷。采用有效宽度法计入板件局部屈曲对整体稳定的影响,体现了局部与整体屈曲的相关关系,但并不全面,因为整体构件对其组成部分也有反作用。实际构件存在初始缺陷,整体与局部相关屈曲的关系为整体缺陷促导致局部屈曲的发生,局部屈曲反过来又使整体较早丧失承载力。

数值方法主要有有限元和有限条法。Rajasekaran^[12]等人用有限元方法研究了宽翼缘钢梁柱弹性相关屈曲问题,分析结果表明,对弹性范围内的宽翼缘截面,局部与整体相关作用不明显;Johnson等人^[13]用有限元法研究了工字形梁考虑横截面畸变效应的侧扭屈曲问题,其方法可以处理任意载荷和边界条件。Hancock^[14]用有限条法分析了简支工字形梁弯矩作用平面内的局部与整体相关屈曲,有限条法虽不如有限元法具有一般性,却可以降低计算量。

薄壁构件按局部屈曲与整体屈曲的临界载荷相等设计,通常被认为是最优设计,然而Koiter^[15]、VanderNeut^[16]、郭彦林^[17]等人的研究均表明,按“等稳定性”设计的薄壁构件对初始缺陷敏感,使稳定极限承载力下降。局部-整体弹性相关屈曲研究表明,当不计初始缺陷时,相关作用不明显,这一结论为相关屈曲深入研究奠定了基础^[18]。

薄壁构件的静力屈曲分析应客观地考虑板件局部与构件整体屈曲的相关作用,但是同时考虑板件局部与构件整体屈曲的相关作用时,由于影响因素比较多,分析变得愈加复杂。当不计结构的初始缺陷时,薄壁构件按局部屈曲与整体屈曲的临界载荷相等设计,通常被认为是最优设计。鉴于上述原因,且受本书研究内容的限制,只针对连续体的整体静力弹性屈曲作相关研究。

1.2.2 结构拓扑优化

1.2.2.1 骨架类结构拓扑优化

骨架类结构是指桁架、框架结构。关于骨架类拓扑优化结构的研究大部分成果都集中在桁架问题上,桁架的拓扑优化问题最早是由米歇尔(Michell)于1904年提出的,他在研究桁架时首先提出拓扑优化的概念,以质量最轻为目标,以应力作为约束,对单载荷作用时的桁架结构使用解析方法得到最优解,米歇尔的桁架拓扑优化方法被称为米歇尔准则,满足米歇尔准则的桁架称为米歇尔桁架。在此后的研究中Prager提出了经典的布局理论^[19],Rozvany^[20]对Michell桁架的唯一性及杆件的正交性作了讨论,发展了最优布局理论等。

随着有限元方法以及计算机技术的发展,用数值方法求解拓扑优化问题越来越受到人们的重视,并出现了许多研究成果。最主要的研究方法是基结构法和进化法。

基结构法是1964年由Dorn、Gomory、Greenberg等人提出的。该方法的基本思想是在对桁架结构进行优化时,在初始的结构中多给定一些节点和杆件,再将每一节点与所有其他节点用杆件连接起来,然后再通过某种算法和准则删除基结构中多余

的节点和杆件,从而得到结构的最优解。

从基结构出发的骨架类结构拓扑优化方法主要有两类:线性规划方法和非线性规划方法。线性规划方法的特点:以内力为拓扑设计变量,以节点平衡方程或预定位移场下的力平衡方程为约束条件,将结构拓扑优化问题列成线性规划的列式来求解。这类方法的优点是模型简单,计算效率高,其缺点是难以处理多工况的位移约束和未考虑变形协调条件。对于此类线性规划问题,国外的研究成果有 Dorn、Gomory、Greenberg(1964)^[21], Ringertz(1985)^[22] 和 Kirsch(1989)^[23] 等,国内的代表工作主要有段宝岩和叶尚辉^[24] 的关于桁架多工况下的拓扑优化设计以及谭中富和孙焕纯^[25] 的以内力为设计变量构造序列二次规划模型,使用单纯形方法求解优化模型等。非线性规划方法的特点:大多以截面积为拓扑设计变量,通过截面积取下限零值实现拓扑变更,其实质上是将拓扑优化问题转化成尺寸优化(广义截面)问题来处理。桁架结构拓扑优化被归纳成非线性规划问题后,可以处理包括多工况、含有应力、位移、频率、稳定性等约束情况。针对这一问题,国外比较典型的成果有 Sheu 和 Schmit^[26] 的多个静载荷作用的超静定桁架的最小质量优化设计以及 Ringertz^[27] 的关于桁架拓扑优化设计的分支界定算法,国内有特点的研究成果主要有王跃方、孙焕纯、柴山和石连栓等^[28,29] 的关于离散变量的桁架拓扑优化设计的研究等。

与基结构法相对应的方法还有进化法。进化法具有与基结构法相逆的过程,即根据给定的固定节点、载荷,首先给出初始的简单拓扑结构形式,通过一定的优化方法(准则法、规划法)不断增加结构元素,最终获得结构的最优拓扑形式。针对进化法,国内外主要的研究成果有:Kirsch^[30] 对进化法作过分析与未来展望;1995年 William^[31] 在其文章中提出自然生长法;McKeown^[32] 在1998年又提出了增加节点法;刘京生^[33,34] 在文章中提出变结构生长法;罗鹰、段宝岩^[35] 等提出了一种基于遗传算法的三角网格进化法。进化法的缺点是在进行优化的过程中,结构单元只能增加而不能删减,由于存在上述问题,所以在进化法方面的研究远不如在基结构法方面的研究活跃。

使用基结构法对桁架进行拓扑优化时也带来一些问题,Zhou M 和 Rozvany^[36] 指出在对桁架结构进行拓扑优化时考虑应力和局部稳定约束时遇到的特殊问题。另一个重要的问题就是“奇异最优解问题”。奇异最优解现象最早是由 Sved 和 Ginos^[37] 在1968年在研究应力约束下的三杆桁架质量极小化拓扑优化问题时首先发现的;程耿东和蒋铮^[38] 于1992年指出杆件的应力函数在其零截面积处的不连续性是造成奇异最优解存在的根本原因,因此,恢复应力约束函数在杆件零截面及邻域附近的连续性,是解决奇异最优解给结构拓扑优化所造成困难的关键所在,并给出了问题可行域的正确表示;程耿东和郭旭^[39,40] 提出了一种处理受应力约束的离散结构拓扑优化问题的 ϵ -放松法,通过放松结构中杆件的内力约束,修改了可行域的形状,这种方法从问题列式上消除了奇异最优解的存在;邹文胜、左正兴等^[41] 使用生物学中的用进废退的思想,在考虑桁架中受压杆的材料约束的同时考虑稳定性应力约

束,使用阈值删除不符合条件的杆件,得到最优拓扑结构,实现了稳定和质量最轻的目标;刘伟^[42]研究了桁架在考虑杆件应力约束、局部稳定性约束及总体稳定性约束下的拓扑优化,对出现屈曲长度跳跃的奇异性现象提出了解决方法,并推广到了三维等较大规模的问题中。为避免“奇异最优解”现象,找出全局最优解,许素强、夏人伟等^[43]采用了遗传算法;May^[44]、蔡文学和程耿东^[45]采用了模拟退火法等。另外,赵国忠等^[46]研究了不同截面梁的刚度和稳定性优化设计;刘晓林等^[47]针对大型凹底平车底架结构进行了优化及稳定性设计。

隋允康^[48~56]提出了ICM(独立、连续、映射)方法。ICM方法的主要思想是以一种独立于单元具体物理参数的变量来表征单元的“有”“无”,该变量即为“独立拓扑变量”,将拓扑变量从依附于面积、厚度等尺寸优化层次变量中抽象出来,建立较好的模型,在求解模型时,构造过滤函数和磨光函数,从本质上把0-1离散变量的独立拓扑变量映射为 $[0,1]$ 上的连续变量,在求得连续变量的解后再将拓扑变量反演成离散变量,求出最优解。在此基础上,隋允康指导的博士生杨德庆、于新^[57,58]的研究工作也涉及了桁架,隋允康指导的博士生杜家政^[59]和硕士生任旭春^[60]把桁架拓扑优化推广到框架拓扑优化。独立、连续拓扑变量概念的提出不仅有效地解决了桁架拓扑优化问题,而且能有效地解决连续体的拓扑优化问题,实现了骨架类结构和连续体结构拓扑优化问题模型的统一。

1.2.2.2 连续体结构拓扑优化

连续体结构拓扑优化相对于骨架类结构拓扑优化是高层次的拓扑优化,数学模型建立起来比较困难,数值计算量也较大,因而在很长一段时间内没有很大的发展。1988年,Bendsoe和Kikuch提出对连续体结构拓扑优化的均匀化方法,从而开创了连续体结构拓扑优化的新阶段。均匀化方法的基本思想是在组成拓扑结构的材料中加入微结构(单胞),在优化过程中以微结构单胞的尺寸作为拓扑设计变量,以单胞尺寸的消长实现微结构的增删,并允许介于中间尺寸的单胞构成复合材料,从而拓展了设计空间,实现了结构拓扑优化模型与尺寸优化模型的统一和连续化。

均匀化方法是结构拓扑优化中应用最广泛的一种方法。这种方法的基本思想起源于程耿东和Olhoff的工作,他们的重要贡献就是首次将微结构引入优化设计中,拓展了设计空间。均匀化方法所采用的是Bensoussan等人发展的一套基于摄动理论的关于周期性的结构分析方法,建立起材料微结构的尺寸与材料宏观弹性常数之间的关系,所以说均匀化方法具有严格的数学理论基础。此后众多研究工作围绕以下几个方面进行。

(1) 针对微结构模型的研究,提出了方形空心微结构、两级排列分层微结构、长方形空洞微结构、三维分层排列微结构等模型,并提出正交微结构假设必将导致错误结果。

(2) 均匀化方法在各类问题中的应用拓展了研究范围,包括多工况平面问题、三维连续体问题、考虑振动情况的二维问题、热弹性问题、考虑屈曲的连续性问题、三维

壳体问题、薄壳问题以及复合材料拓扑优化问题等。

以上研究方法是先计算一系列具有大小不一的空洞微结构,通过多项式插值在 $[0,1]$ 区间上得到密度与弹性模量间的函数关系,再利用有限元离散设计区域,以单元的密度 ρ 为设计变量,在一定体积的约束下使结构的柔顺度极小化。但是处理多工况以及局部性约束问题较为困难,该方法还有待于进一步完善。

变厚度法是拓扑优化中较早被采用的一种方法,其基本思想就是以基结构中单元的厚度为设计变量,将连续体拓扑优化问题转化为广义尺寸优化问题,通过删除厚度为尺寸下限的单元实现结构拓扑的变更。变厚度法使用起来较为简单,适用于平面结构(如膜、板、壳等),在三维拓扑问题有一定难度。代表性的工作有程耿东、王健对薄板结构的研究,Tenek和Hagiwara对薄壳结构的研究,周克民和胡云昌对平面连续体的研究等。

变密度法是结构拓扑优化中的另一种有效方法,这种方法应归属于材料描述方法。其基本思想是引入一种假想的密度在 $[0,1]$ 之间可变的材料,假定该材料的物理参数如弹性模量、许用应力与其密度之间的非线性关系,以密度 ρ 为设计变量,以材料的最小柔顺度为目标,考虑平衡条件和体积约束,删除密度小于按某种准则确定阈值的单元,实现拓扑结构的变更。主要研究工作有Mlejnek建立的变密度法模型,R. J. Yang等对于车身结构的拓扑优化,王健和程耿东论证了变密度法与变厚度法的等价条件,袁振等人研究了基于杂交元和变密度的连续体结构拓扑优化问题。

隋允康提出的“独立、连续、映射方法”(ICM方法)通过引入光滑函数将0-1离散变量转换为 $[0,1]$ 区间的连续可导函数,从而可以使用基于梯度的有效算法,此后又将这种光滑思想应用到单元上,提出“有无复合体单元”进行结构拓扑优化,频率约束下的连续体结构的ICM方法拓扑优化研究,以及拓扑优化中应力约束的全局化方法研究。在隋允康教授的指导下,博士生杨德庆、于新、杜家政、彭细荣、叶红玲、张学胜分别基于ICM方法作了一些研究工作。

上述几种方法是常用的拓扑优化方法,另外人们还提出一些其他拓扑优化方法和求解策略,主要有:Jog和Haber提出的“等周法”;Eschenauer提出的“泡泡法”;Xie提出的进化法;Rozvany和Zhou提出的SIMP方法等。这些方法都有一定的参考价值。在进化算法中,遗传算法(GA)是研究比较多的一种方法,E. Kita和H. Tanie应用边界元法分析了遗传算法优化连续体结构的拓扑和形状优化,Nakanishi应用GA算法对三维结构进行了拓扑优化,崔海涛等用遗传算法对连续体结构进行了拓扑优化。此外,模拟退火算法(SA)、粒子群优化算法(PSOA)等也属于概率搜索法。Burezynski Tadeusz等也用GA算法对连续体结构进行优化。S. S. Rao等用SA方法设计出并行算法且对连续体结构进行拓扑优化,Fourie等运用PSOA对连续体结构进行拓扑优化。这些算法适合求解小规模的问题,当问题规模较大时,求解空间呈“爆炸式”变化,优化效率成为问题。这主要是由于算法直接基于离散的拓扑变量,不建立近似的模型所致。

众多的数值计算表明,连续体结构的拓扑优化还存在以下问题。

(1) “棋盘格”现象:是指经过拓扑优化后得到的拓扑布局中出现的单元间隔现象,形状像棋盘一样。研究表明,出现“棋盘格”现象是由于优化数值模型建立不合适所致。

(2) 过分依赖网格:主要是指选用不同的网格计算将得到不同的结果,加密网格反而得到相反的结果。

(3) 局部最优解问题:针对同一个拓扑优化问题,选用不同的初始值,将会得到不同的拓扑优化布局和最优解。

1.2.3 考虑屈曲约束的结构优化

屈曲在实际工程结构中广泛存在。许多实例已经证明,设计时不考虑屈曲将会给工程结构的安全性带来巨大的隐患,而且事实上,不管设计人员考虑与否,屈曲在结构中都是绝对存在的。因此,越来越多的学者开始认识到屈曲在结构优化设计中的重要性,但是由于考虑屈曲的结构优化模型的复杂程度较高以及计算效率等问题,当前考虑屈曲的结构优化的研究还相对较少。同结构静力、动力优化一样,结构稳定优化也因设计变量的不同分成由易到难若干层次,我们将其划分为拓扑前优化和拓扑优化两类。拓扑前优化即截面优化与形状优化,相应的工作有:D. Manickarajah等运用 ESO(evolutional structural optimization)方法对平板厚度以及框架的截面优化做了研究;顾元宪等针对尺寸变量和形状变量研究了组合结构屈曲稳定性优化设计及灵敏度分析数值方法,以及复合材料层合板屈曲稳定性优化设计及其灵敏度计算方法;Liu Tao等研究了复合材料圆柱壳的稳定性及其优化设计;荣见华等运用 ESO 方法研究了框架在承受最大屈曲临界载荷情况下的截面优化;梁斌等研究了弹性圆柱壳的稳定优化设计;俞焕然等研究了具有初始缺陷的变厚度圆板在复合载荷作用下的稳定性及优化;王得禹等研究了加筋圆柱壳的屈曲优化设计;B. Bochenek研究了后屈曲行为的结构优化问题;赵国忠等研究了基于分层设计变量复合材料层合板的优化设计及灵敏度分析。拓扑优化因其难度较大,研究相对较少,主要有:周明对具有线性屈曲响应的壳结构进行了拓扑优化设计;郭旭等研究了桁架在屈曲载荷约束下的全局稳定性拓扑优化;Esbén Lindgård 与 Jonas Dahl 研究了拓扑优化中经历突弹跳变的静态几何非线性结构的行为;Bret Stanford 与 Philip Beran 研究了基于 SIMP 方法的考虑空气动力学、惯性、弹性和热负荷等条件的金属面板颤振和屈曲的拓扑优化;J. T. Katsikadelis 与 N. G. Babouskos 使用边界元法研究了考虑刚度与屈曲最大的薄板厚度的优化设计。

综上所述,连续体结构的拓扑优化仍然是结构优化领域中的难点和热点之一,在拓扑优化中同时考虑屈曲问题的影响更增加了问题的难度,但是只有充分地考虑到结构的多种约束影响,才能使拓扑结构更接近于工程实际。因此,考虑屈曲的连续体结构拓扑优化具有重要的理论意义和研究价值。