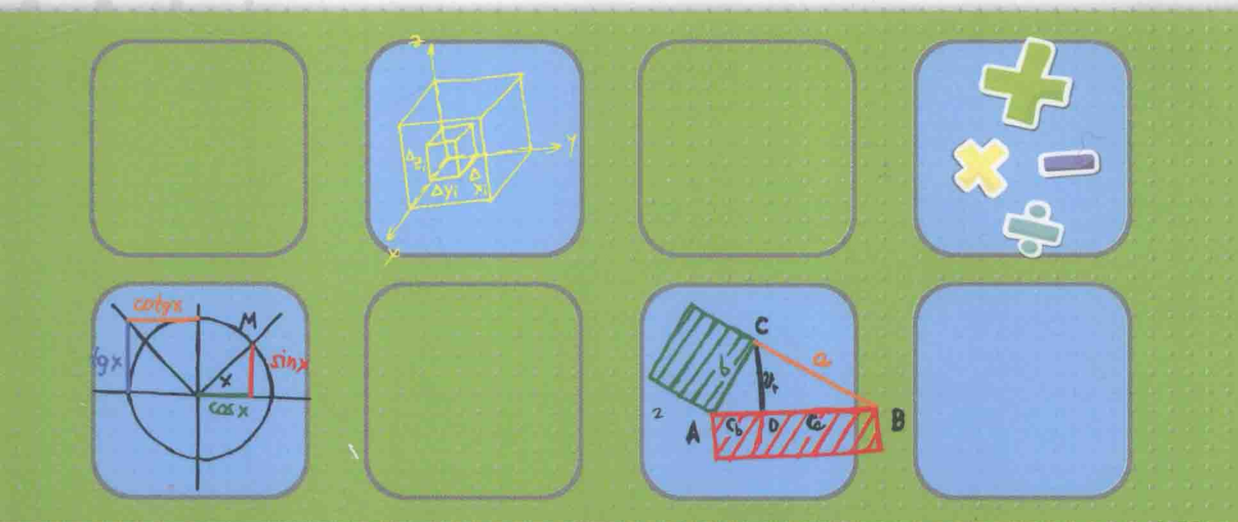
高职高专经济管理类基础课规划教材

主　编　李忠杰　陈尔建　姜晓



经济应用数学

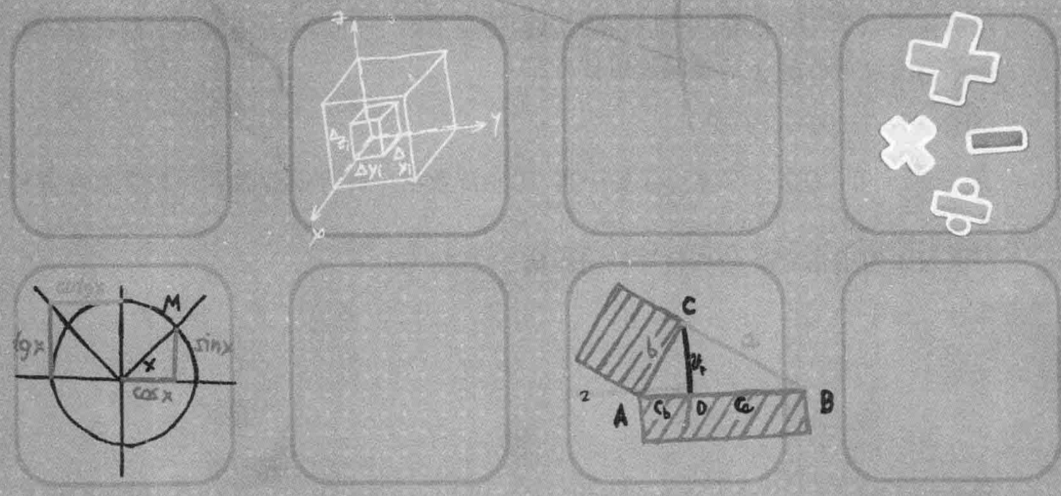
学习指导

清华大学出版社

高职高专经济管理类基础课规划教材

◉ 主　编　李忠杰　陈尔建　姜晓

◉ 副主编　陈宝华　王九福　赵明才　范彩荣　孙寿尧　杨婷婷



经济应用数学
学习指导

清华大学出版社

北　京

内 容 简 介

《经济应用数学学习指导》与清华大学出版社出版的教材《经济应用数学(第2版)》相配套，章节与教材一样，每章分四个部分：学习指导、典型例题、同步训练、自测题。

本书可作为高职高专、成人高校和民办高校财经类专业教材。

本书封面贴有清华大学出版社防伪标签，无标签者不得销售。
版权所有，侵权必究。侵权举报电话：010-62782989 13701121933

图书在版编目(CIP)数据

经济应用数学学习指导/李忠杰，陈尔健，姜晓主编. —北京：清华大学出版社，2013
高职高专经济管理类基础课规划教材

ISBN 978-7-302-32581-9

Ⅰ.①经… Ⅱ.①李…②陈…③姜… Ⅲ.①经济数学—高等职业教育—教学参考资料
Ⅳ.①F224.0

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2013)第117733号

责任编辑：王文珠
封面设计：刘　超
版式设计：文森时代
责任印制：何　芊

出版发行：清华大学出版社
网　址：http://www.tup.com.cn，http://www.wqbook.com
地　址：北京清华大学学研大厦A座　　邮　编：100084
社 总 机：010-62770175　　邮　购：010-62786544
投稿与读者服务：010-62776969，c-service@tup.tsinghua.edu.cn
质 量 反 馈：010-62772015，zhiliang@tup.tsinghua.edu.cn
印 装 者：三河市金元印装有限公司
经　销：全国新华书店
开　本：185mm×260mm　　印　张：14　　字　数：321千字
版　次：2013年6月第1版　　印　次：2013年6月第1次印刷
印　数：1～4000
定　价：25.60元

产品编号：053062-01

前　　言

本书是与清华大学出版社出版的教材《经济应用数学(第2版)》(李忠杰 陈尔建 姜晓主编)配套的学习指导书。

本学习指导在编写过程中与教材《经济应用数学(第2版)》协调一致，内容充实，题型全面。书中每章分四部分，第一部分为学习指导，总结本章内容及其内在联系与注意问题；第二部分为典型例题，涵盖了本章的基本概念、基本性质、基本运算及应用，某些例题不仅给出了详细过程，还给出了多种解法；第三部分为同步训练(每节都有同步训练)，题型为判断、选择、填空、计算，根据学生的接受能力与理解程度，针对高职高专这一层面学生容易产生疑惑的问题设计而成，由浅入深，难易适中，便于学生自学；第四部分为自测题，学生通过精心设计的自测题练习，可检查对本章所学内容的掌握程度。本书编写力求通俗易懂，简明扼要，富有启发性，并体现数学的应用性，以增强学生对学习数学的兴趣。

本书可与《经济应用数学(第2版)》教材配套使用，也可作为高职高专自学用书或专升本辅导用书。

本书由李忠杰、陈尔建、姜晓主编，陈宝华、王九福、赵明才、范彩荣、孙寿尧、杨婷婷任副主编。

由于编者水平有限，书中不妥之处，敬请广大读者批评指正。

编　者

2013.4

目　　录

此为试读，需要完整PDF请访问：www.ertongbook.com

第一章　极限与连续

微积分研究的主要对象是函数.因此,熟练掌握函数的有关概念和性质对学好微积分很重要.而极限是数学中的一个重要基本概念,它是学习微积分学的理论基础.因此,掌握好极限和连续的有关概念对后面的学习至关重要.

一、学习指导

一)函数

1.关于函数概念的几点说明

(1)函数定义的要素之一是对应关系或对应法则.凡函数都有确定的对应关系或对应法则,但不一定有解析式.事实上有很多函数是没有解析式的.如一天 24 小时内每一时刻的气温变化情况.

(2)函数定义的另一要素是定义域.求函数的定义域,应遵循以下两个原则:①在实际问题中,变量应由实际意义确立.②在数学公式中,要使数学公式有意义.

(3)要正确理解记号“f”.如 $y=f(x)=x^2+x$,则 $f(x+1)=(x+1)^2+(x+1)$,而 $f(x^2)=(x^2)^2+x^2$.

(4)若两个函数有相同的定义域,且有相同的对应关系,则这两个函数相等.这里必须强调要同时满足这两个条件.

(5)分段函数.

① 一个分段函数只表示一个函数,不能看成几个函数.

② 分段函数的定义域等于这个函数各“段”区间的并集.

③ 求分段函数 $f(x)$在 $x=x_0$ 处的函数值时,要把 $x=x_0$ 代入到 x_0 所在区间相对应的数学公式中去.

2.函数的特性

函数的特性包括奇偶性、单调性、周期性和有界性.

这里要特别强调两点:①不论奇函数或偶函数都是在关于原点的对称区间上讨论的函数特性.离开对称区间就无法谈论函数的奇偶性.②有界函数的界是不唯一的.

3. 反函数

关于反函数，除理解好定义之外，还应掌握以下内容.

(1)函数 $y=f(x)$，若 x 与 y 之间满足一一映射，则函数的反函数一定存在；若 x 与 y 之间不满足一一映射，但若把这个函数限制在定义域的某个区间上，使其能够满足一一映射，则 $y=f(x)$ 在该区间上存在反函数.

(2)求函数 $y=f(x)$ 的反函数一般遵循如下步骤. 先从 $y=f(x)$ 中解出 $x=f^{-1}(y)$，再在 $x=f^{-1}(y)$ 中把 x 和 y 对调而得 $y=f^{-1}(x)$.

(3)$y=f(x)$ 的图像与 $x=f^{-1}(y)$ 的图像是同一条曲线；而 $y=f(x)$ 与 $y=f^{-1}(x)$ 的图像关于直线 $y=x$ 对称.

(4)函数 $y=f(x)$ 与它的反函数 $y=f^{-1}(x)$ 的增减性是一致的.

4. 基本初等函数

基本初等函数包括常量函数、幂函数、指数函数、对数函数、三角函数和反三角函数.

5. 复合函数

学习复合函数时要注意以下几点.

(1)“对于 x 值所对应的 u 值：$u=\varphi(x)$，应使函数 $y=f(u)$ 有意义”是复合函数定义中的重要条件，如果不满足这个条件，就不能够构成复合函数.

例如，$y=\arcsin u$ 而 $u=2+x^2$ 两个函数不能复合，因为当 x 取任何实数时，都有 $u=2+x^2>1$，而 $y=\arcsin u$ 的定义域为 $|u|\leqslant 1$.

(2)复合函数的中间变量可以不止一个.

(3)把一个复合函数分解成若干个较简单的函数，一般应遵循的原则是，使分解后的每个函数都是基本初等函数的线性组合.

6. 初等函数

由初等函数的定义，可以分解为以下四个条件.

(1)由基本初等函数作为运算和复合的起点.

(2)有限次的四则运算.

(3)有限次的函数复合步骤.

(4)能用一个解析式表示出来.

7. 经济学中的几个常用函数

经济学中常用函数有成本函数，需求函数，供给函数，总收益函数和利润函数等.

二）极限的有关知识

1. 极限的有关概念

(1)数列的极限.学习数列极限时要注意以下几点.

① 如果数列存在极限，其极限值是唯一的.

② 并不是任何数列都有极限.有穷数列一定没有极限.

(2)函数的极限.由于函数自变量的变化趋势有两大类，即 $x\to\infty$ 和 $x\to x_0$，所以函数的极限是分两个类型来定义的.

对于极限 $\lim\limits_{x\to x_0}f(x)=A$，需要说明以下几点.

① 函数 $y=f(x)$ 在点 x_0 存在极限，并不要求 $y=f(x)$ 在 x_0 有定义.因为我们考察函数的变化趋势时，突出 $f(x)$ 在 $x\to x_0$ 这一过程中的取值情况，因此必须要求 $f(x)$ 在 x_0 的附近有定义.至于 $f(x)$ 在点 x_0 有无定义，并不影响函数 $f(x)$ 的极限存在.也就是说 $\lim\limits_{x\to x_0}f(x)$ 是否存在，与 $f(x)$ 在点 x_0 有没有定义无关.

例如，函数 $y=f(x)=\begin{cases}-x & x<0\\ x & x>0\end{cases}$ 在 $x=0$ 处不存在定义，但 $\lim\limits_{x\to 0}f(x)=0$.

② 由极限的定义，不难得出：$\lim\limits_{x\to x_0}x=x_0$，$\lim\limits_{x\to x_0}c=c$.这两个极限是今后进行极限运算的重要工具之一，应理解并熟记.

③ 左极限和右极限.极限 $\lim\limits_{x\to x_0}f(x)$ 存在的充要条件是 $\lim\limits_{x\to x_0^-}f(x)=\lim\limits_{x\to x_0^+}f(x)$.这个结论常用来判定函数在一点 x_0 处的极限是否存在.

例如，函数 $f(x)=\begin{cases}x & x\geqslant 0\\ x+1 & x<0\end{cases}$ 在分段点 $x=0$ 处，$\lim\limits_{x\to 0^+}f(x)=\lim\limits_{x\to 0^+}x=0$，而 $\lim\limits_{x\to 0^-}f(x)=\lim\limits_{x\to 0^-}(x+1)=1$.因为左右极限存在不相等，所以 $\lim\limits_{x\to 0}f(x)$ 不存在.

2. 无穷小量和无穷大量

(1)无穷小量.学习无穷小量要理解以下几点.

① 无穷小量不是一个很小的数，而是一个趋于零的变量.

② 常量中只有零是无穷小量.

③ 无穷小量是和某一极限过程联系着的.一个函数在这一极限过程中是无穷小量，而在另一极限过程中未必是无穷小量.

(2)无穷小量与具有极限的函数的关系.即

$\lim\limits_{x\to\Delta}f(x)=A\Leftrightarrow f(x)=A+\alpha(\alpha\to 0)$.

(3)无穷小量的阶.在同一变化过程中，两个无穷小相比较分高阶、低阶、同阶和等价无

穷小.

等价无穷小有一个很有用的性质，在求两个无穷小的比值的极限时，可借助于等价无穷小的代换，简化计算. 但要注意，如果不是乘或除的情况，一般不用等价代换，否则容易导致错误. 例如，求$\lim\limits_{x\to 0}\frac{\tan x-\sin x}{x^3}$，不能直接用 x 代替 $\tan x$ 和 $\sin x$.

因为$\lim\limits_{x\to 0}\frac{\tan x-\sin x}{x^3}\neq\lim\limits_{x\to 0}\frac{x-x}{x^3}$. 正确的做法是：

$$\lim_{x\to 0}\frac{\tan x-\sin x}{x^3}=\lim_{x\to 0}\frac{\tan x(1-\cos x)}{x^3}\ (x\to 0\text{ 时},\tan x\sim x)$$

$$=\lim_{x\to 0}\frac{x(1-\cos x)}{x^3}=\lim_{x\to 0}\frac{1-\cos x}{x^2}=\lim_{x\to 0}\frac{2\sin^2\frac{x}{2}}{x^2}=\frac{1}{2}.$$

(4)无穷小量与无穷大量的关系. 在同一变化过程中，互为倒数关系.

三）极限的四则运算与两个重要极限

1. 极限的运算法则(略)

2. 两个重要极限

(1)$\lim\limits_{x\to 0}\frac{\sin x}{x}=1$.

(2)$\lim\limits_{x\to\infty}\left(1+\frac{1}{x}\right)^x=\mathrm{e}$.

注意灵活运用两个重要极限求极限.

四）函数的连续性与间断点

1. 连续的概念

设函数 $y=f(x)$在 x_0 的某邻域$U(x_0)$内有定义，如果$\lim\limits_{x\to x_0}f(x)=f(x_0)$或者$\lim\limits_{\Delta x\to 0}\Delta y=0$，则称 $f(x)$在点 x_0 处连续，称 x_0 为 $f(x)$的一个连续点.

函数在点 x_0 连续的定义中，必须满足三个条件：第一是 $f(x)$在 x_0 及其附近有定义；第二是$\lim\limits_{x\to x_0}f(x)$存在；第三是$\lim\limits_{x\to x_0}f(x)=f(x_0)$. 只要有一个不满足，$f(x)$在点 x_0 就是间断的.

要注意，关于函数在点 x_0 连续的定义(两种定义)，它们虽然形式不同，但所表达的是同一个概念，本质上并无区别. 由于它们形式不同，在具体使用时，对不同问题要选用不同的定义形式，以求使问题简化.

2. 函数的间断点

由函数 $f(x)$在点 x_0 连续的条件可知，间断点 x_0 至少属于下列三种情况之一：

(1) $f(x_0)$ 不存在；(2) $\lim\limits_{x\to x_0}f(x)$ 不存在；(3) $\lim\limits_{x\to x_0}f(x)\neq f(x_0)$.

要注意，在第一类间断点中，如果函数 $f(x)$ 在点 x_0 的左、右极限都存在且相等，这样的间断点称为可去型间断点，只要补充或改变函数原本的定义，使得 $\lim\limits_{x\to x_0}f(x)=f(x_0)$，则补充或改变后的函数在点 x_0 处连续.

3. 初等函数的连续性

一切初等函数在其定义区间内都是连续的.

如果 $f(x)$ 是初等函数，在求函数间断点时，根据初等函数的连续性，只要找出 $f(x)$ 无定义的点就得出全部间断点.

如果 $f(x)$ 是分段函数，除无定义的点外，它还可能在分段点处间断. 此时，需要研究分段点处左、右极限与函数值的关系，如果它们都存在并且相等，分段点就是连续点，否则是间断点. 例如，

$$f(x)=\begin{cases}\sin x & -\pi\leqslant x\leqslant 0\\ 0 & 0<x<1\\ \dfrac{1}{x-2} & 1\leqslant x\leqslant 4,x\neq 2\end{cases}$$

除在无定义点 $x=2$ 间断外，还可能在分段点 $x=0$，$x=1$ 处间断，通过考察 $x=1$，$x=2$ 是间断点，求出函数的间断点，就明确了函数的连续区间. 初等函数的定义区间就是它的连续区间；分段函数在每一段区间内是初等函数，其定义区间不难求得，再考察分段点的连续性，即可确定分段函数的连续区间.

4. 闭区间上连续函数的主要性质

闭区间上连续函数的主要性质有最值性、有界性和介值性.

在应用闭区间上连续函数的性质时，必须注意，“闭区间”和“连续”这两个条件缺一不可.

五）极限在经济工作的应用

搞清楚复利、抵押贷款以及融资等概念，记住公式直接运算.

此为试读，需要完整PDF请访问：www.ertongbook.com

二、典型例题

例 1 求下列函数的定义域

(1) $y=\sqrt{4-x^2}+\dfrac{1}{\log_a(x+1)}$； (2) $y=\dfrac{x}{\tan\dfrac{x}{2}}$.

解 (1)要使函数 y 有意义，只须满足 $\begin{cases}4-x^2\geqslant 0\\ x+1>0\\ \log_a(x+1)\neq 0\end{cases}$，即 $\begin{cases}4-x^2\geqslant 0\\ x+1>0\\ x+1\neq 1\end{cases}$，解得 $-1<x\leqslant 2$ 且 $x\neq 0$，所以函数的定义域为 $(-1,0)\cup(0,2]$.

(2)要使函数 y 有意义，只须满足 $\begin{cases}\dfrac{x}{2}\neq k\pi+\dfrac{\pi}{2}\\ \tan\dfrac{x}{2}\neq 0\end{cases}$ $(k\in\mathbf{Z})$，

即 $\begin{cases}\dfrac{x}{2}\neq k\pi+\dfrac{\pi}{2}\\ \dfrac{x}{2}\neq k\pi\end{cases}$ $(k\in\mathbf{Z})$，解得 $x\neq k\pi(k\in\mathbf{Z})$.

所以函数的定义域为 $\{x\mid x\in R$ 且 $x\neq k\pi(k\in\mathbf{Z})\}$.

例 2 证明函数 $y=\log_a(x+\sqrt{x^2+1})$ 为奇函数.

证明 设 $f(x)=\log_a(x+\sqrt{x^2+1})$，

$\because f(-x)=\log_a(-x+\sqrt{x^2+1})=\log_a\dfrac{1}{\sqrt{x^2+1}+x}=-\log_a(x+\sqrt{x^2+1})=-f(x)$，

$\therefore y=\log_a(x+\sqrt{x^2+1})$ 为奇函数.

例 3 求下列极限

(1) $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x^3-\ln(2-x)}{4\arctan x}$； (2) $\lim\limits_{x\to\infty}x^2\sin^2\dfrac{1}{x}$；

(3) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\ln(1+2x)}{x}$； (4) $\lim\limits_{x\to 0^+}\dfrac{e^{\frac{1}{x}}-e^{-\frac{1}{x}}}{e^{\frac{1}{x}}+e^{-\frac{1}{x}}}$；

(5) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sqrt{x+4}-2}{\sin 5x}$.

解 (1)由于初等函数在其定义区间内任意点 x_0 都连续，且 $\lim\limits_{x\to x_0}f(x)=f(x_0)$，

又由于 $1\in(-\infty,2)$，$\therefore \lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x^3-\ln(2-x)}{4\arctan x}=\dfrac{1^3-\ln 1}{4\arctan 1}=\dfrac{1}{\pi}$.

(2)当 $x\to\infty$ 时，$\sin^2\dfrac{1}{x}\to 0$. 对含有无穷小的正弦求极限时，一般需要把原式变形，然后利用重要极限求出.

$$\lim_{x\to\infty}x^2\sin^2\frac{1}{x}=\lim_{x\to\infty}\frac{\sin^2\frac{1}{x}}{\frac{1}{x^2}}=\lim_{\frac{1}{x}\to 0}\left(\frac{\sin\frac{1}{x}}{\frac{1}{x}}\right)^2=1.$$

(3)当 $x\to 0$ 时，分子、分母均趋向于无穷小，这时运算法则不能直接使用. 这种情况下，一般要先进行适当的初等变换，然后再求极限.

$$\lim_{x\to 0}\frac{\ln(1+2x)}{x}=\lim_{x\to 0}\ln(1+2x)^{\frac{1}{x}}=\ln\lim_{x\to 0}[(1+2x)^{\frac{1}{2x}}]^2=\ln e^2=2.$$

(4)令 $t=e^{\frac{1}{x}}$，则当 $x\to 0^+$ 时，$t\to+\infty$，从而 $\displaystyle\lim_{x\to 0^+}\frac{e^{\frac{1}{x}}-e^{-\frac{1}{x}}}{e^{\frac{1}{x}}+e^{-\frac{1}{x}}}=\lim_{t\to+\infty}\frac{t-\frac{1}{t}}{t+\frac{1}{t}}=\lim_{t\to+\infty}\frac{1-\frac{1}{t^2}}{1+\frac{1}{t^2}}=1.$

类似这样的题，可以做一个代换，使所求极限简单化.

(5)$\displaystyle\lim_{x\to 0}\frac{\sqrt{x+4}-2}{\sin 5x}=\lim_{x\to 0}\frac{x}{\sin 5x(\sqrt{x+4}+2)}=\lim_{x\to 0}\frac{5x}{5\sin 5x(\sqrt{x+4}+2)}=\frac{1}{20}.$

例 4　证明方程 $e^x=3x$ 至少存在一个小于 1 的正根.

证明　设 $f(x)=e^x-3x$，则 $f(1)=e-3<0$.

又 $\because f(0)=1>0$，$\therefore f(1)$ 和 $f(0)$ 异号，由零点定理得，存在 $\xi\in(0,1)$，使 $f(\xi)=0$，即原方程至少有一个小于 1 的正根.

三、同步训练

【同步训练 1-1】

1. 判断题

(1)函数 $y=\lg^{-1}(x-1)$ 的定义域是 $(1,2)\cup(2,+\infty)$.　(　　)

(2)$y=\begin{cases}2x^2 & x>0\\ 2x+1 & x<0\end{cases}$ 是基本初等函数.　(　　)

(3)$y=5\sin\left(\pi x+\dfrac{\pi}{4}\right)$ 的最小正周期是 2.　(　　)

(4)$y=u^2$，$u=\log_a x$（$a>0$ 且 $a\neq 1$），则 y 表示成 x 的函数为 $y=\log_a x^2$.　(　　)

(5)$f(x)=5-x$ 与 $g(x)=\dfrac{25-x^2}{5+x}$ 是同一个函数.　(　　)

2. 填空题

(1)函数 $f(x)=\begin{cases}\sqrt{4-x^2} & |x|\leqslant 2\\ \sin x & 2<x<3\end{cases}$ 的定义域是________.

(2)函数 $f(x)=(1-x)^{-1}$,则 $f[f(x)]=$________.

(3)初等函数 $y=e^{\tan\sqrt{x}}$ 是由基本初等函数________复合而成的.

(4)若 $f(2x-1)=x(x+1)$,则 $f(x)=$________.

(5)函数 $y=1+\ln x$ 的反函数是________.

(6)设函数 $f(x)=\begin{cases}2-x^2 & x\geqslant 0\\ 2+x & x<0\end{cases}$,则 $f(3)=$________;$f(-5)=$________.

3. 选择题

(1)若 $f(x)=|1+x|+\dfrac{(7-x)(x-1)}{|2x-5|}$,则 $f(-2)$ 等于(　　).

A. 4　　B. 8

C. -2　　D. -4

(2)设函数 $f(x)=x^3-x^2-1$,则 $f[f(0)]$ 等于(　　).

A. -1　　B. -3

C. 0　　D. 1

(3)函数 $f(x)=\dfrac{x+2}{x-1}$ 的反函数是(　　).

A. $f(x)=\dfrac{x+2}{x-1}$　　B. $f(x)=\dfrac{x-2}{x+1}$

C. $f(x)=\dfrac{x-1}{x+2}$　　D. $f(x)=\dfrac{x+1}{x-2}$

(4)下列函数中,奇函数的是(　　).

A. $y=\ln(1+x^2)$　　B. $y=e^{-x}$

C. $y=x+\sin x$　　D. $y=x\sin x$

(5)下列函数在指定区间上有界的是(　　).

A. $f(x)=2^x,x\in(-\infty,0)$　　B. $f(x)=\cot x,x\in\left(0,\dfrac{\pi}{2}\right)$

C. $f(x)=\ln x,x\in(0,1)$　　D. $f(x)=3x^2,x\in(0,+\infty)$

(6)下列函数中为单调函数的是(　　).

A. $y=\arcsin x$　　B. $y=\cos(x+1)$

C. $y=|x-1|$　　D. $y=x^2-x+1$

(7)设 $f(x-1)=x^2+1$,则 $f(x_0+h)$等于(　　).

A. $(x_0+h)^2+1$　　B. $(x_0+h)-1$

C. $(x_0+h)^2-1$　　D. $(x_0+h)^2+2(x_0+h)+2$

(8)设函数 $f(x)=\dfrac{x}{x-1}$,则当 $x\neq1$ 且 $x\neq0$ 时,$f\left[\dfrac{1}{f(x)}\right]$等于(　　).

A. $\dfrac{x-1}{x}$　　B. $\dfrac{x}{x-1}$

C. $1-x$　　D. x

(9)函数 $f(x)=\begin{cases}\sqrt{9-x^2} & |x|\leqslant3\\ x^2-9 & 3<|x|<4\end{cases}$ 的定义域是(　　).

A. $[-3,4)$　　B. $(-3,4)$

C. $[-4,4]$　　D. $(-4,4)$

(10)设 $f(x)=\ln x,g(x)=x+2$,则 $f[g(x)]$的定义域是(　　).

A. $(-2,+\infty)$　　B. $[-2,+\infty)$

C. $(-\infty,2)$　　D. $(-\infty,2]$

4.求下列函数的定义域

(1)$y=\dfrac{x-1}{\ln x}+\sqrt{16-x^2}$;　　(2)$y=\sqrt{9-x^2}+\dfrac{1}{\sqrt{x^2-1}}$;

(3)$y=\ln\sin x$;　　(4)$y=\dfrac{1}{4-x^2}+\sqrt{x+2}$;

(5)$y=\dfrac{\sqrt{4-x^2}}{x^2-1}$.

5.判断下列函数的奇偶性

(1)$f(x)=\sin x+\cos x$;　　(2)$f(x)=\lg\dfrac{1-x}{1+x}$.

6.指出下列函数的复合过程

(1)$y=\sin^2(3x+\dfrac{3}{4}\pi)$;　　(2)$y=\sqrt[3]{\ln\cos2x}$;

(3)$y=\ln[\ln^2\ln^3x]$;　　(4)$y=\tan^5\sqrt[3]{\lg\arcsin x}$;

(5)$y=\mathrm{e}^{\arctan\sqrt{x}}$;　　(6)$y=\cot^3(5x^2-x-1)$;

(7)$y=\sqrt{\arcsin\mathrm{e}^x}$;　　(8)$y=\log_3(\sin\mathrm{e}^x)$.

7.设函数 $f(x)$的定义域是$(0,1]$,求下列函数的定义域

(1)$f(x-2)$;　　(2)$f(\lg x)$.

8.$[f(x)]^2$ 与 $f(x^2)$是否表示同一个函数?举例说明.

9. 若函数 $f(x)=\begin{cases}0 & 0\leqslant x<1 \\ \frac{1}{2} & x=1 \\ 1 & 1<x\leqslant 2\end{cases}$，求：$f(0)$，$f(1)$，$f\left(\frac{5}{4}\right)$并作图像.

10. 某工厂某产品年产量是 600 台，每台售价 200 元，根据市场预测，当年产量超过 600 台时，超过部分只能打 9 折出售，这样可再多售出 200 台，如果再多生产，本年度就售不出去，试写出本年度的收入函数 R.

11. 有一边长为 a 的正方形铁片，从它的四个角截去相等的方块，然后折起各边做成一个无盖的小盒子，求它的容积与截去小方块边长之间的函数关系式，并指明定义域.

【同步训练 1-2】

1. 判断题

(1) 数列 $1,\frac{1}{2},\frac{1}{3},\frac{1}{4},\frac{1}{5},\cdots,\frac{1}{n},\cdots$的极限为 0.　　(　　)

(2) $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{3n^2}{2n^2-1}=\frac{3}{2}$.　　(　　)

(3) $1,\frac{1}{2},\frac{1}{2^2},\cdots,\frac{1}{2^n},\cdots$的和为$\frac{1}{2}$.　　(　　)

(4) $\lim\limits_{n\to\infty}(-1)^{n-1}=0$.　　(　　)

(5) $\lim\limits_{n\to\infty}\left[\frac{1}{n}+\left(\frac{1}{3}\right)^n\right]=0$.　　(　　)

2. 填空题

(1) 若$\lim\limits_{n\to\infty}a_n=\frac{1}{2}$，$\lim\limits_{n\to\infty}b_n=-\frac{1}{2}$，则$\lim\limits_{n\to\infty}\frac{3b_n}{a_n}=$________.

(2) 若$\lim\limits_{n\to\infty}a_n=5$，$\lim\limits_{n\to\infty}b_n=4$，则$\lim\limits_{n\to\infty}[(a_n)^3-3b_n]=$________.

(3) 无限循环小数 $0.\dot{5}$ 表示成分数为________.

(4) $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{\sin n\pi}{n}=0$，则$\lim\limits_{n\to\infty}\frac{(1+n)\sin n\pi}{n^2}=$________.

(5) $\lim\limits_{n\to\infty}\left(3+\frac{1}{n}+\frac{1}{n^2}\right)=$________.

3. 选择题

(1) 数列 $a_n=(-1)^n\frac{1}{n}$的极限是(　　).

A. 1　　B. -1　　C. 0　　D. 不存在

(2)数列 $a_n=\begin{cases}0 & n\text{ 为奇数}\\ \dfrac{1}{n} & n\text{ 为偶数}\end{cases}$,则 $\lim\limits_{n\to\infty}a_n$ 等于(　　).

A. 0　　B. 1　　C. -1　　D. 不存在

(3)若 $\lim\limits_{n\to\infty}a_n=3$,$\lim\limits_{n\to\infty}b_n=5$,则 $\lim\limits_{n\to\infty}\left(3a_n-\dfrac{b_n}{5}\right)$ 等于(　　).

A. -8　　B. 8　　C. -2　　D. 2

(4)$\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{4n^2-n^2+n+1}{5n^3+n^2-n}=$(　　).

A. $\dfrac{4}{5}$　　B. 0　　C. $\dfrac{1}{2}$　　D. ∞

(5)已知数列 $1,-\dfrac{1}{2},\dfrac{1}{4},-\dfrac{1}{8},\dfrac{1}{16},\cdots$则其和为(　　).

A. 2　　B. -2　　C. $-\dfrac{3}{2}$　　D. $\dfrac{2}{3}$

(6)若 $1-x+x^2-x^3+\cdots=3(|x|<1)$,则 x 等于(　　).

A. $\dfrac{2}{3}$　　B. $-\dfrac{2}{3}$　　C. $\dfrac{3}{4}$　　D. $-\dfrac{3}{4}$

4. 求下列各数列的极限

(1)$\lim\limits_{n\to\infty}\left(3+\dfrac{1}{n}\right)\left(4+\dfrac{1}{n^3}\right)\left(5+\dfrac{1}{n^3}\right)$;

(2)$\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{1+\dfrac{1}{2}+\dfrac{1}{4}+\cdots+\dfrac{1}{2^n}}{1+\dfrac{1}{3}+\dfrac{1}{9}+\cdots+\dfrac{1}{3^n}}$;

(3)$\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2+4+6+\cdots+2n}{(n-1)(n+1)}$;

(4)$\lim\limits_{n\to\infty}\sqrt{n}(\sqrt{n+2}-\sqrt{n-2})$;

(5)$\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{(n+1)(n+2)(n+3)}{3n^3+2n^2-1}$;

(6)$\lim\limits_{n\to\infty}\left[\dfrac{1}{1\times2}+\dfrac{1}{2\times3}+\dfrac{1}{3\times4}+\cdots+\dfrac{1}{n(n+1)}\right]$.

5. 将下列无限循环小数化成分数.

(1)$0.\dot{4}$;　　(2)$0.\dot{3}4\dot{5}$.

6. 已知一个无穷递缩等比数列各项和为 12,而各项平方和为 72,求这个数列的首项和公比,并写出这个数列的通项.

【同步训练 1-3】

1. 判断题

(1)若 $\lim\limits_{x\to x_0}f(x)$ 存在,则 $f(x_0)$ 存在.　　(　　)

(2)若 $\lim\limits_{x\to x_0+0}f(x)$ 与 $\lim\limits_{x\to x_0-0}f(x)$ 都存在,则 $\lim\limits_{x\to x_0}f(x)$ 也存在.　　(　　)

此为试读,需要完整PDF请访问: www.ertongbook.com