



研究生入学考试辅导丛书

# 结构力学

(第二版)

于玲玲 杨正光 主编  
汪海峰 阮澍铭 副主编



中国电力出版社  
CHINA ELECTRIC POWER PRESS

研究生入学考试辅导丛书

# 结构力学

(第二版)

主 编 于玲玲 杨正光  
副主编 汪海峰 阮澍铭  
编 写 邵永波 贺 丽  
主 审 张延庆



中国电力出版社  
CHINA ELECTRIC POWER PRESS

## 内 容 提 要

本书为研究生入学考试辅导用书。全书共分 11 章, 主要内容包括平面体系的几何组成分析、静定结构的内力计算、影响线、静定结构的位移计算、力法、位移法、渐进法、矩阵位移法、结构的动力计算、结构的极限荷载及结构的稳定计算。每章都以编者多年从事结构力学的教学实践为基础, 对所涉及的基本概念、基本原理和分析计算方法进行了归纳总结, 并对重点、难点内容做了更为深入的阐述。每章都提供最新典型例题剖析及近几年全国三十多所大学报考结构工程专业硕士研究生的试题, 题型包括判断、填空、选择、分析计算等, 逐题给出较为详细的分析解答, 并说明分析要点、解题思路、方法和技巧, 以及应该注意的问题。

本书可作为高等院校结构力学考研指导书, 也可作为土建类专业本、专科学生, 函授、电视大学、自考、业余大学学生的自学、复习考试参考辅导用书, 以及注册结构工程师资格考试的复习参考书。

### 图书在版编目 (CIP) 数据

结构力学/于玲玲, 杨正光主编. —2 版. —北京: 中国电力出版社, 2014. 9

(研究生入学考试辅导丛书)

ISBN 978-7-5123-6248-2

I. ①结… II. ①于… ②杨… III. ①结构力学-研究生-入学考试-自学参考资料 IV. ①O342

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2014) 第 169214 号

中国电力出版社出版、发行

(北京市东城区北京站西街 19 号 100005 <http://www.cepp.sgcc.com.cn>)

航远印刷有限公司印刷

各地新华书店经售

\*

2009 年 8 月第一版

2014 年 9 月第二版 2014 年 9 月北京第十一次印刷

787 毫米×1092 毫米 16 开本 29.75 印张 728 千字

定价 60.00 元

敬告读者

本书封底贴有防伪标签, 刮开涂层可查询真伪  
本书如有印装质量问题, 我社发行部负责退换

版权专有 翻印必究

# 前 言



结构力学是土木水利等专业的重要专业技术基础课, 常被称为结构工程师的看家本领。掌握结构力学的基本概念、基本原理和分析计算方法对学习后续专业课及解决工程实际问题十分重要。而且, 结构力学是报考结构工程专业研究生及注册结构工程师资格考试的主要课程。

为了帮助学生深入理解结构力学的基本概念、基本原理, 明确解题思路, 提高分析与解算问题的能力, 更是为了每位应试者提高结构力学的复习效率, 能在短时间内掌握重点、难点, 抓住要点, 提纲挈领, 取得理想的考试成绩, 我们于 2009 年编写了《研究生入学考试辅导丛书——结构力学》。该书出版后深受广大学生的喜爱和好评, 称其是一本难得的好参考书, 为学生在研究生入学考试中取得好成绩起到了非常重要的作用, 有不少学生给我们发来短信或通过其他途径告知我们说该书在他们的同学中几乎每人一本, 同时在网上也有很高的人气。如今该书已经使用了 5 年, 书中的诸多例题也显得比较陈旧了, 并且随着各高校考研试题的变化, 以及我们对近几年试题的研究和总结, 又提炼出不少新内容, 于是编写了第二版。第二版基本沿用了第一版的重要知识点, 内容上稍有增减, 但书中的“例题解析”绝大部分题目都进行了更换, 并且对例题的讲解比第一版更加详细。

全书分为平面体系的几何组成分析、静定结构的内力计算、影响线、静定结构的位移计算、方法、位移法、渐进法、矩阵位移法、结构的动力计算、结构的极限荷载及结构的稳定计算等十一个章节。每章都对所涉及的基本概念、基本原理和分析计算方法进行了归纳总结, 对重点、难点内容, 通过剖析例题, 给出了比教材更为详尽而深入的阐述和讨论。全书给出概念题、计算题以及练习题共 964 道 (比第一版增加了 15.7%), 绝大多数是近几年全国三十多所大学 (同济大学、清华大学、哈尔滨工业大学、天津大学、浙江大学、华南理工大学、东南大学、河海大学、湖南大学、北京航空航天大学、北京交通大学、北京工业大学、长安大学、西安交通大学、西南交通大学、西安建筑科技大学、东北大学、青岛理工大学、四川大学、中国矿业大学、山东建筑大学、烟台大学等) 报考结构工程专业硕士研究生的结构力学试题, 具有较强的灵活性、综合性和典型性, 同时逐题给出较为详细的分析解答, 对典型试题, 还给出了多种解答, 并说明分析要点、解题思路、方法和技巧以及应注意的问题。有利于读者对结构力学的学习、复习取得事半功倍、熟能生巧、见多识广的效果。

全书由于玲玲和杨正光主编, 汪海峰和阮澍铭为副主编, 参加编写的人员还有邵永波、贺丽。具体编写分工如下: 第一章由于玲玲、杨正光编写, 第二章由于玲玲、贺丽、杨正光编写, 第三、四章由杨正光、于玲玲编写, 第五~八章由汪海峰、于玲玲编写, 第九章由邵永波、于玲玲编写, 第十、十一章由阮澍铭、于玲玲、杨正光编写。全书由张延庆主审, 并提出宝贵意见。

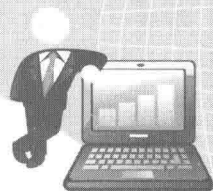
本书广泛吸收了优秀的《结构力学》教材和教学辅导书的精华，引用了部分观点、例题和习题，在此谨向文献的作者致以由衷的谢意，同时也对关心我们新书出版的同行专家和同学们表示感谢！

限于编者水平，书中不妥和疏漏在所难免，恳请读者批评指正。

编者

2014年5月

# 第一版前言



结构力学是土木水利等专业的重要专业技术基础课,是结构工程师的看家本领。掌握结构力学的基本概念、基本原理和分析计算方法对学习后续专业课及解决工程实际问题十分重要。而且,结构力学是报考结构工程专业研究生及注册结构工程师资格考试的主要课程。

为了帮助学生深入理解结构力学的基本概念、基本原理,了解课程内容之间的内在联系,能够融会贯通,明确解题思路,提高分析与解决问题的能力,更是为了每位应试者提高结构力学的复习效率,能在短时间内掌握重点、难点内容,抓住要点,提纲挈领,取得理想的考试成绩,我们曾于2003年编写了一本《结构力学(研究生)考试指导》。该书出版后深受广大学生的喜爱和好评,称其是一本难得的参考书。该书作为结构力学考研辅导选修课的教材,为我校学生在研究生入学考试中取得好成绩起到了非常重要的作用。还有一些其他学校的学生也在使用该书,并鼓励我们继续编写对学生有用的教材。如今该书已经使用了五年,书中的诸多例题(有些为20世纪90年代的题目)也显得比较陈旧了,并且随着各高校考研试题的变化,以及我们对近几年试题的研究和总结,又提炼出不少新内容,这就促使我们有了重编该书的想法,如今读者所见到的就是重编后的成果。新书基本沿用了原书的重要知识点,内容上有所增加,但“例题解析”这一占全书主要比例的环节,其中的题目基本得到了更换,以更新更广的题目取代了原先陈旧的题目,并且为使学生巩固所学,本书还新增“练习题”环节,并附有答案。

全书分为结构的几何构造分析、静定结构的受力分析、静定结构的影响线、静定结构的位移计算、力法、位移法、渐进法及超静定力的影响线、矩阵位移法、结构的动力计算、结构的塑性分析与极限荷载及结构的稳定计算。每章都对所涉及的基本概念、基本原理和分析计算方法进行了归纳总结,对重点、难点内容,通过剖析例题,给出了比教材更为详尽而深入的阐述和讨论。全书给出概念题和计算题共833道(比原书多一倍),绝大多数是近几年全国三十多所大学(同济大学、清华大学、上海交通大学、哈尔滨工业大学、天津大学、浙江大学、华南理工大学、华中科技大学、东南大学、河海大学、湖南大学、北京航空航天大学、北京交通大学、北京工业大学、大连理工大学、长安大学、西安交通大学、西南交通大学、西安建筑科技大学、东北大学、青岛理工大学、四川大学、中国矿业大学等)结构工程专业硕士研究生的结构力学入学考试试题,具有较强的灵活性、综合性和典型性,同时逐题给出较为详细的分析解答,对典型试题还给出了多种解答,并配有分析要点、解题思路、方法和技巧以及容易出错之处。可使读者对结构力学的学习、复习取得事半功倍、熟能生巧、见多识广的效果。

本书由于玲玲担任主编,杨正光、阮澍铭担任副主编,参加编写的人员还有汪海峰、邵永波、贺丽。全书由张延庆主审,并提出了很多宝贵的意见。本书可作为高等院校土木工程专业的选修课教材,也可作为土木工程专业本科、专科、函授、电视大学、自考、业余大学

学生自学的参考辅导书，还可作为全国注册结构工程师资格考试的复习参考书。

本书广泛吸收了优秀的《结构力学》教材和教学辅导书的精华，引用了部分观点、例题和习题，在此谨向文献的作者致以由衷的谢意，同时也对关心我们新书出版的同行专家和广大读者表示感谢。

由于作者的水平有限，书中可能存在不妥和疏漏，恳请读者批评指正。

编者

2009年2月



# 目 录



前言	
第一版前言	
<b>第一章 结构的几何构造分析</b> .....	1
一、基本概念 .....	1
二、平面几何不变体系的组成规律及灵活运用 .....	4
三、平面杆件体系的计算自由度 $W$ .....	5
四、对体系做几何构造分析的其他方法 .....	6
五、例题解析 .....	6
六、练习题 .....	23
七、练习题答案 .....	25
<b>第二章 静定结构的受力分析</b> .....	27
一、静定结构的一般性质 .....	27
二、符号规定 .....	27
三、基本原理和方法 .....	27
四、例题解析 .....	28
<b>第一节 静定多跨连续梁和刚架</b> .....	30
一、基本概念 .....	30
二、内力图的特点 .....	31
三、解题技巧 .....	34
四、例题解析 .....	35
五、练习题 .....	54
六、练习题答案 .....	58
<b>第二节 静定平面桁架</b> .....	61
一、桁架的内力计算中采用的假定 .....	61
二、桁架的分类 .....	61
三、桁架的内力计算方法 .....	62
四、桁架内力计算的技巧 .....	65
五、例题解析 .....	65
六、练习题 .....	78
七、练习题答案 .....	80
<b>第三节 组合结构</b> .....	81
一、基本知识 .....	81



二、例题解析 .....	81
三、练习题 .....	86
四、练习题答案 .....	87
<b>第四节 三铰拱 .....</b>	<b>88</b>
一、拱的受力特点 .....	88
二、三铰拱在竖向荷载下的计算公式 .....	88
三、拱的合理轴线 .....	89
四、例题解析 .....	90
五、练习题 .....	95
六、练习题答案 .....	95
<b>第三章 静定结构的影响线 .....</b>	<b>96</b>
一、基本概念 .....	96
二、绘制影响线的方法 .....	96
三、影响线的应用 .....	98
四、例题解析 .....	100
五、练习题 .....	123
六、练习题答案 .....	126
<b>第四章 静定结构的位移计算 .....</b>	<b>130</b>
一、虚功原理 .....	130
二、各种情况下位移的计算 .....	132
三、图乘法公式及其应用条件 .....	136
四、互等定理 .....	137
五、例题解析 .....	138
六、练习题 .....	152
七、练习题答案 .....	154
<b>第五章 力法 .....</b>	<b>156</b>
一、超静定结构总论 .....	156
二、力法的计算方法 .....	157
三、对称性的利用 .....	163
四、几个有用的结论 .....	170
五、用力法计算超静定结构的位移 .....	172
六、超静定结构的校核 .....	173
七、例题解析 .....	174
八、练习题 .....	228
九、练习题答案 .....	234
<b>第六章 位移法 .....</b>	<b>238</b>
一、位移法的基本思路 .....	238
二、位移法的基本未知量 .....	239

三、位移法方程及解题步骤 .....	240
四、简化计算方法 .....	240
五、支座位移和温度改变时的计算 .....	242
六、位移法计算超静定结构的位移 .....	242
七、几个值得注意的问题 .....	242
八、力法与位移法的比较 .....	250
九、例题解析 .....	250
十、练习题 .....	306
十一、练习题答案 .....	311
<b>第七章 渐近法及超静定力的影响线</b> .....	316
一、基本概念 .....	316
二、力矩分配法的基本思路 .....	318
三、力矩分配法与位移法的比较 .....	321
四、无剪力分配法 .....	321
五、超静定力的影响线 .....	321
六、例题解析 .....	322
七、练习题 .....	341
八、练习题答案 .....	343
<b>第八章 矩阵位移法</b> .....	345
一、基本概念 .....	345
二、计算公式 .....	347
三、不同的坐标系对矩阵位移法的计算有何影响 .....	350
四、不需坐标变换或虽需变换但可采用特殊单元刚度矩阵以减少计算工作量的 几种情况 .....	351
五、矩形刚架忽略轴向变形时形成整体刚度矩阵的简便方法 .....	352
六、弹性支座的处理 .....	354
七、例题解析 .....	354
八、练习题 .....	380
九、练习题答案 .....	382
<b>第九章 结构的动力计算</b> .....	384
一、弹性体系的自由度 .....	384
二、单自由度体系的自由振动 .....	384
三、单自由度体系的强迫振动 .....	385
四、阻尼对振动的影响 .....	387
五、多自由度体系的自由振动 .....	388
六、多自由度体系的强迫振动 .....	390
七、对称性利用 .....	390
八、弹簧(支座)的计算 .....	390

九、主振型的正交性 .....	391
十、例题解析 .....	392
十一、练习题 .....	423
十二、练习题答案 .....	427
<b>第十章 结构的塑性分析与极限荷载</b> .....	<b>429</b>
一、基本概念 .....	429
二、基本理论 .....	430
三、分析方法 .....	431
四、注意点 .....	431
五、例题解析 .....	432
六、练习题 .....	443
七、练习题答案 .....	443
<b>第十一章 结构的稳定计算</b> .....	<b>445</b>
一、基本概念 .....	445
二、确定临界荷载的方法 .....	446
三、例题解析 .....	447
四、练习题 .....	461
五、练习题答案 .....	462
<b>参考文献</b> .....	<b>463</b>

# 第一章



## 结构的几何构造分析

### 一、基本概念

1. 几何不变体系、几何可变体系、常变体系、瞬变体系的概念及其相互关系

(1) 几何不变体系。在不考虑材料应变的条件下，几何形状和位置保持不变的体系。几何不变体系可以分为无多余约束的几何不变体系（静定结构）和有多余约束的几何不变体系（超静定结构）。

(2) 几何可变体系。在不考虑材料应变的条件下，几何形状和位置可以改变的体系，包括常变体系和瞬变体系。

(3) 常变体系。如果一个几何可变体系可以发生大位移，则称为几何常变体系。几何常变体系绝大多数情况下都缺少必要约束，但少数情况下即使不缺少必要约束也可以组成几何常变体系。例如，图 1-1 (a)、(c) 中，刚片 I、II 之间均由三根链杆相连，不缺少必要约束，但图 1-1 (a) 中三链杆平行等长，图 1-1 (c) 中三链杆交于一实铰，这两种体系都能发生很大的位移，是几何常变体系，发生位移后的情形见图 1-1 (b)、(d)。

(4) 瞬变体系。本来是几何可变体系，经过微小位移后又成为几何不变的体系。其特点是：①不缺少必要的约束，但约束的布置不合理，当发生微小位移后，约束的布置变得合理，就成为几何不变体系。②在发生微小位移时，体系具有自由度，约束没有全部起到减少自由度的作用，因此瞬变体系至少有一个多余约束。例如，如图 1-2 (a)、(c) 中，均不缺少必要约束，发生微小位移后，三链杆不再交于一点 [见图 1-2 (b)、(d)]，故原体系为有一个多余约束的几何瞬变体系。③瞬变体系是不能作为结构的，原因是即使在很小的荷载作用下，也会产生很大的内力。

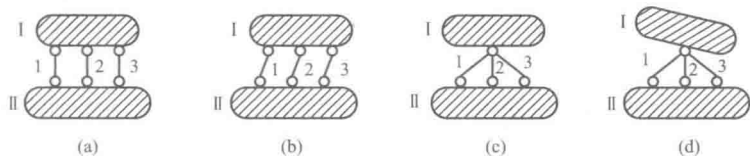
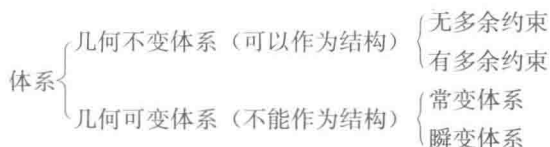


图 1-1

几何不变体系、几何可变体系、常变体系、瞬变体系的相互关系：



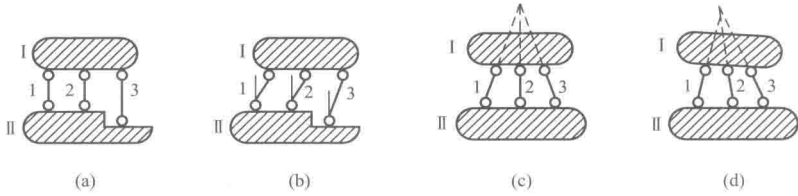


图 1-2

读者需要注意,本章用“体系”两字而不是用“结构”。因为在未经几何分析之前,还无法确定一个体系是可变还是不变,只有几何不变体系才能作为结构。有些题目“对图示结构做几何构造分析”,读者应该知道这样的说法是不严谨的。

## 2. 瞬铰 (或虚铰)

(1) 瞬铰的概念。用两根链杆连接两个刚片时,这两根链杆的约束作用相当于一个单铰,该铰的位置在两杆的交点,称这种铰为瞬铰 (或虚铰)。两根平行链杆所起的约束作用相当于无穷远处的瞬铰。

注意:两根链杆只有同时连接两个相同的刚片,才能看成瞬铰。例如:图 1-3 (a) 中的铰  $O$  不是瞬铰,因为链杆 1 连接刚片 I 和 III,而链杆 2 连接刚片 II 和 III,即两根链杆连接的不是相同的两个刚片,因此铰  $O$  不是瞬铰;图 1-3 (b) 中的铰  $O$  则是瞬铰,因为刚片 I、II 和链杆 3 组成一更大的刚片 IV,即杆 1 和 2 连接的都是刚片 III 和 IV,因此铰  $O$  是瞬铰。

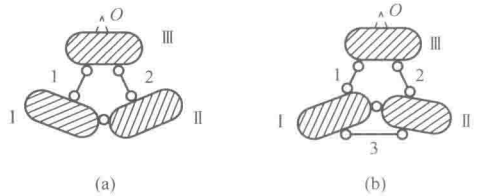


图 1-3

(2) 无穷远处的瞬铰。体系中如有无穷远的瞬铰,在几何组成分析时,可采用影射几何中关于无穷点和无穷线的结论:

1) 每个方向都有且只有一个无穷远点 (即该方向各平行线的交点); 不同方向有不同的无穷远点。

2) 各方向的无穷远点都在一条广义直线 (无穷线) 上。

3) 有限点都不在无穷线上。

**【例 1-1】** 试利用无穷远瞬铰的概念,分析图 1-4 (a)~(e) 所示各体系的几何构造。

**解** (1) 图 1-4 (a)。用三刚片规律。刚片 I、II、III 分别由不同方向的无穷远处的瞬铰  $A$ 、 $B$ 、 $C$  两两相连,根据前述结论 2) 可得,  $A$ 、 $B$ 、 $C$  三点都在同一条无穷线上,三点共线,故该体系为有一个多余约束的几何瞬变体系。

(2) 图 1-4 (b)。刚片 I、II 和 I、III 分别由无穷远处的瞬铰  $A$ 、 $B$  相连,由于铰  $A$  和铰  $B$  为同方向的无穷远点,根据结论 1), 两点其实是一点,因此该点与连接刚片 II、III 的铰  $C$  共线,三点共线,所以该体系为几何瞬变体系,有一个多余约束。

注意:本题中如果组成无穷远瞬铰的四根链杆平行且等长,同时四根杆都是从刚片 I 向同侧连出 (本题是向上),则体系为有一个多余约束的几何常变体系 (原因是此时形成了平行四边形,可以发生较大位移)。还应注意,如果四根杆虽然平行且等长,但是从同一刚片的不同侧连出,则仍为瞬变体系。例如,图 1-4 (f) 中,四杆从刚片 I 的不同侧连出 (两

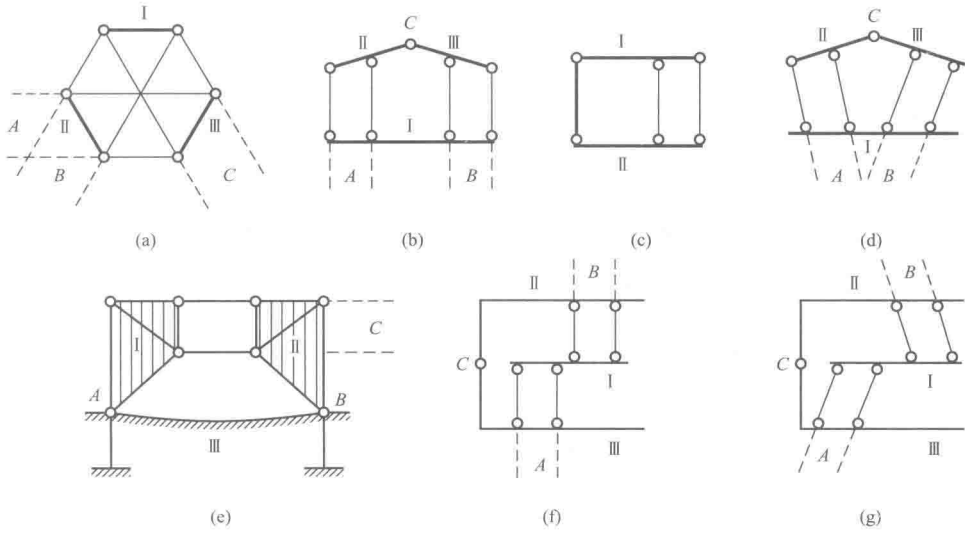


图 1-4

根向上，两根向下），是瞬变体系，原因是当刚片 I 发生微小的水平位移后，四杆不再都平行，三铰也就不再共线，见图 1-4 (g)。

(3) 图 1-4 (c)。用两刚片规律分析，刚片 I、II 由三根平行链杆相连，三杆在无穷远处交于一点，本题由于三杆等长，组成有一个多余约束的几何常变体系。注意：本题中若三杆不等长，则组成有一个多余约束的几何瞬变体系。

(4) 图 1-4 (d)。刚片 I、II、III 分别由铰 C 和无穷远处的瞬铰 A、B 两两相连，因为 A、B 不同方向，所以其连线是一条无穷线，而点 C 是有限点，根据结论——有限点都不在无穷线上，可知三铰不共线，体系为无多余约束的几何不变体系。

(5) 图 1-4 (e)。三刚片分别由实铰 A、B 和无穷远处的虚铰 C 两两相连，A、B 连线水平，与组成虚铰 C 的两杆平行，故三铰共线，体系为有一个多余约束的几何瞬变体系。

注意：本题中如果 A、B 两铰的连线与组成虚铰 C 的两杆平行且等长，则组成的体系为有一个多余约束的几何常变体系。

### 3. 二元体

二元体是指由两根不在同一直线上的链杆连接一个新结点的装置，如图 1-5 中的 ABC。其特点是在原体系上增加或去掉一个二元体，不改变原体系的自由度数，也不会改变原体系的几何构造特性。原因是 [见图 1-5 (d)]：起初结点 B 相对于基础刚片有两个自由度，而两根链杆 AB、BC 相当于两个约束，可以减少两个自由度，故增加 ABC 部分后与基础刚片相比自由度没有增减，也就不改变基础刚片的特性。但 A、B、C 三点不应共线，否则就不能称为二元体。

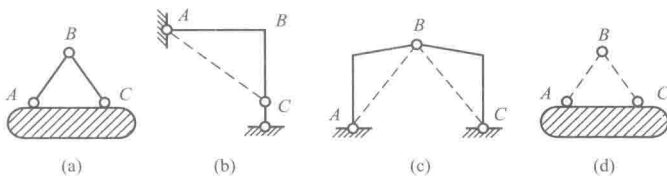


图 1-5

注意：二元体的三个结点都必须都是铰接，例如，图 1-6 (b) 中的  $CEB$  部分是二元体，而图 1-6 (a) 中的  $CEB$  部分不是二元体，区别仅在于  $C$  结点的连接方式不同。

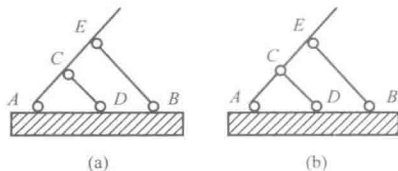


图 1-6

去掉二元体是体系的拆除过程，应从体系的周边开始进行，而增加二元体是体系的组装过程，应从一个基本刚片开始。

## 二、平面几何不变体系的组成规律及灵活运用

### 1. 基本规律

规律 1 一个刚片与一点用两根链杆相连，且三铰不共线，则组成无多余约束的几何不变体系。

规律 2 两个刚片用一铰和一链杆相连，且三铰不共线，则组成无多余约束的几何不变体系。

规律 3 三个刚片用三铰两两相连，且三铰不共线，则组成无多余约束的几何不变体系。

规律 4 两个刚片用三根链杆相连，且三根链杆不交于一点，则组成无多余约束的几何不变体系。

规律 5 二元体规律（具体叙述见“二元体”中的内容）。

上述规律中，规律 3、4、5 最为常用。

### 2. 灵活应用

(1) 对能用二元体分析的体系，有时可以从一个基本刚片（如基础或基本三角形）出发，依次增加二元体，形成扩大的刚片，再选择适当的规律分析；有时也可以先去掉二元体，使原体系简化，再用其他规律分析。

(2) 若某体系用不交于一点的三根链杆与基础相连，则可以先分析该体系本身，再与基础一起分析（详见【例 1-20】）；但当体系与基础之间的链杆为四根时，通常需把基础看成一个刚片，再在体系中寻找出两个刚片，用三刚片规律分析（详见【例 1-24】）；若体系与基础间的链杆多于四根，此时体系的组成可能比较复杂，可以考虑先扩大基础（详见【例 1-44】）。但也不能一概而论，应注意具体问题具体分析。

(3) 基本规律中提到的“铰”，可以是实铰，也可以是瞬铰。

(4) 必要时，链杆可以看成刚片，刚片也可以看成链杆（详见【例 1-47】），且一种形状的刚片可以化成另一种形状的刚片（详见【例 1-49】）。

(5) 有的体系可以用多个规律分析出结果，而有的只能用某一个规律分析。三刚片规律是通用的规律。

注意：①刚片必须是内部几何不变的部分，图 1-7 中把  $EFGD$  取作刚片是错误的，因为它是几何可变的，不能看作刚片；

②在得出结论时，不仅应写明体系的几何

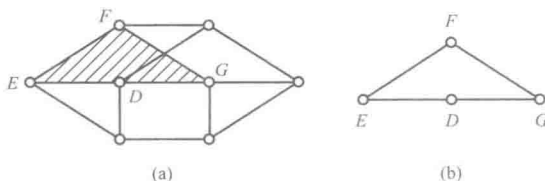


图 1-7



构造特性，还应写明有几个多余约束。

### 三、平面杆件体系的计算自由度 $W$

1. 确定计算自由度的方法、注意事项及应用原则

(1) 取刚片为对象，结点和链杆为约束，则

$$W = 3 \times \text{刚片总数} - (3 \times \text{单刚结点个数} + 2 \times \text{单铰结点个数} + \text{单链杆数})$$

(2) 取结点为对象，链杆为约束，则

$$W = 2 \times \text{结点总数} - \text{单链杆个数}$$

(3) 混合法：取一部分刚片和自由的结点作为对象，另一部分结点和杆件为约束，则

$$W = (3 \times \text{取作对象的刚片数} + 2 \times \text{取作对象的结点数}) - (3 \times \text{看作约束的单刚结点个数} + 2 \times \text{看作约束的单铰结点数} + \text{看作约束的单链杆数})$$

注意：①在确定约束数时，应先把复约束化成单约束 [ $n$  个刚片间的结合相当于  $(n-1)$  个单结合]；②若刚片本身是闭合的，则还应减去其内部的多余约束。

上述三种计算方法的应用原则：①为减少计算量，选择刚片时应尽可能选择大刚片；②当体系为铰接链杆体系（完全由两端铰接的杆件组成的体系称为铰接链杆体系）时，用第二种方法比较简单，而含有组合结点的体系用第一种和第三种方法都可以。

【例 1-2】 计算图 1-8 (a)、(b) 所示体系的计算自由度。

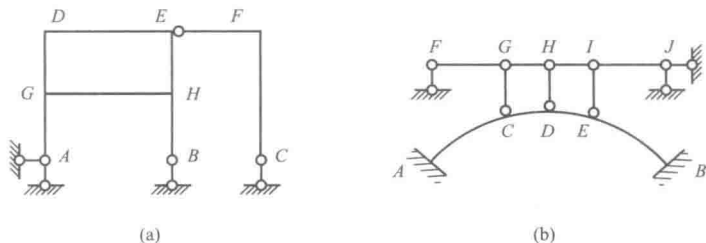


图 1-8

解 (1) 图 1-8 (a)，用第一种方法计算简便。根据尽可能选择大刚片的原则，选择由点  $AGDEHB$  包围的带闭合框的部分为一个刚片， $EFC$  为另一刚片，则刚片数等于 2，且第一个刚片的内部约束数是 3；结点  $E$  连接两个刚片，是单铰结点；最后还有 4 根单链杆与基础相连。因此， $W = 3 \times 2 - 3 - 1 \times 2 - 4 = -3$ 。

(2) 图 1-8 (b)，用混合法计算简便。取  $ACDEB$  为自由刚片对象， $F$ 、 $G$ 、 $H$ 、 $I$ 、 $J$  为自由结点对象（注意： $C$ 、 $D$ 、 $E$  三点处的铰不能再看作自由结点，因为它们已被固定于刚片），则刚片  $ACDEB$  用两个固定支座与基础相连，约束数为 6；结点  $F$ 、 $G$ 、 $H$ 、 $I$ 、 $J$  用 10 根链杆分别连于基础和刚片，约束数为 10，则

$$W = 1 \times 3 + 2 \times 5 - 6 - 10 = -3$$

2. 由计算自由度得出的结论

(1) 若  $W > 0$ ，则体系缺乏必要的约束，是几何常变的。注意：若所分析的体系没有与基础相连，应将计算出的  $W$  减去 3，如果仍大于零，才可判断体系为几何常变，否则内部不一定是几何常变，详见【例 1-3】。

(2) 若  $W = 0$ ，则体系具有保证几何不变所需的最少约束数，此时若无多余约束则为几

何不变, 若有多余约束则为几何可变。

(3) 若  $W < 0$ , 则体系具有多余约束。

$W \leq 0$  是保证体系为几何不变的必要条件, 而非充分条件。

利用以上结论对体系作几何构造分析, 是一种除三角形规律之外的辅助分析方法。

**【例 1-3】** 分析图 1-9 所示体系的几何构造。

**解** 该体系的计算自由度  $W = 2 \times 8 - 12 = 4$ , 由于体系没有与基础相连, 其本身在平面内就有 3 个自由度, 应将计算自由度 4 减去 3 之后再判断是否大于零。  $4 - 3 = 1 > 0$ , 故原体系是几何常变体系。

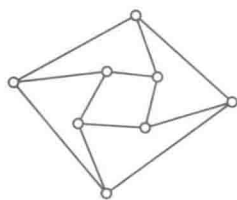


图 1-9

#### 四、对体系做几何构造分析的其他方法

1. 计算自由度法 (偶尔使用)

该法详见【例 1-3】。

2. 零载法 (目前基本不使用)

(1) 基本原理。对  $W = 0$  的体系, 如果是几何不变的, 则为静定结构, 当外荷载为零时, 它的全部内力都为零; 反之, 如果是几何可变的, 则当外荷载为零时, 它的某些内力可以不为零。

(2) 用零载法判断体系几何性质的步骤。先假设某反力或内力为  $X \neq 0$ , 求解各杆的内力与  $X$  的关系, 若能根据平衡条件求出  $X = 0$ , 则体系是几何不变的, 否则为几何可变。

(3) 零载法的适用条件。零载法只适用于  $W = 0$  的体系, 而且只能区别体系是可变与不变, 不能区别常变与瞬变。

**【例 1-4】** 试用零载法判断图 1-10 (a) 所示体系的几何不变性。

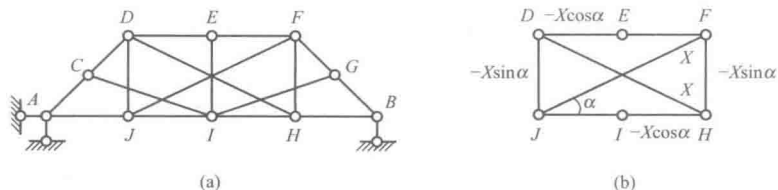


图 1-10

**解** 体系的计算自由度  $W = 2 \times 10 - 20 = 0$ , 所以可以用零载法来检验。

易知, 在零荷载下, 支座反力为零, 并可得, 杆  $EI$ 、 $CI$ 、 $IG$ 、 $AC$ 、 $CD$ 、 $AJ$ 、 $BG$ 、 $FG$ 、 $BH$  均为零杆, 余下部分见图 1-10 (b)。

设  $F_{NDH} = X$ , 由结点平衡可求出各杆轴力。无论  $X$  取何值, 都能满足平衡方程, 因此, 该体系是几何可变体系。

#### 五、例题解析

(一) 基本概念

**【例 1-5】** 判断题。仅用静力平衡方程即可确定全部反力和内力的体系是几何不变体