

GAODENGSHUXUE  
TONGBUCESHIJUAN

智文  
ZHIWENTIANXIA

# 高等数学 同步测试卷

同济七版 (上、下册合订本)

张燕 滕兴虎 毛磊 张晓蓉 寇冰煜 李静 编著

24 套  
每章2套AB卷

+

4 套  
期中测试AB卷

+

4 套  
期末测试AB卷

+

试卷  
解析

A 卷侧重基础 同步巩固单元知识

B 卷深入综合 提高训练考研辅助

试题精选详解 强化拓宽解题思路



东南大学出版社  
SOUTHEAST UNIVERSITY PRESS

GAODENGSHUXUE  
TONGBUCESSHIJUAN

智文 | 天下  
ZHIWENTIANXIA

# 高等数学 同步测试卷

同济七版 (下册)

张燕 滕兴虎 毛磊 张晓蓉 寇冰煜 李静 编著

24 套  
每章2套AB卷

+

4 套  
期中测试AB卷

+

4 套  
期末测试AB卷

+

试卷  
解析

试卷部分



东南大学出版社  
SOUTHEAST UNIVERSITY PRESS

· 南京 ·

## 图书在版编目(CIP)数据

高等数学同步测试卷:同济七版:上下册合订本/  
张燕等编著. —南京:东南大学出版社,2015.5  
ISBN 978-7-5641-5624-4

I. ①高… II. ①张… III. ①高等数学—高等学校—  
习题集 IV. ①O13-44

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2015)第 060293 号

## 高等数学同步测试卷(同济七版)(上、下册合订本)

---

编 著	张 燕 滕兴虎 毛 磊 张晓蓉 寇冰煜 李 静	责任编辑	戴季东
电 话	(025)83793329/83362442(传真)	电子邮件	liu-jian@seu.edu.cn
特约编辑	李 香		

---

出版发行	东南大学出版社	出 版 人	江建中
社 址	南京市四牌楼 2 号	邮 编	210096
销售电话	(025)83793191/83792174/83792214/83794121/83794174/57711295(传真)	电子邮件	press@seu.edu.cn
网 址	www.seupress.com		

---

经 销	全国各地新华书店	印 刷	南京新洲印刷有限公司
开 本	787mm×1092mm 1/16	印 张	14 字 数 320千
版 次	2015 年 5 月第 1 版 2015 年 5 月第 1 次印刷		
书 号	ISBN 978-7-5641-5624-4		
定 价	25.00 元		

---

\* 未经本社授权,本书内文字不得以任何方式转载、演绎,违者必究。

\* 东大版图书若有印装质量问题,请直接与营销部联系,电话:025-83791830。



# 前 言

高等数学是理工类专业的基础课程,但对理工科大学生来说,学习高等数学的过程,就像攀登一段崎岖的山路,要想在攀登的过程中取得较好的成绩,就需要平时有针对性地进行模拟练习,打牢基础,强化提高。此外,高等数学作为硕士研究生入学考试的重要科目之一,有较为扎实的高等数学功底,就可以在入学考试中占据一定的先机。为帮助广大学生有步骤有计划地学好高等数学,加深对基本概念融会贯通,加强对解题方法和技巧的掌握,消化知识、夯实基础、提高能力,顺利通过期中、期末考试,为研究生入学考试作好准备,我们编撰了这本《高等数学同步测试卷》。

本书共分十二章,与同济大学数学系主编的《高等数学》的章节顺序一致。由于本书各章同步测试题的独立性,所以不影响未使用《高等数学》(同济·第七版)的学生对各章知识掌握情况的自我检测。此外本书还精心编写了第一学期期中考试和期末考试题、第二学期期中考试和期末考试题,便于学生进行阶段性检测。本书包括两大部分:

## 1. 试卷部分

各章及期中、期末同步测试卷均有 A、B 两套试卷,限制完成时间均在 150 分钟内。题型包括选择题、填空题、计算题、证明题及综合应用等题型,由我们参照全国研究生入学考试题、有关理工院校期中期末考试真题、省级或全国高等数学竞赛题编撰而成,其中测试卷 B 卷相较测试卷 A 卷更具有一定的综合性。A、B 两套试卷均可供大一同学、准备研究生入学考试或者高等数学竞赛的同学使用,检测自己对高等数学知识的掌握程度,找出差距,以便更好地学习高等数学。

## 2. 解析部分

确保选择题和填空题的得分,往往能够确保整个试卷的得分,因此针对选择题和填空题,我们不仅是给出答案,还给出了详细的解题过程以供参考。对于每一套试题的其他题目,我们也进行了详细的解答:针对解题方法难以想到的题目,我们进行了思路分析;部分题目提供了多种解题方法,以便拓宽学生的解题思路。

在使用本书时,编者建议大一读者在每一章学完之后再做相应的同步测试题,其他年级的读者可根据自己的需要,先制定计划再使用本书。此外,编者还建议读者在规定的时间内解题,解题时尽量把每一个解题步骤完整、规范地写下来,然后再将自己的结果与本书中的解法作比较,并及时总结试卷完成情况和收获。

本书由张燕、滕兴虎、毛磊、张晓蓉、寇冰煜、李静、颜超等老师编写,全书由滕兴虎统稿。在本书的策划、编写、审稿等方面得到胡俊等老师的大力支持和热情帮助,在此表示感谢。我们衷心希望这套《高等数学同步测试卷》能对读者学习高等数学有所帮助。由于编者水平有限,难免会有顾此失彼的情况,书中的不妥之处敬请广大同学和读者批评指正,以使我们的工作更加完善。

编者

# 目 录

第八章 空间解析几何与向量代数同步测试卷 A 卷 .....	1
第八章 空间解析几何与向量代数同步测试卷 B 卷 .....	5
第九章 多元函数微分法及其应用同步测试卷 A 卷 .....	9
第九章 多元函数微分法及其应用同步测试卷 B 卷 .....	13
下册期中同步测试卷 A 卷 .....	17
下册期中同步测试卷 B 卷 .....	21
第十章 重积分同步测试卷 A 卷 .....	25
第十章 重积分同步测试卷 B 卷 .....	29
第十一章 曲线积分与曲面积分同步测试卷 A 卷 .....	33
第十一章 曲线积分与曲面积分同步测试卷 B 卷 .....	37
第十二章 无穷级数同步测试卷 A 卷 .....	41
第十二章 无穷级数同步测试卷 B 卷 .....	45
下册期末同步测试卷 A 卷 .....	49
下册期末同步测试卷 B 卷 .....	53

# 高等数学同步测试卷(下册)

## 第八章 空间解析几何与向量代数 同步测试卷 A 卷

### 一、单项选择题(本大题共 5 小题,每小题 3 分,总计 15 分)

1. 若  $\mathbf{a}, \mathbf{b}$  为共线的单位向量,则它们的数量积  $\mathbf{a} \cdot \mathbf{b} =$  ( )  
(A) 1 (B) -1 (C) 0 (D)  $\cos(\widehat{\mathbf{a}, \mathbf{b}})$
2. 已知向量  $\mathbf{a} = \mathbf{i} + \mathbf{j} + \mathbf{k}$ ,则垂直于  $\mathbf{a}$  且垂直于  $y$  轴的单位向量是 ( )  
(A)  $\pm \frac{\sqrt{3}}{3}(\mathbf{i} + \mathbf{j} + \mathbf{k})$  (B)  $\pm \frac{\sqrt{3}}{3}(\mathbf{i} - \mathbf{j} + \mathbf{k})$   
(C)  $\pm \frac{\sqrt{2}}{2}(\mathbf{i} - \mathbf{k})$  (D)  $\pm \frac{\sqrt{2}}{2}(\mathbf{i} + \mathbf{k})$
3. 平面  $\frac{x}{2} + \frac{y}{3} + \frac{z}{4} = 1$  与平面  $2x + 3y - 4z = 1$  的位置关系是 ( )  
(A) 相交但不垂直 (B) 互相垂直  
(C) 平行但不重合 (D) 互相重合
4. 曲面  $x^2 + y^2 + z^2 = a^2$  与  $x^2 + y^2 = 2az (a > 0)$  的交线是 ( )  
(A) 抛物线 (B) 双曲线 (C) 圆周 (D) 椭圆
5. 设直线方程为  $\begin{cases} A_1x + B_1y + C_1z + D_1 = 0, \\ B_2y + D_2 = 0 \end{cases}$  且  $A_1, B_1, C_1, D_1, B_2, D_2 \neq 0$ ,则直线 ( )  
(A) 过原点 (B) 平行于  $z$  轴  
(C) 垂直于  $y$  轴 (D) 平行于  $x$  轴

### 二、填空题(本大题共 5 小题,每小题 3 分,总计 15 分)

6. 设  $\mathbf{a} = (3, 5, -2), \mathbf{b} = (2, 1, 4)$ ,问  $\lambda$  与  $\mu$  满足\_\_\_\_\_时,  $(\lambda\mathbf{a} + \mu\mathbf{b}) \perp z$  轴.
7. 已知  $|\mathbf{a}| = 2, |\mathbf{b}| = \sqrt{2}$ ,且  $\mathbf{a} \cdot \mathbf{b} = 2$ ,则  $|\mathbf{a} \times \mathbf{b}| =$ \_\_\_\_\_.
8. 向量  $\mathbf{b} = (1, 1, 4)$  在向量  $\mathbf{a} = (2, -2, 1)$  上的投影等于\_\_\_\_\_.
9. 设直线  $\frac{x-1}{1} = \frac{y-3}{-2} = \frac{z+4}{p}$  与平面  $2x - y - z + 5 = 0$  平行,则  $p =$ \_\_\_\_\_.

10. 指出方程组  $\begin{cases} \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} = 2, \\ y = 3 \end{cases}$  在平面解析几何中表示\_\_\_\_\_图形, 在空间解析几何中表示\_\_\_\_\_图形.

三、求解下列各题(本大题共 5 小题, 每小题 6 分, 总计 30 分)

11. 设  $\mathbf{a} = 3\mathbf{i} - \mathbf{j} - 2\mathbf{k}$ ,  $\mathbf{b} = \mathbf{i} + 2\mathbf{j} - \mathbf{k}$ , 求 (I)  $(-2\mathbf{a}) \cdot 3\mathbf{b}$  及  $\mathbf{a} \times 2\mathbf{b}$ ; (II)  $\cos(\mathbf{a}, \mathbf{b})$ .

12. 画出下列方程所表示的曲面.

(I)  $z^2 = 4(x^2 + y^2)$ ;

(II)  $z = 4(x^2 + y^2)$ .

13. 已知  $A(1, 0, 0)$ ,  $B(0, 2, 1)$ , 试在  $z$  轴上求一点  $C$ , 使  $\triangle ABC$  的面积最小.

14. 求抛物线  $\begin{cases} y^2 = -2qz, \\ x = 0 \end{cases}$  ( $q > 0$ ) 绕  $z$  轴及  $y$  轴旋转而成的曲面.

15. 求球面  $x^2 + y^2 + z^2 = 9$  与平面  $x + y + z = 1$  的交线在三个坐标面上的投影方程.

四、求解下列各题(本大题共 5 小题,每小题 8 分,总计 40 分)

16. 求点  $M(5, 0, -3)$  在平面  $\pi: x + y - 2z + 1 = 0$  上的投影.

17. 求直线  $L_1: \frac{x+3}{3} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-2}{4}$  与直线  $L_2: \begin{cases} x = 3t + 8, \\ y = t + 1, \\ z = 2t + 6 \end{cases}$  的交点坐标,并求通过此

两直线的平面方程.



18. 求直线  $\begin{cases} 2x-4y+z=0, \\ 2x-y-2z-9=0 \end{cases}$  在平面  $x-y+z=1$  上的投影直线方程.

19. 过  $(-1, 0, 4)$  且平行于平面  $3x-4y+z-10=0$  又与直线  $\frac{x+1}{1} = \frac{y-3}{1} = \frac{z}{2}$  相交的直线方程.

20. 证明两直线  $L_1: \frac{x-1}{-1} = \frac{y}{2} = \frac{z+1}{1}$  和  $L_2: \frac{x+2}{0} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-2}{-2}$  是异面直线.

# 第八章 空间解析几何与向量代数

## 同步测试卷 B 卷

一、单项选择题(本大题共 5 小题,每小题 3 分,总计 15 分)

1. 下列哪组角可以作为某个空间向量的方向角 ( )

- (A)  $30^\circ, 45^\circ, 60^\circ$  (B)  $45^\circ, 60^\circ, 90^\circ$   
 (C)  $60^\circ, 90^\circ, 120^\circ$  (D)  $45^\circ, 90^\circ, 135^\circ$

2. 两个平行平面  $\pi_1: 2x - y - 3z + 2 = 0, \pi_2: 2x - y - 3z - 5 = 0$  之间的距离为 ( )

- (A)  $\sqrt{\frac{1}{2}}$  (B)  $\sqrt{\frac{3}{2}}$  (C)  $\sqrt{\frac{7}{2}}$  (D)  $\sqrt{2}$

3. 平面  $x + \sqrt{26}y + 3z - 3 = 0$  与  $xOy$  面夹角为 ( )

- (A)  $\frac{\pi}{6}$  (B)  $\frac{\pi}{4}$  (C)  $\frac{\pi}{3}$  (D)  $\frac{\pi}{2}$

4. 设有直线  $L: \begin{cases} x + 3y + 2z + 1 = 0 \\ 2x - y - 10z + 3 = 0 \end{cases}$ , 及平面  $\pi: 4x - 2y + z - 2 = 0$ , 则直线  $L$  ( )

- (A) 平行于  $\pi$  (B) 在  $\pi$  上  
 (C) 垂直于  $\pi$  (D) 与  $\pi$  斜交

5. 设有直线  $L_1: \frac{x-1}{1} = \frac{y-5}{-2} = \frac{z+8}{1}$  与  $L_2: \begin{cases} x-y=6, \\ 2y+z=3 \end{cases}$  则  $L_1$  与  $L_2$  的夹角为 ( )

- (A)  $\frac{\pi}{6}$  (B)  $\frac{\pi}{4}$  (C)  $\frac{\pi}{3}$  (D)  $\frac{\pi}{2}$

二、填空题(本大题共 5 小题,每小题 3 分,总计 15 分)

6. 设  $a, b, c$  两两互相垂直, 且  $|a| = 1, |b| = \sqrt{2}, |c| = 1$ , 则向量  $s = a + b - c$  的模等于\_\_\_\_\_.

7. 过点  $M(1, 2-1)$  且与直线  $\begin{cases} x = -t + 2, \\ y = 3t - 4, \\ z = t - 1 \end{cases}$  垂直的平面方程是\_\_\_\_\_.

8. 直线  $l: \frac{x+2}{3} = \frac{2-y}{1} = \frac{z+1}{2}$  与平面  $\pi: 2x + 3y + 3z - 8 = 0$  的交点是\_\_\_\_\_.

线  
 姓名  
 订  
 装  
 班级  
 封  
 学校  
 密

9. 当  $D = \underline{\hspace{2cm}}$ , 直线  $\begin{cases} 3x - y + 2z - 6 = 0, \\ x + 4y - z + D = 0 \end{cases}$  与  $z$  轴相交.

10. 要使直线  $\frac{x-a}{3} = \frac{y}{-2} = \frac{z+1}{a}$  在平面  $3x + 4y - az = 3a - 1$  内, 则  $a = \underline{\hspace{2cm}}$ .

三、求解下列各题(本大题共 5 小题, 每小题 6 分, 总计 30 分)

11. 已知点  $A(2, 3, 0), B(-2, 2, 1)$ , 试在  $yOz$  面上求点  $C$ , 使  $\triangle ABC$  是以  $AB$  为斜边的等腰直角三角形.

12. 设向量  $\mathbf{a}, \mathbf{b}$  非零,  $|\mathbf{b}| = 2, (\hat{\mathbf{a}}, \mathbf{b}) = \frac{\pi}{3}$ , 求  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{|\mathbf{a} + x\mathbf{b}| - |\mathbf{a}|}{x}$ .

13. 求点  $M(4, 1, -6)$  关于直线  $L: \frac{x-1}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z+1}{-1}$  的对称点.

14. 求点  $P(3, -1, 2)$  到直线  $L: \begin{cases} x+y-z+1=0, \\ 2x-y+z-4=0 \end{cases}$  的距离.

15. 求两直线  $L_1: \frac{x-1}{0} = \frac{y}{-1} = \frac{z}{-1}$  与直线  $L_2: \frac{x}{6} = \frac{y}{-3} = \frac{z+2}{0}$  的最短距离.

四、求解下列各题(本大题共 5 小题, 每小题 8 分, 总计 40 分)

16. 设  $\mathbf{a}=(1, -1, 1)$ ,  $\mathbf{b}=(3, -4, 5)$ ,  $\mathbf{x}=\mathbf{a}+\lambda\mathbf{b}$ ,  $\lambda$  为实数, 试证: 使  $|\mathbf{x}|$  最小的  $\mathbf{x}$  垂直于  $\mathbf{b}$ .

17. 求通过直线  $L_1: \begin{cases} x+2z-4=0, \\ 3y-z+8=0 \end{cases}$  且与直线  $L_2: \begin{cases} x-y-4=0, \\ y-z-6=0 \end{cases}$  平行的平面方程.

18. 在平面  $\pi: x+y+z+1=0$  内求与直线  $L: \begin{cases} x+2z-1=0, \\ y+z+1=0 \end{cases}$  垂直相交的直线方程.

19. 求直线  $L: \frac{x-1}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z-1}{-1}$  在平面  $\pi: x-y+2z-1=0$  上的投影直线  $L_0$  的方程.

20. 设直线  $L$  过  $A(1,0,0), B(0,1,1)$  两点, 将  $L$  绕  $z$  轴旋转一周得到曲面  $\Sigma$ , 求曲面  $\Sigma$  的方程.

# 第九章 多元函数微分法及其应用

## 同步测试卷 A 卷

一、单项选择题(本大题共 5 小题,每小题 3 分,总计 15 分)

1. 函数  $f(x, y) = \begin{cases} (x^2 + y^2) \ln(x^2 + y^2) & x^2 + y^2 \neq 0 \\ 0 & x^2 + y^2 = 0 \end{cases}$  在点  $(0, 0)$  处 ( )

- (A) 极限不存在 (B) 连续  
(C) 极限存在但不连续 (D) 无定义

2. 函数  $z = f(x, y)$  在点  $(x_0, y_0)$  处具有偏导数是它在该点存在全微分的 ( )

- (A) 必要而非充分条件 (B) 充分而非必要条件  
(C) 充分必要条件 (D) 既非充分又非必要条件

3. 设函数  $z = e^{uv}$ ,  $u = x + y$ ,  $v = xy$ , 则全微分  $dz =$  ( )

- (A)  $ye^{xy} dx + xe^{xy} dy$  (B)  $ve^{uv} du + ue^{uv} dv$   
(C)  $ue^{uv} du + ve^{uv} dv$  (D)  $ydx + xdy$

4. 函数  $z = x^2 + y^2$  有 ( )

- (A) 极大值  $z = 0$  (B) 极小值  $z = 0$   
(C) 没有极值 (D) 极小值  $(0, 0)$

5. 曲线  $x = \arctan t$ ,  $y = \ln(1 + t^2)$ ,  $z = -\frac{5}{4(1 + t^2)}$  在  $P$  点处的切线向量与三个坐标轴的夹角相等, 则点  $P$  对应的  $t$  值为 ( )

- (A) 0 (B)  $\frac{\sqrt{5}}{2}$  (C)  $\frac{\sqrt{17}}{4}$  (D)  $\frac{1}{2}$

二、填空题(本大题共 5 小题,每小题 3 分,总计 15 分)

6. 设  $u = xy + \frac{y}{x}$ , 则  $\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} =$  \_\_\_\_\_.

7. 设  $e^x - xyz = 0$ , 则  $\frac{\partial z}{\partial x} =$  \_\_\_\_\_.

8. 函数  $u = 2xy - z^2$  在点  $A(2, -1, 1)$  处沿点  $A$  指向点  $B(3, 1, -1)$  方向的方向导数为 \_\_\_\_\_.



9. 已知  $A = x^2 + 2y - z^3$ , 则梯度  $\text{grad}A|_{(1,1,-1)} =$  \_\_\_\_\_.

10. 曲线  $x = 2t^2 + 7t, y = 4t - 2, z = 5t^2 + 4t$  在点  $(-5, -6, 1)$  处的切线方程为 \_\_\_\_\_.

三、求解下列各题(本大题共 5 小题, 每小题 6 分, 总计 30 分)

11.  $\lim_{(x,y) \rightarrow (1,0)} \frac{\ln(x+e^y)}{\sqrt{x^2+y^2}}$ .

12.  $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{e^x + e^y}{\cos x + \sin y}$ .

13. 设  $f(x,y) = x + (y-1)\arccos\left(\frac{x}{y}\right)^{1/3}$ , 求  $\frac{\partial f}{\partial x}\Big|_{(0,1)}, \frac{\partial f}{\partial y}\Big|_{(0,1)}$ .

14. 设  $f(u, v)$  具有二阶连续偏导数, 且满足  $\frac{\partial^2 f}{\partial u^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial v^2} = 1$ , 又  $g(x, y) = f\left[xy, \frac{1}{2}(x^2 - y^2)\right]$ , 证明:

$$\frac{\partial^2 g}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 g}{\partial y^2} = x^2 + y^2.$$

15. 设  $z = x^2y - xy^2$ , 而  $x = u\cos v, y = u\sin v$ , 求  $\frac{\partial z}{\partial u}, \frac{\partial z}{\partial v}$ .

四、求解下列各题(本大题共 5 小题, 每小题 8 分, 总计 40 分)

16. 函数  $z = z(x, y)$  由方程  $x^3 + 3xyz = a^2$  确定, 试求  $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}$ .

17. 求函数  $f(x, y) = e^{2x}(x + 2y + y^2)$  的极值.

18. 求曲线  $\begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 - 3x = 0, \\ 2x - 3y + 5z - 4 = 0 \end{cases}$  在点(1,1,1)处的切线和法平面方程.

19. 要造一容积为 128 立方米的长方体敞口水池, 已知水池侧壁单位造价是底部的 2 倍, 问水池的尺寸应如何选择, 方能使其造价最低?

20. 证明: 曲面  $4x - z + \frac{1}{(3y + 2z)^2} = 2$  上任一点处的切平面都平行于直线

$$\frac{x-1}{3} = \frac{y-1}{-8} = \frac{z-1}{12}.$$