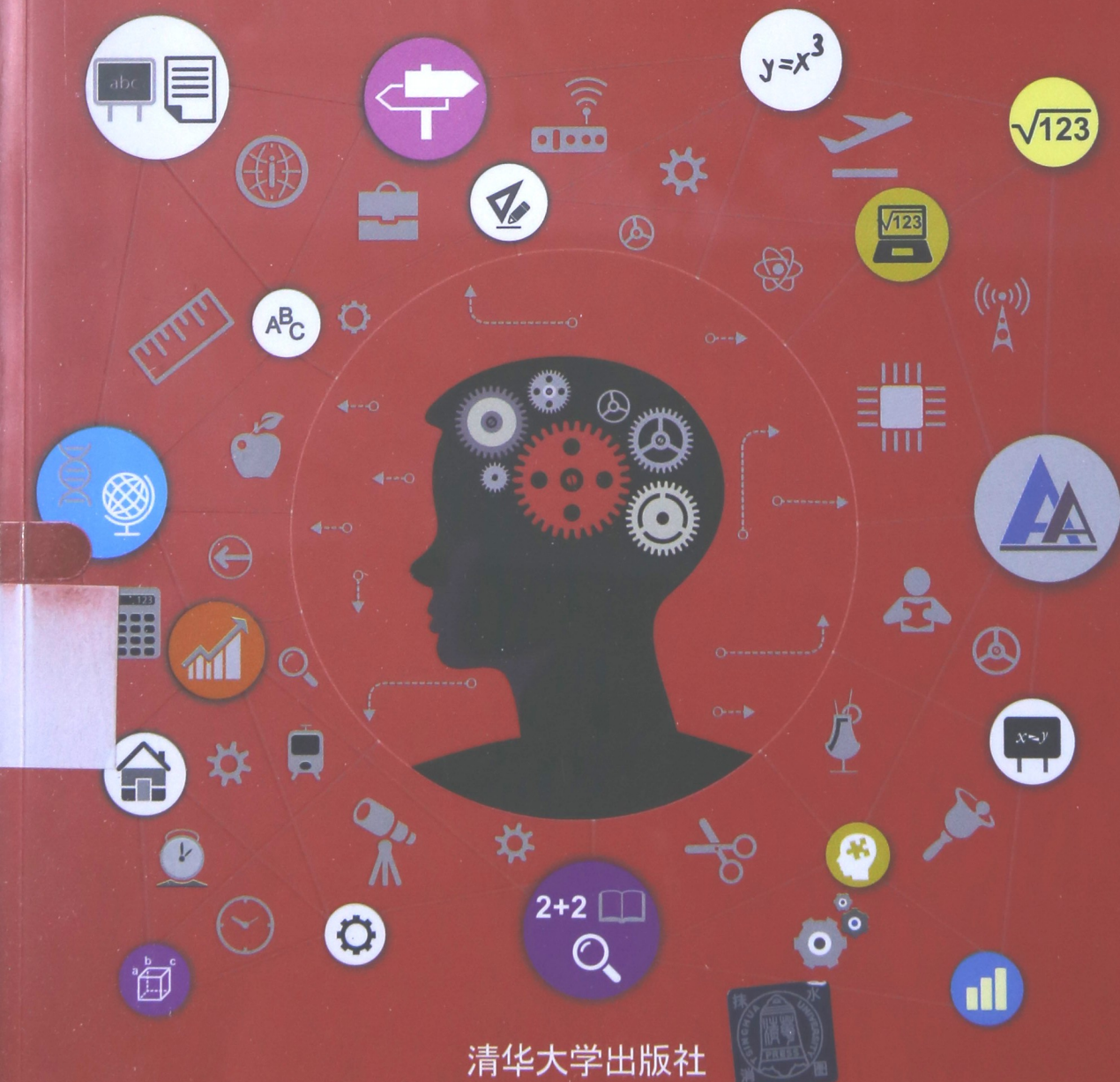
我和数学有约

——趣味数学及算法解析

余胜威　著



清华大学出版社

我和数学有约

——趣味数学及算法解析

余胜威　著

清华大学出版社
北　京

内 容 简 介

本书以数学趣味知识为背景，介绍了与生活、工作和学习等紧密结合的各种数学问题，并且辅以MATLAB程序验证，让问题的求解更加充实和直观。本书内容丰富、有趣，讲解通俗易懂，读者只需要具备基本的数学基础便可顺利阅读。通过阅读本书，一方面能够感受到数学知识的趣味横生，另一方面还能通过实际案例学习数学模型应用及算法求解思路等，从而提高自己的数学思维能力。

本书共10章，包括数学万花筒、数学逻辑之美、数字之美、著名猜想家、几何图形之美、思考的乐趣、天才的数学游戏、最优路径抉择、程序之美和精妙的人工智能。本书基本涵盖了常见的数学趣味知识及机理分析、博弈分析、分形维数、斐波那契数列、层次分析法、公平分配、旅行商问题、最短路径、最小树模型、信息检索、图像融合、回归分析、线性规划、神经网络和鱼群算法等算法解析。

本书几乎适合所有想提高数学思维和智慧的读者作为兴趣读物。对于各个阶段学习和研究数学的师生，本书更是一本不可或缺的参考书。另外，本书还可以作为广大MATLAB爱好者学习编程和算法的参考书。

本书封面贴有清华大学出版社防伪标签，无标签者不得销售。
版权所有，侵权必究。侵权举报电话：010-62782989　13701121933

图书在版编目（CIP）数据

我和数学有约——趣味数学及算法解析 / 余胜威著. —北京：清华大学出版社，2015
ISBN 978-7-302-39040-4

Ⅰ. ①我… Ⅱ. ①余… Ⅲ. ①数学－普及读物 Ⅳ. ①O1-49

中国版本图书馆CIP数据核字（2015）第017125号

安徽大学图书馆 藏书 www.lib.ahu.edu.cn

责任编辑：杨如林
封面设计：欧振旭
责任校对：胡伟民
责任印制：王静怡

出版发行：清华大学出版社
网　　址：http://www.tup.com.cn，http://www.wqbook.com
地　　址：北京清华大学学研大厦A座　　**邮　　编**：100084
社 总 机：010-62770175　　**邮　　购**：010-62786544
投稿与读者服务：010-62776969，c-service@tup.tsinghua.edu.cn
质 量 反 馈：010-62772015，zhiliang@tup.tsinghua.edu.cn
印 装 者：河北新华第一印刷有限责任公司
经　　销：全国新华书店
开　　本：185mm×260mm　　**印　　张**：18　　**字　　数**：450千字
版　　次：2015年4月第1版　　**印　　次**：2015年4月第1次印刷
印　　数：1～3500
定　　价：49.80元

产品编号：062274-01

前　言

《我和数学有约》，这是一个文艺范十足的书名，也可能是受到了大名鼎鼎的《鲁豫有约》这个节目名称的启发吧。之所以灵光一现想到这么一个书名，主要是想让这本书的读者不要对数学有距离感。数学陪伴我们每个人走过了很多个寒窗苦读的日子，每个人对它的感受也不尽相同，喜欢的，排斥的，听着就头大的……但我们始终摆脱不掉它，更没法遗忘它。所以我想以一种非常亲切的口吻开启这本书要讨论的话题。

大家知道，如果简单地对生活万物进行定性的触碰，或许我今天也不会坐在电脑前进行此书的序言写作了。本书着眼于生活，对生活中的一些事物形态进行了定性描述，并定量分析，以帮助我们更好地面对和解决生活中的各种问题。生活中的一些数学随处可见，它几乎也是我们生活的一部分，对生活的热爱，我们也需要转化为对数学的热爱。另外，从就业的整体情形看，数学好的人比数学差的人更有优势。如今的很多企业需要这样的员工：会用逻辑思维去分析问题并且借助于计算机解决问题，用定量化分析和解决问题，而不是天马行空，泛泛而谈。这两个方面的原因便是促使我写作这本书的原因。

本书以通俗易懂的语言向你展示了各种趣味数学问题，让你在享受数学之美的同时，也可以更快、更轻松地学习如何用数学定义一些生活中的问题，从而给出自己对问题的合理解答。本书内容广泛，除了常见的数学趣味知识，还介绍了机理分析、博弈分析、分形维数、斐波那契数列、层次分析、公平分配、旅行商问题、最短路、最小树模型、信息检索、图像融合、回归分析、线性规划、神经网络、鱼群算法等内容。为了让本书中的实例更加直观，书中的很多数学趣题都辅以了 MATLAB 程序验证。

本书共有 10 章内容。书中对以往的趣味数学问题进行了整合，并对问题进行了更深层次的研究，这使得本书知识面更广泛，题目更新颖，而且趣味性也更强。下面对各章内容做简要介绍。

第 1 章为数学万花筒。本章首先引入理性数学和感性认识，结合人体 3D 图像进行感性认识，然后通过程序实现曲线美，让人眼睛为之一亮，想继续看个究竟。接着通过巧拿硬币游戏、骰子点的排列方向、错位问题、双胞胎的秘密、称重问题、俄罗斯乘法原理和韩信点兵几个比较简单的趣味数学问题出发，让你感受数学的神奇。你会发现，数学真的无处不在，数字真是造物主留给我们的财富。

第 2 章为数学逻辑之美。本章从逻辑出发推理生活中经常碰到的一些困惑问题。例如，三个人住旅馆一题中的那一块钱究竟到哪去了呢？不经过严密的思考，你就很容易被惯性思维左右，从而进入思维的误区。另外，本章中诸如五猴分桃、牛顿问题、斯隆先生的四片果林、生活中的博弈等问题皆有着异曲同工之妙。

第 3 章为数字之美。数学之美当然是由数字塑造的美，数字的神奇在于科学家们不

厌其烦地探索出的数字规律，无不让人拍案叫绝。每次当我们面对这些数字，总是很惊叹，为什么这些数字能有这样的规律呢？为什么数字美得如此无懈可击？我相信本章定能激起很多人的数学热情，从“0.1−0.3+0.2 不等于 0”到“埃及金字塔的 142857”等问题，无不昭示着亘古不变的道理——“数在变，数字不变”。人类历史的长河里，人们被数字吸引着并牵制着。相信人们对数字的探索还将继续进行下去，而且希望你也是其中的一员。

第 4 章为著名猜想家。不言而喻，本章便是对著名科学家提出的举世闻名的猜想进行描述。这些猜想代表着学术的最高权威，值得一读，也希冀读者能够灵光一现，提出自己的见解。我觉得一本趣味数学书一定要介绍这些猜想。因为这些猜想都是世界级的难题，但到底有多难每个人有自己的理解。也许某个猜想能被你证明，给出一个合理而巧妙的解答，那么你也为这个世界做出了不可磨灭的贡献。因此我不厌其烦地查阅了大量资料对这些猜想进行分析，也是希望能对读者有所启发。

第 5 章为几何图形之美。诸如分形几何、螺旋线、斐波那契数列等，几何图形揭示了这神奇的自然，数学对生活进行了完美的刻画。好像数字都已经很魔幻了，几何图形之美显得那么理所当然。其实不然，几何图形之美是数字的排列组合之美，使其更加符合人们的审美。且看分形理论，在自然界中，很多自然景观就具有自相似性，如云彩、山脉、海岸线、火焰、水波等，只要抽象出这些自然景观的某些特征，再不断放大，就可以得到整体。本章基于分形理论，给大家展示了分形树的计算机应用程序。在此我也希望大家对程序越来越喜好，编程实现更好的分形图形而分享给大家。分形自然学带给人们对美的追求，而且也符合天人合一的思想，即老子所说的“道生一，一生二，二生三，三生万物。万物负阴而抱阳，冲气以为和”。

第 6 章为思考的乐趣。本章给出了较多的例子，例如八皇后问题、利润如何分配、给自己心仪的女生打分、如何渡河、如何掷铅球、旅行商问题、双层玻璃、足球门的危险区域等。这些例子大多来源于生活，是对生活中的问题进行了合理的假设，并进行了数学模型的构建和定量分析，从而得到一个最优化的解。例如“给自己心仪的女生打分”这个问题，如何打分成为了关键，当然我也只是选取了大部分男生的共同的评价指标——身高、体重、长相、性格、气质和价值观等来进行分析，由层次分析方法进行求解，得到你对心仪女生的综合得分，然后排序得到最心仪的女生。让数学来给自己做主，是不是很别致？我们不得不感叹，生活中的数学真的无处不在。

第 7 章为天才的数学游戏。想必你也想知道如何将数学应用到日常的小游戏中吧，例如 QQ 找茬、音乐盛宴、谷歌一下等很实用的一些游戏都用到了哪些数学知识呢？是一些高深莫测的数学知识吗？其实不然，“QQ 找茬”游戏只需要相减即可迅速判别哪些地方不同；“音乐盛宴”则是对音乐中的不同音调进行频率的定量分析；“谷歌一下”是统计一句话中某一个词或某一个字共出现过多少次，然后进行次数的降序排列，便会让第一页是最相关的资料，而最后一页是不太相关的资源。其实只需要合理利用一些数学知识，就可以得到一些吸引人眼球的小游戏。是不是很有趣？

第 8 章为最优路径的选择。既然是最优路径，那么必然是最应该选择的路径。试想一下，如果你是一个旅行者，从成都到武汉，这期间可能存在很多条不同的路回到武汉，

此为试读，需要完整PDF请访问：www.ertongbook.com

那么你如何行走才是花费时间最少或者总路程最短呢？这就是本章所要解决的问题。类似的还有最佳灾情巡视路线、盲人下山、最小树问题和最短路问题等。这些问题其实也和生活紧密相关，比如西气东输工程，如何布置管道才能使得材料最省？这就是一个典型的最小树问题。要让每一个点都要铺设到，而且所有的管道设计也要最节省，采用最小树算法便能够很轻松地解决问题。

第 9 章为程序之美。本章介绍了基于 MATLAB 程序设计的趣味图形及趣味数学问题求解，例如空间相交体的重心求解、桌球运动模拟等。这些问题能激发你对程序设计的热情。另外值得一提的是，左眼到右眼的距离究竟有多远这个问题，我考虑了一种新颖的计算方法——把采集的人的图像映射到三维空间去求出空间上的距离，而不是简单的直线距离，这很值得“炫耀”一番。

第 10 章为精妙的人工智能。本章讲解了现代科学计算方法，包含回归、线性规划、图像处理、神经网络和鱼群算法等。人工智能最典型的要数鱼群算法的应用了。该算法仿照生物觅食行为，达到函数的寻优功能，对于该算法的应用，我给出了大量的插图，并结合文字进行说明，便于读者更容易理解该算法的真谛。

介绍完了本书的主要内容，我觉得还非常有必要聊聊我的数学学习之路，以及我对数学学习的一些感悟，希望能对你起到抛砖引玉的作用。

数学的确有难度，但是一旦你走进了数学王国，那种逻辑美、对称美及和谐美绝对让你美不胜收。学习数学不像学习某些语言一样需要背诵很多东西。数学需要背的知识比较少，有了一定的数学基础，很多结论自己都可以推导出来，只不过是多花一些时间而已。我从小到大对数学比较爱好。在初中和高中其实和各位读者一样，主要学习了基本的数学知识。步入大学后则是高等数学，大多数和微积分相关。此时还采用人工计算未免显得不切实际。计算机的普及带来了数学的蓬勃发展，对我而言则是让高数和一些其他数学难题的求解变得更加便利和高效。因此学习编程成了我大学的主要业余爱好。我喜欢数学，喜欢数学书上画出来的那些带坐标轴的图形。我很好奇，这些图形是如何画出来的？这些疑问和痴迷驱使我走进了程序的大门。借助于一些科学计算软件，我的数学计算和求解越来越容易。所以掌握必要的程序设计方法和科学计算软件是非常有必要的，尤其是当你面临的是一个比较复杂的问题时。

在学习数学的过程中，有些人一看见数学公式和表达式就傻眼，根本不愿意去仔细看，会觉得这个问题肯定很难，花费时间看估计也看不懂，所以干脆就不看了，更不用说去编程实现了。关于这一点，我觉得必要的理论知识的确是需要具备的。但理论一般很抽象，需要和一些实际问题结合起来理解，才会化抽象为具体，从而更加易于理解。我在本书中引入了大量与实际紧密联系的数学趣题来讲解也是基于这个原因，相信你在阅读本书的时候会体会到。

那么阅读本书需要很高深的数学知识吗？非也。因为本书是写给广大数学爱好者作为提高数学思维和智慧的兴趣读物，书中高深莫测的东西并不多，你只需要具备基本的初中和高中的数学知识便可顺利阅读大部分内容。当然，书中也不可避免地会提到一些有一定难度的问题，则需要你具备一定的高等数学知识才能顺利阅读。另外，本书中的大部分问题辅以了 MATLAB 程序进行验证，如果你具备基本的 MATLAB 编程基础，阅

读起来会更加顺利和直观。当然，如果你没用过 MATLAB 也没有关系，也不会影响你对本书中的数学问题的理解，你只是无法用程序去验证这些问题而已。

本书由余胜威主笔编写。其他参与编写的人员还有李小妹、周晨、桂凤林、李然、李莹、李玉青、倪欣欣、魏健蓝、夏雨晴、萧万安、余慧利、袁欢、占俊、周艳梅、杨松梅、余月、张广龙。

感谢家人和朋友在我写作本书期间给予的关怀和帮助！感谢清华大学出版社的编辑在本书写作和出版上给予的帮助！也感谢广大的数学爱好者和算法爱好者，你们是我写作本书的最大动力！

相信开卷有益。最后祝你读书快乐！阅读本书过程中若有任何问题，请发电子邮件至 bookservice2008@163.com 以获得帮助。

余胜威

目　录

第 1 章　数学万花筒 …… 1

1.1　理性数学与感性认识 …… 1

1.2　倒推转化巧拿硬币 …… 3

1.3　点子的排列方向 …… 4

1.4　错位问题 …… 5

1.5　双胞胎的秘密 …… 6

1.6　只许称一次 …… 7

1.7　俄罗斯乘法原理 …… 9

1.8　韩信点兵 …… 9

第 2 章　数学逻辑之美 …… 11

2.1　还有 1 元钱去哪了 …… 11

2.2　五猴分桃 …… 12

2.3　斯隆先生的四片果林 …… 15

2.4　牛顿问题 …… 17

2.5　为什么赌博中庄家稳赚不赔 …… 17

2.6　生活中的博弈 …… 19

2.6.1　囚徒困境博弈 …… 20

2.6.2　海盗分赃博弈 …… 21

2.6.3　智猪博弈 …… 22

2.6.4　股市博弈 …… 23

2.6.5　淘宝商城博弈 …… 24

第 3 章　数字之美 …… 27

3.1　0.1–0.3+0.2 等于 0 吗 …… 27

3.2　数字黑洞 …… 30

3.3　3x+1 问题 …… 32

3.4　两位数的速乘 …… 33

3.5　三阶幻方 …… 34

3.6　天然幻方 …… 36

3.7　回文数 …… 36

3.8　数在变，数字不变 …… 38

3.9 埃及金字塔内的 142857 …… 39
第 4 章 著名猜想家 …… 41
4.1 西塔潘猜想破解了吗 …… 41
4.2 四色定理 …… 43
4.3 黎曼猜想 …… 46
4.4 霍奇猜想 …… 47
4.5 庞加莱猜想 …… 48
4.6 杨-米尔斯存在性和质量缺口 …… 50
4.7 纳维叶-斯托克斯方程的存在性与光滑性 …… 51
4.8 贝赫和斯维讷通－戴尔猜想 …… 52
4.9 哥德巴赫猜想 …… 52
4.10 几何尺规作图问题 …… 54
4.11 *P/NP* 问题 …… 57
第 5 章 几何图形之美 …… 60
5.1 分形维数 …… 60
5.1.1 分形树 …… 61
5.1.2 素描树 …… 62
5.1.3 Koch（科赫）曲线 …… 64
5.2 神奇的魔幻图形 …… 66
5.3 完美的螺旋线 …… 68
5.4 神奇的斐波那契数列 …… 75
5.5 令人叹为观止的视觉图像 …… 78
5.6 几何图形的线性变换 …… 81
5.7 世界杯足球触手可及 …… 85
5.8 五星红旗随风飘 …… 91
5.9 一颗红心永流传 …… 94
第 6 章 思考的乐趣 …… 97
6.1 八皇后问题 …… 97
6.2 利润如何分配 …… 99
6.3 给你心仪的女生打分 …… 101
6.4 如何渡河时间最短 …… 106
6.5 如何渡河位移最小 …… 107
6.6 如何渡河使得船舶向下漂移的距离最短 …… 107
6.7 如何投掷铅球投的最远 …… 109
6.8 看背包客如何玩遍湖北省 …… 113
6.9 运动员如何以最优速度赛跑 …… 122
6.10 椅子能在不平的地面放平吗 …… 126

6.11　拱形圆顶与椭圆顶哪个更划算 …… 128
6.12　双层玻璃的功效 …… 132
6.13　易拉罐形状和尺寸的最优设计 …… 134
6.14　人在走路时，步长多大最省力 …… 139
6.15　生日雷同 …… 143
6.16　足球门的危险区域 …… 145

第 7 章　天才的数学游戏 …… 152

7.1　QQ 找茬 …… 152
7.2　声音回放 …… 155
7.3　音乐盛宴 …… 156
7.4　玩转 Google 地球 …… 162
7.5　Google 是如何快速实现信息检索的 …… 165
7.6　信息检索 …… 168
7.6.1　简单的匹配搜索 …… 168
7.6.2　相对频率搜索 …… 170
7.6.3　潜语义索引搜索 …… 170
7.7　中文自动分词方法 …… 173
7.7.1　基于词典的机械匹配的分词方法 …… 177
7.7.2　正向减字最大匹配法 …… 177
7.7.3　逆向减字最大匹配法 …… 178
7.7.4　基于统计的分词方法 …… 178
7.7.5　基于人工智能的分词方法 …… 178
7.7.6　神经网络分词算法 …… 179
7.7.7　专家系统分词算法 …… 179

第 8 章　最优路径的选择 …… 180

8.1　最佳灾情巡视路线 …… 180
8.2　盲人下山 …… 184
8.3　Galton 钉板实验 …… 190
8.4　七桥问题 …… 194
8.4.1　有向图与无向图 …… 195
8.4.2　路和回路 …… 195
8.4.3　连通图 …… 195
8.4.4　无向图邻接矩阵 …… 196
8.4.5　有向图邻接矩阵 …… 196
8.4.6　有向图弧长邻接矩阵 …… 197
8.5　最小树问题 …… 198
8.6　最短路问题 …… 201

第 9 章　程序之美 ……206
9.1　百花齐放之程序之美 ……206
9.2　100 内取 10 个正数，和等于 100 ……213
9.3　还原真实场景 ……215
9.4　左眼到右眼的距离究竟多远 ……221
9.5　马航 MH370 飞行 3D 模拟 ……227
9.6　三角形的重心 ……229
9.7　相交体的重心在哪 ……232
9.8　桌球运动之美 ……242
第 10 章　精妙的人工智能 ……250
10.1　巧用回归方程 ……250
10.2　线性规划之 N 元方程求解 ……253
10.3　图像究竟是怎么表征的 ……260
10.4　人工神经网络 PK 人脑 ……262
10.5　不可思议的生物智能应用 ……266
参考文献 ……275

此为试读，需要完整PDF请访问：www.ertongbook.com

第 1 章　数学万花筒

数学是人类科技文明进步的阶梯。数学贯穿于我们的生活，生活离不开数学，就像鱼离不开水一样，生活在数学家的眼里，但是数学家游躺在生活的怀抱里。数学比较难，以至于让很多人讨厌学习它，然而当你走进数学的殿堂，你会发现，数学有着一种和谐美、对称美，更是有着对完美的塑造。本章将带你步入数学万花筒中，初步感知数学之美。

1.1　理性数学与感性认识

数学是理性的，得到的数据从来不骗人。数学来源于生活，它对生活的方方面面都有着一种美的塑造。我们感性认识数学就是数字的排列组合，使得呈现出不同的图案，让人们都接受它，然后去学习它，为我们的生活所用，然而有些数学模型很炫，和自然存在的万物相融合，显得那么唯美，例如女性的乳房。

我们对女性乳房有一定的认识，女性乳房是由一个复杂而又非常完美的 3D 曲面构成，具体的感性认识模型如图 1-1 所示。

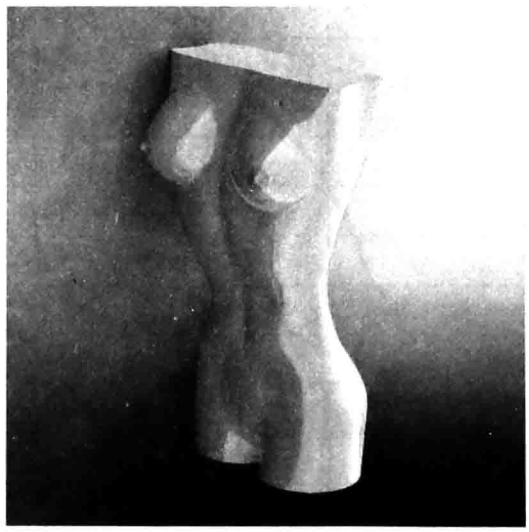


图 1-1　感性认识

对如图 1-1 所示的女性人体模型，单独定位乳房结构，从感性认识到理性分析，具

体如图 1-2 所示。

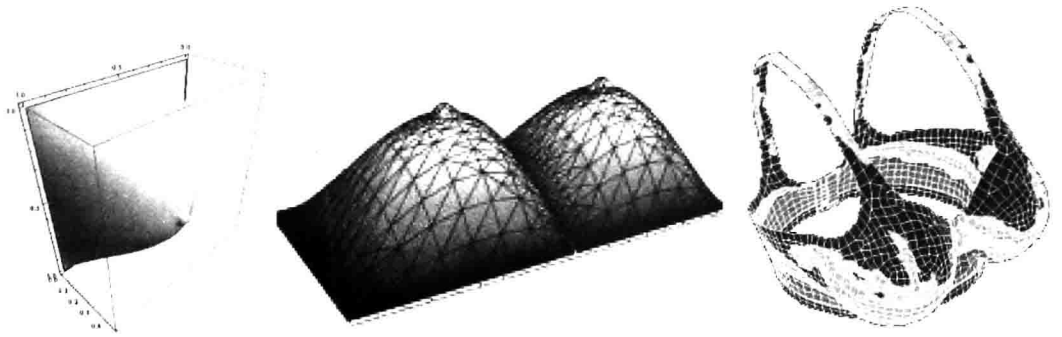


图 1-2　女性乳房模型

对于如图 1-2 所示，女性乳房是中心对称的 3D 曲面，这点也符合人体实际特征。

数学是极具魅力的，它几乎能模拟万物特征。对于如图 1-2 所示的物理模型，采用 2D 剖分线形式显示女性乳房截面，MATLAB 编程如下：

```
clc,clear,close all  %清屏和清除变量
warning off       %消除警告
x=0:0.01:1;
y=3.*x.*log10(x)-(1/30).*exp(-  ( (30.*x-30./exp(1)).^4));   %函数
plot(y,x)         %画图
grid on           %网格
axis equal        %坐标轴设置长度相同
```

运行程序输出结果如图 1-3 所示。

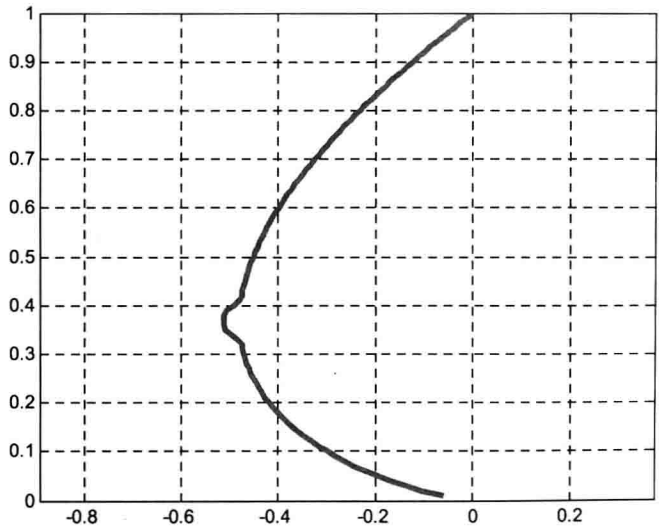


图 1-3　乳房 2D 视图

同样，采用三维曲面进行显示，MATLAB 程序如下：

```
clc,clear,close all      %清屏和清除变量
warning off              %消除警告
[X, Y] = meshgrid(0.01:0.01:1, 0.01:0.01:1);    %网格点化
Z = 11*X.*log10(X).*Y.* (Y-1)+exp(-((25 ...
          *X - 25/exp(1)).^2+(25*Y-25/2).^2).^3)./25;
surfl(X, Y, Z);    %3D 曲面绘制
shading flat       %平面着色
colormap(pink)     %粉色
view([20 30])      %视图
%colormap(jet)
shading interp     %平面插值
set (gcf, 'color', 'w')    %设置背景颜色
```

运行程序输出结果如图 1-4 所示。

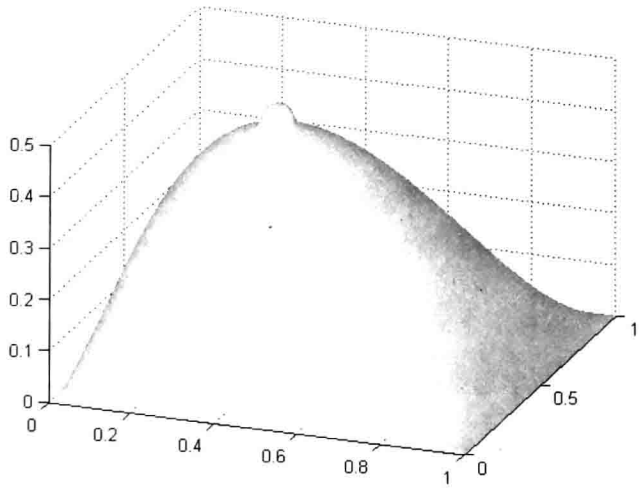


图 1-4　乳房 3D 视图

数学曲面人体乳房是不是极其逼真地再现了女性乳房。在我们的日常生活中，数学无处不在。数学体现出的那种抽象美、协调美与精确美是人们无法想象的，大胆构想，生活中的数学应用无处不在。

1.2　倒推转化巧拿硬币

听说过拿硬币的游戏吗？如果没听过，让我们先来熟悉一下拿硬币游戏的规则吧！

【问题】什么是拿硬币游戏呢？

【分析】

拿硬币游戏是两个人玩的游戏，要求每个参加者轮流拿走若干硬币，谁拿到最后一枚硬币谁就算赢。我们来实际进行一次拿硬币的游戏。

游戏 1：桌上放着 15 枚硬币，两个游戏者 A 和 B 轮流取走若干枚。规则是每人每

次至少取 1 枚，至多取 5 枚，谁拿到最后一枚谁就赢得全部 15 枚硬币。

【问题】对于拿硬币游戏，有没有能保证你赢的办法呢？若有，这办法又是什么呢？

【分析】

现在，假定你就是 A 同学，你把自己想象在处于即将赢的状态，该你取硬币了，而且桌面上硬币恰好不超过 5 枚，这时，你可以一次拿走桌上的所有硬币，成为赢者。现在，你能不能从这样的终点状态往前推，找出一个状态，使得只要你的对手处在这一状态，那么无论他拿走几枚硬币，你都会处于理想的获胜状态？不难发现，如果你的对手处于桌面有 6 枚硬币的状态，那么无论他拿走几枚（从 1 枚到 5 枚）硬币，桌上都会剩下至少 1 枚至多 5 枚硬币，这样胜利一定属于你。也就是说，谁拿走第 9 枚硬币，谁将获胜。

于是，A 同学在游戏 1 里获胜，即拿走第 9 枚硬币。游戏 1 等效于下面的游戏 2。

游戏 2：桌上放着 9 枚硬币，两个游戏者 A 和 B 轮流取走若干个。规则是每人每次至少取 1 枚，至多取 5 枚，谁拿到最后 1 枚谁就赢得游戏 1 中的 15 枚硬币。

继续对游戏 2 的倒推分析，我们不难知道，A 同学在游戏 2 的获胜情况与下面游戏 3 等效。

游戏 3：桌上放着 3 枚硬币，两个游戏者 A 和 B 轮流取走若干个。规则是每人每次至少取 1 枚，至多取 5 枚，谁拿到最后 1 枚谁就赢得游戏 1 中的 15 枚硬币。

在游戏 3 中，你只要第一个从桌上拿走 3 枚硬币便可赢得游戏 1 中的 15 枚硬币。

相信你，准赢。

用数学指导生活，用数学思维武装自己的头脑，生活处处是惊喜。

1.3 点子的排列方向

正常的骰子，相对两面的点子数目之和总是 7。你发现了吗？

如图 1-5 所示，这三只骰子是正常的。但是，从点子的排列方向来看，其中有一只与其他两只不同。

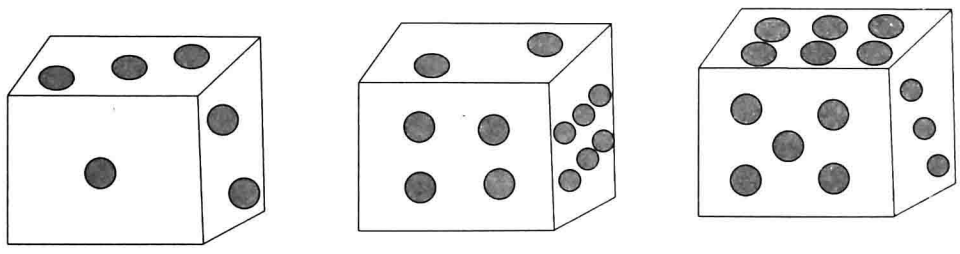


图 1-5　骰子上点子的排列方向

【问题】在 A、B 和 C 这三只骰子中，哪一只与其他两只不同？

【分析】

无论骰子怎样摆，一点、四点和五点的排列方向总是不变的。但是，两点、三点和六点却可以有如图 1-6 所示的不同排列方向。

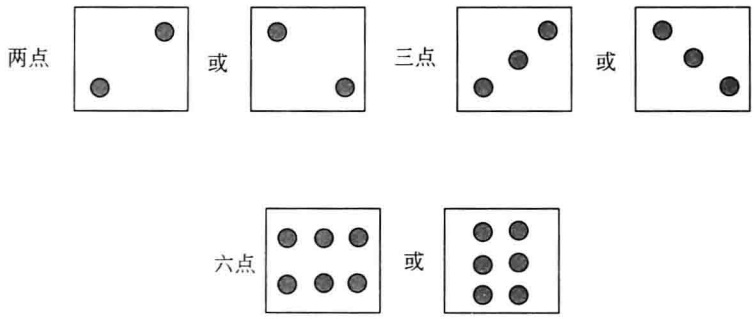


图 1-6　两点、三点和六点不同的排列方向

在 A、B 和 C 这三只骰子中，哪一只与其他两只不同？具体如以下的推理。

（1）如果骰子 B 和骰子 A 相同，则骰子 B 上两点的排列方向必定与图 1-5 中骰子 A 上三点的排列方向对称相反，所以骰子 A 和骰子 B 不是相同的。

（2）如果骰子 C 和骰子 A 相同，则骰子 C 上三点的排列方向必定与图 1-5 中骰子 A 上三点的排列方向对称相反，所以骰子 A 和骰子 C 是不相同的。

（3）如果骰子 C 和骰子 B 相同，则骰子 C 上的六点应该和图 1-5 中骰子 B 上两点的排列方向相同。

因此相同的必定是骰子 B 和骰子 C。与它们不同的便是骰子 A 了。

点子的排列方向问题，是不是很简单，懂了吗？留心生活，观察细微的东西，会有不一样的体会。

1.4　错 位 问 题

数学题并不是枯燥无味的，有很多和我们的生活相关的趣味数学题。例如这个错位数学问题。

【问题】什么是错位问题？

【分析】

我们在计算两个数字相减时，经常会遇到必须向前一位数借 1 的情况。其实并不是非借位不可。可以采用我们的补数加法运算，就是每个数字都用 9 来减，因此不会涉及借位的问题，这就是我们所谈及的错位问题。

例如，我们想计算 573-489=?，借助错位运算方法，可以不用借位，计算过程更轻松。

先用 999 减去 489 得 510，再将 510 加上 573 得 1083，忽略千位数 1，而在个位数

加 1，就可以得到最后的答案 84。

最后，573－489=84 。

【问题】为什么补数加法运算方法可行？

【分析】

补数加法运算方法可行的原因，可由下面的式子清楚地证明：

$$573-489=573+(1000-1000)-489$$
$$=573+(999+1-1000)-489$$
$$=573+(999-489)+1-1000$$

这个方法与电脑做减法运算的方式很类似，只是电脑是以二进位数字储存各运算值，因此电脑不是用一连串的“9”减去某数，而是用一连串的“1”。

采用计算机做这样的运算非常简单，因为运算的结果就是把原来的“1”变成“0”，“0”变成“1”，例如 1111-1011=0100。

错位原理是不是可以降低你采用减法出错的几率，大胆的想象，总结属于自己的巧解方法。

1.5 双胞胎的秘密

谈及双胞胎，大家可能眼前一亮，都知道双胞胎肯定是形似、神似的两个人，几乎接近于同一个人。然而我们这里的双胞胎也有一番味道，数字双胞胎兄弟，通过数数相乘，一对一对的双胞胎兄弟就并排显示在我们的眼前。

请看下面双胞胎数是如何产生的。

【问题】

（1）49 要乘上多少才能得到 4949？

（2）38 要乘上多少才能得到 383838？

（3）请找出 4 个质数，它们与一个二位数 *ab* 相乘所得的乘积为 *ababab* 。

（4）一个二位数 *ab* 与 73×101×137 的乘积会是多少？

【分析】

49×101＝4949

38×10101＝383838

10101=3×7×13×37

因此任何二位数 *ab* 乘以 3，再乘以 7，再乘以 13，再乘以 37，都会得到 *ababab* 。

73×101×137＝1010101

因此 *ab* 乘上这些数字之后，会得到 *abababab* 。

编写 MATLAB 程序如下：

```
clc,clear,close all      %清屏和清除工作区变量值
warning off              %清除警告
```


此为试读，需要完整PDF请访问：www.ertongbook.com