



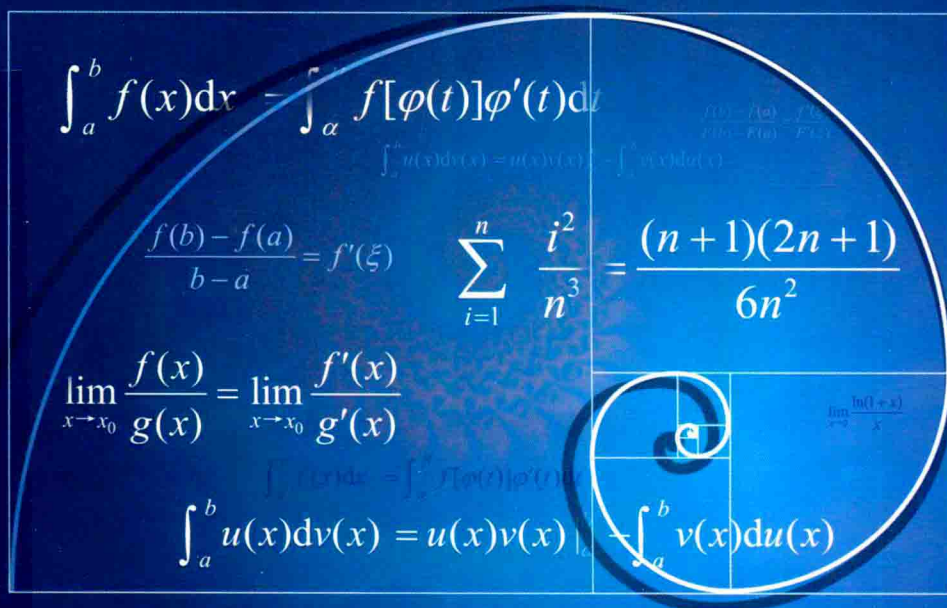
普通高等教育“十二五”规划教材 [公共必修课系列]

高等数学

(经济管理类)

◆ 吴秋明 主编

◆ 毛节煌 曾平平 副主编



电子工业出版社
PUBLISHING HOUSE OF ELECTRONICS INDUSTRY
<http://www.phei.com.cn>

普通高等教育“十二五”规划教材公共必修课系列

高等数学

(经济管理类)

吴秋明 主 编

毛节煌 曾平平 副主编

電子工業出版社

Publishing House of Electronics Industry

北京·BEIJING

内 容 简 介

本书根据高等职业教育经济管理类学生的高等数学（经济数学）基础课程教学基本要求，结合编者多年教学实践，再综合编者长期教学改革和探索进行编写，力求体现职业教育经济管理类专业的特点，体现数学素养和数学应用能力的培养。

本书共 8 章，内容包括函数与极限，导数与微分，微分中值定理及其应用，不定积分，定积分，定积分的应用，向量与空间解析几何初步，线性代数初步等内容。

本书适合作为高等职业教育经济管理类、财经类和信息类专业教材，亦可作为普通高等学校文科类教材。

未经许可，不得以任何方式复制或抄袭本书之部分或全部内容。

版权所有，侵权必究。

图书在版编目（CIP）数据

高等数学：经济管理类 / 吴秋明主编. —北京：电子工业出版社，2014.9

（普通高等教育“十二五”规划教材·公共必修课系列）

ISBN 978-7-121-24126-0

I. ①高… II. ①吴… III. ①高等数学—高等学校—教材 IV. ①O13

中国版本图书馆 CIP 数据核字（2014）第 191723 号

策划编辑：徐建军（xujj@phei.com.cn）

责任编辑：郝黎明

印 刷：三河市双峰印刷装订有限公司

装 订：三河市双峰印刷装订有限公司

出版发行：电子工业出版社

北京市海淀区万寿路 173 信箱 邮编 100036

开 本：720×1 000 1/16 印张：10.75 字数：275 千字

版 次：2014 年 9 月第 1 版

印 次：2014 年 9 月第 1 次印刷

印 数：3 000 册 定价：28.00 元

凡所购买电子工业出版社图书有缺损问题，请向购买书店调换。若书店售缺，请与本社发行部联系，联系及邮购电话：（010）88254888。

质量投诉请发邮件至 zlts@phei.com.cn，盗版侵权举报请发邮件至 dbqq@phei.com.cn。

服务热线：（010）88258888。

前言

《《《《《 PREFACE

高等数学是经济管理类专业的一门基础课程。学好高等数学对于学生学习专业知识是必不可少的。同时数学也能锻炼人的思维，提高人们看问题的观点和深度。这个观点对高职高专的学生同样适用，用微积分的知识和观点看待经济学、管理学的内容会深刻很多。最近国务院与教育部出台了《国务院关于加强现代职业教育的决定》，要打通从中职、高职到研究生的通道。打通这个通道很重要的一个环节就是数学的教育。基于这些原因，本人写了这本针对高职高专学生的《高等数学》教材，面向对象主要是经管类和信息类高职高专学生。

针对高职高专学生的特点，本书降低了数学的理论要求，基本上去除了极限与导数理论中过于抽象与严格的内容，使课本内容更适合高职高专学生学习。同时，对于导数的概念的理解，按照高职学生的基础和理解能力进行了优化。在计算难度上与其他教材相比有较大的降低。另外，针对中职学生中学数学的知识基础，本书对中职与高职的知识差距进行了补偿。尽量使中职学生到大专学习数学没有困难。

本人从事高等数学教学工作多年，最近终于下决心写一本高等数学方面的书，把自己在高职从事数学教育多年的经验和心得以教材的方式写出来。

在第一章函数中，本书介绍了函数的概念与性质、各类基本初等函数与初等函数的定义。考虑到中职学生的特点，本书对三角函数与反三角函数进行了一个比较详细的介绍，使之前没有接触过这些函数的学生也能在较短时间内掌握这些知识点。在极限的概念中，本书首先采用了描述性的定义，再通过例子让学生逐步加深对极限的概念的理解，尽量避免极限概念的过度抽象化以及对专科生来说定义过于逻辑理论化。

在第二章导数中，本书根据中职学生的特点，首先通过变化率来引入导数的概念并作为导数的理解核心，再引入速度与导数的关系，进而讨论导数的几何意义，最后解决经济学中的边际与导数的关系，这样安排使一般中职基础的学生以及基础较差的普高学生都能理解导数的含义。这样安排后，同学们再学习本章导数的系统理论，以及各类求导法则就不至于十分枯燥。

在导数的应用这一章中，本书先从一般的应用再转入经济学中的应用，这样可以降低学生的理解难度。最后在函数的凹向与拐点中引入经济学中的应用，使学生

对数学在经济学中的应用有较深的理解与体会。

在不定积分这一章中，本书尽量简化了计算，着重强调最基本的计算，要进一步学习的积分技巧安排在了习题中。在不增加书本难度的同时，本书尽量保证各类学生的需要。

对于定积分这一章，在定积分的概念引入方面，从面积入手，让同学们避免过于纠结定积分的定义，同时通过明确定积分与面积的关系来加深对定积分的理解。出于知识体系的要求，本书还系统介绍了微积分基本定理。同学们刚开始学习时只要记牢微积分基本公式（牛顿—莱布尼茨公式）即可达到最基本的数学要求。

微元法是微积分思想中十分重要的一环，本书作了细致的讲述。定积分的各类应用都包含在这一思想中。

最后本书还介绍了向量与空间解析几何的基本知识，以及线性代数的最初步理论。

本书尽量通过最简洁的方式向大家介绍高等数学的基本知识与思想，希望通过本课程的学习能让大家有所收获。

本书由浙江金融职业学院信息技术系数学教研室组织教师编写，由吴秋明担任主编，毛节煌、曾平平担任副主编。全书主要由吴秋明组织编写，同时，毛节煌和曾平平对稿件进行了修改和完善。在本书的编写过程中得到了浙江金融职业学院和信息技术系各级领导的大力支持，在此一并表示感谢！

为了方便教师教学，本书配有电子教学课件及相关资源，请有此需要的教师登录华信教育资源网（www.hxedu.com.cn）注册后免费进行下载，如有问题可在网站留言板留言或与电子工业出版社（E-mail:hxedu@phei.com.cn）联系。

由于编者水平有限，书中错误疏漏之处在所难免，望广大读者和同行专家批评指正。

编 者

反侵权盗版声明

电子工业出版社依法对本作品享有专有出版权。任何未经权利人书面许可，复制、销售或通过信息网络传播本作品的行为，歪曲、篡改、剽窃本作品的行为，均违反《中华人民共和国著作权法》，其行为人应承担相应的民事责任和行政责任，构成犯罪的，将被依法追究刑事责任。

为了维护市场秩序，保护权利人的合法权益，我社将依法查处和打击侵权盗版的单位和个人。欢迎社会各界人士积极举报侵权盗版行为，本社将奖励举报有功人员，并保证举报人的信息不被泄露。

举报电话：(010) 88254396; (010) 88258888

传 真：(010) 88254397

E-mail: dbqq@phei.com.cn

通信地址：北京市万寿路 173 信箱

电子工业出版社总编办公室

邮 编：100036

目录

CONTENTS

第一章 函数与极限	(1)
第一节 函数	(1)
一、函数的定义与性质	(1)
二、函数的表达	(1)
三、基本初等函数与其性质	(1)
四、初等函数	(4)
五、分段函数	(4)
六、有界函数	(5)
七、经济中的函数	(5)
习题 1-1	(6)
第二节 函数的极限	(7)
习题 1-2	(9)
第三节 极限的四则运算与性质	(10)
一、极限的四则运算	(10)
二、函数极限的性质	(12)
习题 1-3	(14)
第四节 无穷小、无穷大和两个重要极限	(15)
一、无穷小与无穷大	(15)
二、极限存在定理	(17)
三、两个重要极限	(17)
四、无穷小的阶的比较	(19)
五、未定式的极限	(20)
习题 1-4	(20)
第五节 函数的连续性	(21)
一、连续的定义	(21)
二、间断点的类型	(23)
三、连续函数的性质	(23)
习题 1-5	(24)

第二章 导数	(25)
第一节 导数的定义与含义	(25)
一、导数的定义	(25)
二、导数的基本含义	(26)
三、导数的物理学含义	(27)
四、导数的几何意义	(28)
五、边际与导数	(29)
习题 2-1	(30)
第二节 导数的运算与公式	(31)
一、函数的四则运算求导法则	(31)
二、导数公式	(32)
三、复合函数求导法则	(33)
习题 2-2	(35)
第三节 隐函数的导数与高阶导数	(37)
一、隐函数求导	(37)
二、对数求导法	(38)
三、高阶导数	(39)
习题 2-3	(40)
第四节 微分与近似计算	(41)
一、微分	(41)
习题 2-4	(44)
第三章 导数的应用	(45)
第一节 微分中值定理	(45)
习题 3-1	(47)
第二节 洛必达法则	(47)
习题 3-2	(50)
第三节 函数的单调性、极值与最值	(51)
一、函数的单调性	(51)
二、函数的极值	(53)
三、最大值与最小值	(55)
习题 3-3	(56)
第四节 函数的凹向与拐点	(58)
一、曲线的凹凸性与拐点	(58)
习题 3-4	(60)
第五节 函数图形的描绘	(60)

一、渐近线	(60)
二、函数图形的描绘	(62)
习题 3-5	(65)
第四章 不定积分	(67)
第一节 不定积分的概念与性质	(67)
一、原函数与不定积分	(67)
二、不定积分的基本性质	(69)
三、不定积分的计算性质	(71)
习题 4-1	(73)
第二节 凑微分法	(73)
一、凑微分法(积分第一换元法)	(74)
二、各类凑微分公式	(75)
习题 4-2	(78)
第三节 积分第二换元法	(81)
一、被积函数形如 $f(\sqrt[n]{ax+b}, x)$	(81)
二、三角换元法	(82)
三、其它换元法	(83)
习题 4-3	(83)
第四节 分部积分法	(85)
习题 4-4	(89)
第五章 定积分	(91)
第一节 定积分的概念与性质	(91)
一、曲边三角形与曲边梯形的面积	(91)
二、定积分的定义	(92)
三、定积分的性质	(93)
习题 5-1	(94)
第二节 微积分基本公式	(95)
一、变上限函数	(95)
二、微积分基本定理(牛顿—莱布尼茨定理)	(96)
三、牛顿—莱布尼茨公式	(96)
习题 5-2	(98)
第三节 定积分的换元积分法与分部积分法	(99)
一、定积分的换元法	(99)
二、定积分的分部积分法	(101)
习题 5-3	(101)

第四节 反常积分·····	(103)
一、积分区间无限时的反常积分·····	(103)
二、无界函数的反常积分·····	(105)
习题 5-4·····	(106)
第六章 定积分的应用 ·····	(108)
第一节 定积分的微元法·····	(108)
第二节 定积分与面积·····	(109)
习题 6-2·····	(111)
第三节 旋转体的体积·····	(112)
习题 6-3·····	(113)
第四节 定积分在物理和经济学上的应用·····	(113)
一、物理学上的应用·····	(113)
二、经济学上的应用·····	(114)
习题 6-4·····	(115)
第五节 定积分的其他应用·····	(116)
一、平均值·····	(116)
二、一般曲线的弧长·····	(117)
习题 6-5·····	(118)
第七章 向量与空间解析几何初步 ·····	(119)
第一节 向量及其性质·····	(119)
一、向量的概念·····	(119)
二、向量的线性运算·····	(120)
第二节 空间直角坐标系·····	(121)
一、空间直角坐标系·····	(121)
二、空间点的坐标·····	(123)
三、空间直角坐标系中特殊的点、线、面·····	(123)
习题 7-2·····	(123)
第三节 空间中向量的表示、方向角与方向余弦·····	(124)
一、空间中向量的表示·····	(124)
二、空间中向量的分解·····	(124)
三、方向角与方向余弦·····	(126)
四、向量在轴上的投影·····	(127)
习题 7-3·····	(128)
第四节 向量的数量积与矢量积·····	(129)
一、两向量的数量积·····	(129)

二、两向量的向量积·····	(131)
习题 7-4·····	(133)
第五节 平面及其方程·····	(134)
一、平面的点法式方程·····	(134)
二、平面的一般方程·····	(135)
三、两平面的夹角·····	(136)
习题 7-5·····	(139)
第六节 空间直线及其方程·····	(139)
一、空间直线的一般方程·····	(139)
二、空间直线的点向式方程与参数方程·····	(140)
三、两直线的夹角·····	(141)
四、直线与平面的夹角·····	(142)
习题 7-6·····	(143)
第八章 线性代数初步 ·····	(144)
第一节 行列式的概念与性质·····	(144)
一、二阶与三阶行列式·····	(144)
二、 n 阶行列式的概念·····	(145)
三、行列式的性质·····	(147)
四、行列式的计算·····	(148)
习题 8-1·····	(149)
第二节 克莱姆法则·····	(150)
一、克莱姆法则·····	(150)
二、齐次线性方程组·····	(151)
习题 8-2·····	(152)
第三节 矩阵的概念与运算·····	(152)
一、矩阵的概念·····	(152)
二、矩阵的运算·····	(154)
习题 8-3·····	(156)
第四节 矩阵的初等变换与矩阵的秩·····	(156)
一、矩阵的初等行变换·····	(156)
二、矩阵的秩·····	(157)
三、逆矩阵·····	(159)
习题 8-4·····	(160)

第一章 函数与极限

第一节 函数

函数是微积分主要的讨论对象, 本节首先介绍函数的基本概念与性质, 然后介绍基本初等函数的性质, 并由基本初等函数生成初等函数, 初等函数是本课程主要研究与讨论的对象. 由于大部分知识中学时学过, 在此只做比较简单的介绍, 不进行深入讨论.

一、函数的定义与性质

定义 1 设 D 为一个非空数集, 如果对于任意 $x \in D$, 都存在唯一对应的数 y , 按照对应法则 f , 使 x 与 y 相对应, 则称 $f(x)$ 是定义在 $x \in D$ 上的函数, 记作 $y = f(x)$.

定理 1 若 $y = f(x)$, $x \in D$, $y \in B$ 是一个一一对应的函数, 则 $y = f(x)$ 有反函数, 记作 $x = f^{-1}(y)$, $y \in B$, $x \in D$.

二、函数的表达

表达一个函数有表达式法、图像法和表格法三种基本的表达方法.

1. 表达式法. 如一次函数可以用 $y = kx + b$ 来表示, 常用对数函数可以用 $y = \lg x$ 来表示, 表达式法是表达函数最常用的方法.

2. 图像法. 很多函数都能给出具体图像, 可以通过图像来表达一个函数. 用图像法表达的函数可以比较清楚的了解函数的性质.

3. 表格法. 很多函数关系可以通过表格的形式来表达, 如每个同学的身高、体重等, 通常用表格的形式来表达.

三、基本初等函数与其性质

常数函数 $y = c$ (c 为常数);

幂函数 $y = x^\alpha$ (α 是常数) (如图 1.1.1);

指数函数 $y = a^x$ (a 是常数, $a > 0$, $a \neq 1$) (如图 1.1.2).

幂的性质: $a^x b^x = (ab)^x$, $a^{-1} = \frac{1}{a}$, $\sqrt[n]{a} = a^{\frac{1}{n}}$.

对数函数 $y = \log_a x$ (a 是常数, $a > 0$, $a \neq 1$) (如图 1.1.3).

对数函数的性质: $\log_a 1 = 0$, $\log_a a = 1$, $\log_a (1/a) = -1$;

$$\log_a(xy) = \log_a x + \log_a y ;$$

$$\log_a(x/y) = \log_a x - \log_a y ;$$

$$\log_a b^x = x \log_a b .$$

换底公式: $\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a} .$

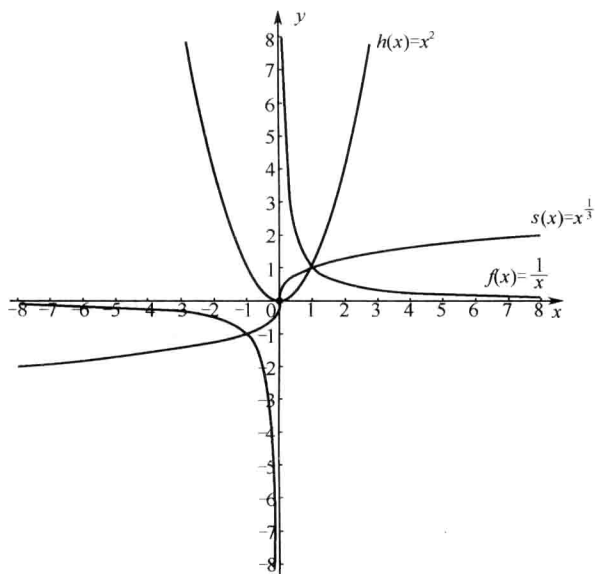


图 1.1.1

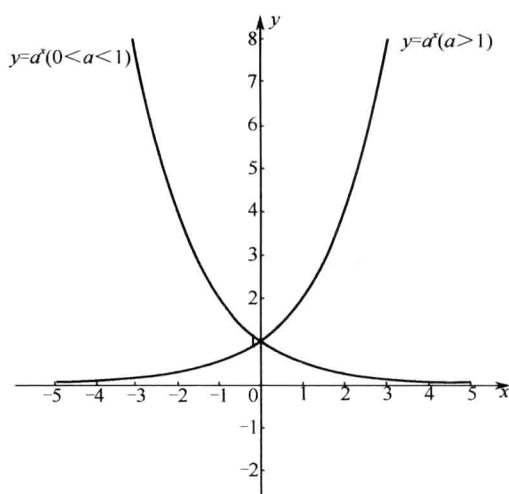


图 1.1.2

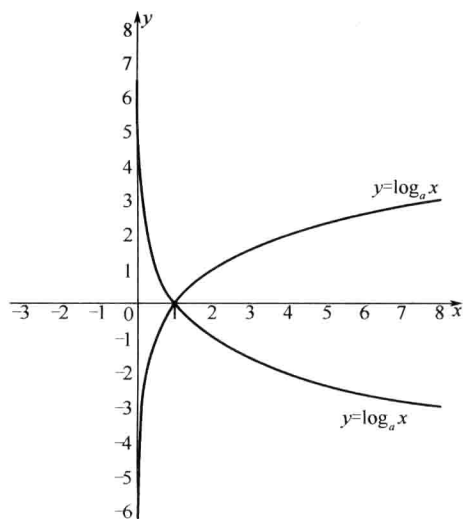


图 1.1.3

三角函数 $y = \sin x$, $y = \cos x$ (如图 1.1.4);
 $y = \tan x$, $y = \cot x$ (如图 1.1.5);
 $y = \sec x$, $y = \csc x$.

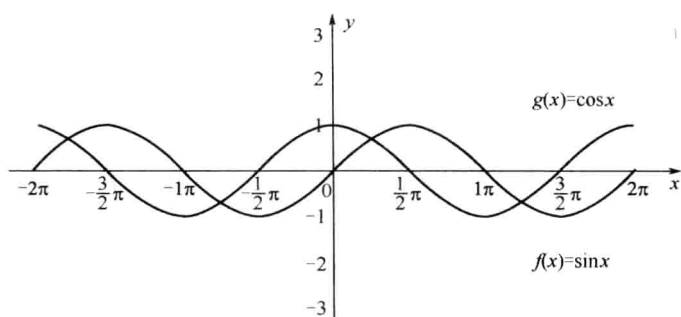


图 1.1.4

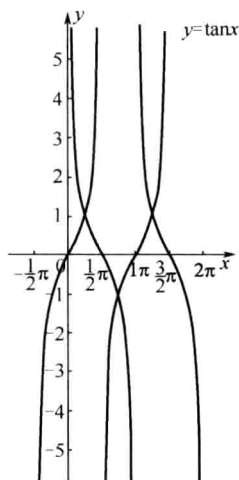


图 1.1.5

反三角函数 $y = \arcsin x$, $y = \arccos x$ (如图 1.1.6);
 $y = \arctan x$, $y = \operatorname{arccot} x$ (如图 1.1.7).

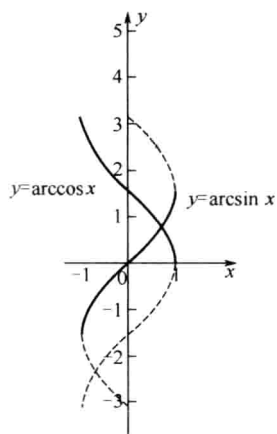


图 1.1.6

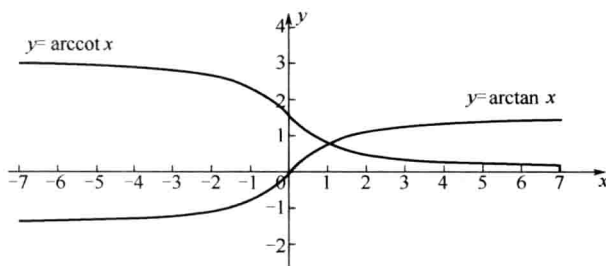


图 1.1.7

1. $y = \arcsin x$

考虑 $y = \sin x$, 当 $x \in \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$ 时, $y \in [-1, 1]$, 此时 x 与 y 一一对应, $y = \sin x$ 有

反函数 $x = \arcsin y$, $y \in [-1, 1]$, $x \in \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$, 通常写作 $y = \arcsin x$, $x \in [-1, 1]$, $y \in \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$.

2. $y = \arccos x$

考虑 $y = \cos x$, 当 $x \in [0, \pi]$ 时, $y \in [-1, 1]$, 此时 x 与 y 一一对应, 本函数有反函数, $x = \arccos y$, $y \in [-1, 1]$, $x \in [0, \pi]$, 通常写作 $y = \arccos x$, $x \in [-1, 1]$, $y \in [0, \pi]$.

3. $y = \arctan x$

考虑 $y = \tan x$, 当 $x \in \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$ 时, $y \in \mathbb{R}$, 此时 x 与 y 一一对应, 本函数有反函数, $x = \arctan y$, $y \in \mathbb{R}$ 时, $x \in \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$, 通常写作 $y = \arctan x$, $x \in \mathbb{R}$, $y \in \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$.

4. $y = \operatorname{arccot} x$

考虑 $y = \cot x$, 当 $x \in [0, \pi]$ 时, $y \in \mathbb{R}$, 此时 x 与 y 一一对应, 本函数有反函数, $x = \operatorname{arccot} y$, $y \in \mathbb{R}$ 时, $x \in [0, \pi]$, 通常写作 $y = \operatorname{arccot} x$, $x \in \mathbb{R}$, $y \in [0, \pi]$.

四、初等函数

定义 2 由基本初等函数经过有限次加、减、乘、除和复合得到的函数称为初等函数. 初等函数是本课程里学习的重点.

初等函数的性质: (1) 平常碰到的函数基本都是初等函数.

(2) 初等函数本质上就是一个由基本初等函数和加、减、乘、除写 (表达) 出来的用一个表达式表达的函数.

(3) 非初等函数比初等函数多很多, 非初等函数可在分段函数里找.

五、分段函数

由不同表达式分段表达出来的函数称为分段函数.

【例 1】 $y = \operatorname{sgn} x = \begin{cases} 1, & x > 0, \\ 0, & x = 0, \\ -1, & x < 0 \end{cases}$ 表达了 x 的符号, 称为 x 的符号函数.

【例 2】 设 x 为个人月收入 (非 12 月), y 为个人所得税函数, 也为分段函数 (7 级累进税率, 2012 年后实行的最新税率):

$$y = \begin{cases} 0, & 0 < x < 3500, \\ (x-3500) \cdot 3\%, & 3500 \leq x < 5000 \\ (x-3500) \cdot 10\% - 105, & 5000 \leq x < 8000 \\ (x-3500) \cdot 20\% - 555, & 8000 \leq x < 12500 \\ (x-3500) \cdot 25\% - 1005, & 12500 \leq x < 38500, \\ (x-3500) \cdot 30\% - 2705, & 38500 \leq x < 58500, \\ (x-3500) \cdot 35\% - 5505, & 58500 \leq x < 83500, \\ (x-3500) \cdot 45\% - 13505, & 83500 \leq x \end{cases}$$

六、有界函数

定义 3 对于 $y = f(x)$, 如果存在某正数 M , 对于任意 $x \in D$, 均有 $|f(x)| \leq M$, 那么, 称当 $x \in D$ 时, $y = f(x)$ 有界.

【例 3】 讨论下面函数是否有界: (1) $y = \frac{1}{x}$; (2) $y = \frac{1}{x}(x > 0)$;

(3) $y = \frac{1}{x}(x > 0.01)$; (4) $y = 100 \sin x + 10000$;

(5) $y = \sin \frac{1}{x}$.

解: (1) $y = \frac{1}{x}$ 无界; (2) $y = \frac{1}{x}(x > 0)$ 无界; (3) $y = \frac{1}{x}(x > 0.01)$ 有界;

(4) $y = 100 \sin x + 10000$ 有界; (5) $y = \sin \frac{1}{x}$ 有界.

七、经济中的函数

1. 需求函数

经济学中需求是指在一定的时期, 在一既定的价格水平下, 消费者愿意并且能够购买的商品数量. 需求函数是用来表示一种商品的需求数量和影响该需求数量的各种因素之间的相互关系的函数. 不考虑其他因素对需求的影响, 只研究需求与价格的关系, 我们有价格需求函数. 设 P 表示商品的价格, Q 表示需求量, 那么有 $Q = Q(P)$ (P 为自变量, Q 为因变量), 称为价格需求函数, 简称需求函数. 需求函数是商品价格 P 的一元函数.

通常价格越高, 需求越小, 需求函数 $Q = Q(P)$ 是 P 的单调减函数.

常见的需求函数有以下几种类型:

线性需求函数 $Q = b - aP$ ($a > 0, b > 0$);

二次需求函数 $Q = a - bP - cP^2 \quad (a > 0, b > 0, c > 0);$

二次方根需求函数 $Q = (a - \sqrt{P})/b \quad (a > 0, b > 0);$

指数需求函数 $Q = ae^{-bP} \quad (a > 0, b > 0).$

2. 供给函数

设 P 表示商品价格, S 表示供给量, 那么有 $S = S(P)$ (P 为自变量, S 为因变量), 称为供给函数.

一般供给随价格的增加而增加. 因而 $S = S(P)$ 单调增加.

3. 总成本函数

总成本函数是指商品的总成本和它的产量之间的关系, 总成本函数一般写成 $C = C(X)$, 这里 X 表示总产量为自变量, C 表示总本为因变量.

习题 1-1

试指出 1~5 题函数的定义域与值域.

1. $y = \sqrt{1-x}.$

2. $y = \ln x.$

3. $y = \sqrt{1-x^2}.$

4. $y = \arcsin \frac{1}{1-x}.$

5. $y = \arcsin \sqrt{1-x} + a.$

求 6~8 题函数的反函数.

6. $y = 2x + 1.$

7. $y = 2^x + 1.$

8. $y = 1 + \sin \frac{x+1}{x-1}.$

9. 已知 $f(\sin x) = \cos x, 0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}$, 求 $f(\cos x), 0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}.$

试指出 10~16 题初等函数的复合过程.

10. $y = 2^{\sin x}.$

11. $y = 2x + 1.$

12. $y = e^{-x}.$

13. $y = \sin 2x.$

14. $y = (2x + 1)^5.$

15. $y = \sin^2 x.$