实用数学建模

——基础篇

姜启源　谢金星　编

高等教育出版社

实用数学建模

Shiyong Shuxue Jianmo

——基础篇

姜启源　谢金星　编

高等教育出版社·北京

内容提要

本书适用于应用型人才培养中的数学建模教学，分基础篇和提高篇两册。

基础篇从数据或故事出发，通过生活中的简单案例讲述什么是数学模型，以及怎样用机理分析方法和初等数学、微积分等工具建立模型，尽量避免繁琐的数学推导，可以作为数学建模课程的教学用书。

提高篇从实际问题出发，讲述优化、统计、决策、对策、网络、模拟等实用性较强的建模过程。计算方法力求讲清思路、针对应用，并介绍相应的软件实现，供在初步学习建模知识的基础上提高所用，并适于作为数学建模竞赛的培训教材。

本书可供培养应用型人才的一般院校及高职高专院校相关专业学习数学建模课程、参加数学建模竞赛培训使用，也为希望了解数学建模的各界人士打开一个窗口，可作为在各个领域中用数学建模方法解决实际问题的科技工作者的参考材料。

图书在版编目（CIP）数据

实用数学建模．基础篇/姜启源，谢金星编．--北京：高等教育出版社，2014.8

ISBN 978-7-04-040647-4

Ⅰ.①实… Ⅱ.①姜… ②谢… Ⅲ.①数学模型—高等学校—教材 Ⅳ.①O141.4

中国版本图书馆 CIP 数据核字（2014）第 159214 号

策划编辑 李晓鹏　责任编辑 李晓鹏　封面设计 王 洋　版式设计 于 婕
插图绘制 尹文军　责任校对 孟 玲　责任印制 韩 刚

出版发行 高等教育出版社
社　　址 北京市西城区德外大街 4 号
邮政编码 100120
印　　刷 河北新华第一印刷有限责任公司
开　　本 787mm × 960mm 1/16
印　　张 13
字　　数 230 千字
购书热线 010-58581118
咨询电话 400-810-0598
网　　址 http://www.hep.edu.cn
　　　　 http://www.hep.com.cn
网上订购 http://www.landraco.com
　　　　 http://www.landraco.com.cn
版　　次 2014 年 8 月第 1 版
印　　次 2014 年 8 月第 1 次印刷
定　　价 21.80 元

物 料 号 40647-00

前　言

数学建模是20世纪80年代初进入我国大学课堂的，经过30年的发展，目前已有上千所高校开设了各种形式的数学建模课程，正式出版的教材和参考书达200多本。一年一届的全国大学生数学建模竞赛自1992年开始举办，到2013年有1 300多所院校、23 000多个队的7万余名学生参加。数学建模的课堂教学与课外活动之所以得到大学师生的充分认同和热烈欢迎，可以从以下两个方面来认识：

首先，近几十年来时代发展和科技进步的大潮把数学建模从幕后推向了前台，其表现为，电子计算机技术的出现和迅速发展，为数学建模的应用提供了强有力的工具；在高新技术领域，数学建模几乎成为必不可少的手段；数学迅速进入经济、人口、生物、生态、医学、地质等新领域，为数学建模开拓了许多新的处女地。数学建模引入高等教育，顺应了时代发展的潮流，适应并满足了科技进步的需要。

其次，数学建模给教育改革和人才培养注入了强大活力。长期以来，数学的教学体系和内容形成了一种自我封闭的局面，教师教得辛苦，学生学得吃力。数学建模的引入为数学和外部世界的联系打开了一条通道，让学生亲自参加将数学应用于实际的尝试，参与发现和创造的过程，取得在传统的数学课堂里和书本上无法获得的宝贵经验和亲身感受，在知识、能力及素质三方面迅速成长。可以毫不夸张地说，数学建模进入大学课堂，是这些年来规模最大、最成功的一项数学教学改革实践。

像众多新生事物一样，数学建模教学与竞赛活动在各个学校的开展也遇到种种困难，并且呈现出不平衡现象。单从教材方面来说，虽然这些年出版了这么多本，但是大多数适合于学时较多、层次较高的重点大学使用；即便一些为一般院校、高职高专院校编写的数学模型教材，也存在着内容较多、较难的状况。

基于多年来从事数学建模教学和竞赛辅导、组织工作的实践经验，作者编写这本书的定位是，为培养应用型人才的一般院校、高职高专院校提供既可用于数学建模课程学习、又可用于参加数学建模竞赛培训的教材。

本书分基础篇和提高篇两册。基础篇从数据或故事出发，通过生活中的简单案例讲述什么是数学模型以及怎样用机理分析方法和初等数学、微积分等工具建立模型，尽量避免繁琐的数学推导，其中与《数学模型（第四版）》一书相重

的案例（约30%）也作了重新构思与简化，适于24至32学时的数学建模课程教学使用。

提高篇从实际问题出发，讲述优化、统计、决策、对策、网络、模拟等实用性较强的建模过程。计算方法力求讲清思路、针对应用，并介绍相应的软件实现，供在初步学习建模知识的基础上提高所用，并适于作为数学建模竞赛的培训教材。

数学建模竞赛为喜爱数学建模、希望通过解决实际问题培养建模能力的学生搭建了一个广阔的平台。本书每一章都选择全国大学生数学建模竞赛的一道题目，结合学生的优秀论文与命题人或评阅人的评述文章，加以归纳和整理，展示如何运用这一章的内容与方法，分析和求解这道赛题。

全书的组织结构和内容取舍由两位编者反复讨论决定，第6章、第9章以及8.3，10.2等节由谢金星编写，其余章节由姜启源编写。

在本书的编写过程中，编者结合教学方式和学习方式正在发生改变的现实，以“纸质教材＋数字课程”的方式对教材的内容和形式进行了整体设计。数字课程内容紧密结合纸质教材，包含与教材内容相关的教学视频、拓展案例、PPT课件和MATLAB、LINGO源程序，其中，教学视频来自编者在清华大学讲授“数学模型”课程的教学实录。希望通过这些资源的设计和支撑，辅助教师课堂教学，帮助学生更好地理解和实现建模过程。

诚恳希望广大读者指出本书的不足，提出宝贵的建议，让我们共同努力，为数学建模教学和竞赛活动取得更大成绩继续奋斗。

编者

2014年4月

目　　录

第0章 导引

众所周知,具有悠久历史的数学是自然科学、工程技术乃至社会科学的基础,是技术进步、经济建设和社会发展的重要工具.数学的应用领域十分广泛,数学的重要性得到人们广泛的认同.但是,作为一门基础的自然学科和一种精确的科学语言,数学又是以极为抽象的形式出现的.如果人为地割断数学与现实世界的密切联系,这种抽象的形式就会掩盖数学的丰富内涵,并对数学的实际应用形成巨大障碍.数学建模可以说是能够解决这个问题的一把钥匙.

要用数学方法解决一个实际问题,不论这个问题来自工程建设、经济管理、生物、医学、地质、气象,还是社会、金融领域乃至人们的日常生活当中,都必须在实际问题与数学之间架设一座桥梁.首先是把这个实际问题转化为一个相应的数学问题,即数学模型,然后对这个模型进行分析和计算,最后将所求得的解答回归实际,看能不能有效地回答原先提出的问题.如果最后得到的结果在定性或者定量方面与实际情况有很大的差距,就还要回过头来修正前面所建立的数学模型,一直到取得比较满意的结果为止.这个全过程,特别是其中的第一步——为所考察的实际问题建立数学模型,就称为数学建模.

作为全书的导引,0.1节利用两个生活中常见的实例介绍什么是数学模型,以及数学建模的基本方法和步骤,0.2节通过对数学建模重要意义的阐述,解释为什么要学习数学建模,0.3节给出一些怎样学习数学建模的建议,并对正在蓬勃发展的大学生数学建模竞赛及如何参加竞赛作简要介绍.

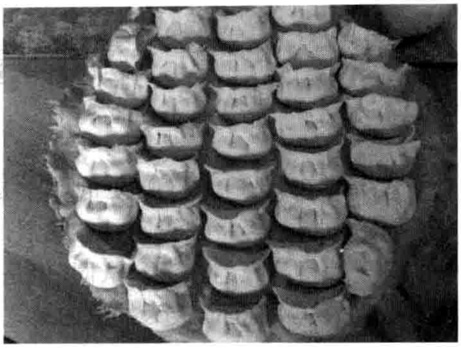
0.1 什么是数学建模——从包饺子和设路障说起

不少人认为需要用数学方法解决的基本上是高新技术、科学研究或者生产建设、经济管理中的重大问题,带着一些神秘色彩的数学离人们的日常生活很远.其实,通过数学建模可以分析我们身边的许多现象和问题.为了让数学走进生活,使大家更容易地了解什么是数学建模,本节展示日常生活中两个实例的建模过程,并简单介绍数学建模的方法和步骤.

0.1.1 包饺子中的数学

在最平凡不过的包饺子当中还有什么数学问题吗?让我们从一个具体例子

说起.



问题 通常,你家用 1 kg 面和 1 kg 馅包 100 个饺子. 某次,馅做多了而面没有变,为了把馅全包完,问应该让每个饺子小一些,多包几个,还是每个饺子大一些,少包几个? 如果回答是包大饺子,那么如果 100 个饺子能包 1 kg 馅,问 50 个饺子可以包多少馅呢?

分析 很多人都会根据"大饺子包得馅多"的直观认识,觉得应该包大饺子. 但是这个理由不足以令人信服,因为大饺子虽然包得馅多,但用得面皮也多,这就需要比较馅多和面多二者之间的数量关系. 利用数学方法不仅可以确有道理地回答应该包大饺子,而且能够给出数量结果,回答比如"50 个饺子可以包多少馅"的问题.

首先,把包饺子用的馅和面皮与数学概念联系起来,那就是物体的体积和表面积. 用 V 和 S 分别表示大饺子馅的体积和面皮面积, v 和 s 分别表示小饺子馅的体积和面皮面积,如果一个大饺子的面皮可以做成 n 个小饺子的面皮,那么我们需要比较的是,V 与 nv 哪个大? 大多少?

假设 容易想到,进行比较的前提是所有饺子的面皮一样厚,虽然这不可能严格成立,但却是一个合理的假定. 在这个条件下,大饺子和小饺子面皮面积满足

$$S = ns \tag{1}$$

为了能比较各个饺子馅的体积,所需要的另一个假设是所有饺子的形状一样,这是又一个既近似又合理的假定.

模型 能够把体积和表面积联系起来的是半径. 虽然球体的体积和表面积与半径才存在我们熟悉的数量关系,但是对于一般形状的饺子,仍然可以引入所谓"特征半径"R 和 r,使得

$$V = k_1 R^3, \quad S = k_2 R^2 \tag{2}$$

$$v = k_1 r^3, \quad s = k_2 r^2 \tag{3}$$

成立. 注意:在所有饺子形状一样的条件下,(2)和(3)中的比例系数 k_1 相同、k_2 也相同.

在(2)和(3)中消去 R 和 r 得

$$V = kS^{\frac{3}{2}}, \quad v = ks^{\frac{3}{2}} \tag{4}$$

其中 k 由 k_1 和 k_2 决定,并且两个 k 相同. 现在只需在(1)和(4)的 3 个式子中消

去 S 和 s，就得到

$$V=n^{\frac{3}{2}}v=\sqrt{n}(nv) \tag{5}$$

(5)式就是包饺子问题的数学模型.

解释　模型(5)不仅定性地说明 V 比 nv 大(对于 $n>1$)，大饺子比小饺子包得馅多，而且给出了定量结果，即 V 是 nv 的 $\sqrt{n}$ 倍. 由此能够回答前面提出的“100 个饺子能包 1 kg 馅，50 个饺子可以包多少馅”的问题，因为饺子数量由 $n_1=100$ 变成 $n_2=50$，所以 50 个饺子能包 $\sqrt{n_1/n_2}=\sqrt{2}(\approx 1.4)$ kg 馅. 不用数学建模，你想不到这个结果吧.

小结　回顾整个建模过程，关键的有以下几点：

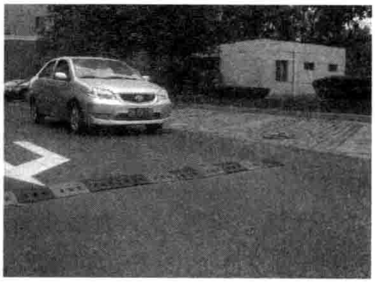
1. 用数学语言(体积和表面积)表示现实对象(馅和面皮)；
2. 作出简化、合理的假设(面皮厚度一样，饺子形状一样)；
3. 利用问题蕴含的内在规律(体积、表面积与半径间的几何关系).

实际上，在数学建模中这样几条都是基本的和关键的步骤.

我们身边还有一些现象与包饺子问题相似，例如到超市买东西，大包装的比小包装的便宜(当然指单位重量的物品)，你能建立一个类似的模型给出合理的解释吗？(见习题第 3 题)

0.1.2　路障间距的设计

在校园、机关、居民小区的道路中间，常常设置用于限制汽车速度的路障. 看到路障你会想到有哪些能够用数学解决的问题吗？



问题　路障之间相距太远，起不到限制车速的作用，相距太近又会引起行车的不便，所以应该有一个合适的间距. 不妨向设计者提出这样的问题：如果要求限制车速不超过 40 km/h，路障的间距应该是多少？

分析　设计者可以设想，当汽车通过一个路障时，速度近乎于零，过了路障，司机就会加速，当车速达到 40 km/h 时，让司机因为前面有下一个路障而减速，至路障处车速又近乎于零，如此循环，即可达到限速的目的.

按照这种分析，如果认为汽车在两个相邻路障之间一直在作等加速运动和等减速运动，那么只要确定了加速度和减速度这两个数值，根据基本的物理知识，就很容易算出两个相邻路障之间应有的间距.

数据　要得到汽车的加速度和减速度，一个办法是查阅资料，通常可以查到：某牌号的汽车在若干秒内(或多远距离内)可以从静止加速到多快，或者某

牌号的汽车在若干秒内(或多远距离内)可从多大车速紧急刹车.由这样的数据推算出的是最大加速度和最大减速度,不能直接用于这里的问题.还有资料会给出加速度的一个范围,如从 1 m/s^2 到 10 m/s^2,也不方便使用.

比较实用的方法是进行测试,办法是请驾驶普通牌号汽车的司机在与设计路障的环境相似的道路上,模拟有路障的情况作加速行驶和减速行驶,记录行驶中的车速和对应的时间(需要坐在副驾位置的助手辅助).假定我们已经得到了如表 1、表 2 的数据.

表 1　加速行驶的测试数据

速度/(km/h)	0	10	20	30	40
时间/s	0	1.6	3.0	4.2	5.0

表 2　减速行驶的测试数据

速度/(km/h)	40	30	20	10	0
时间/s	0	2.2	4.0	5.5	6.8

假设　汽车通过路障时车速为零,其后作等加速运动,当车速达到限速时立即作等减速运动,到达下一个路障时车速为零.

建模　记汽车加速行驶的距离为 s_1,时间为 t_1,加速度为 a_1,减速行驶的距离为 s_2,时间为 t_2,减速度为 a_2,限速为 $v_{\max}$.根据熟知的物理定律有

$$s_1=\frac{1}{2}a_1t_1^2,\quad s_2=\frac{1}{2}a_2t_2^2 \tag{1}$$

$$v_{\max}=a_1t_1,\quad v_{\max}=a_2t_2 \tag{2}$$

汽车在两相邻路障间行驶的总距离 $s=s_1+s_2$,从(1),(2)中消去 t_1, t_2 得到

$$s=\frac{v_{\max}^2}{2}\left(\frac{1}{a_1}+\frac{1}{a_2}\right) \tag{3}$$

(3)式为路障间距设计的数学模型.对于某个给定限速 $v_{\max}$ 的具体问题,由测试数据估计出加速度 a_1 和减速度 a_2 后,即可计算路障间距 s.

计算　以速度 v 为横坐标、时间 t 为纵坐标,将表 1、表 2 的数据作散点图(图 1、图 2 中的圆点),可以看出速度与时间大致为线性关系,这也能用于验证汽车在路障间作等加速运动和等减速运动的假设是否基本正确.记等加速和等减速运动速度与时间的关系分别为 $t=c_1v+d_1$ 和 $t=c_2v+d_2$.作为粗略估计,不妨手工在图 1 上尽量靠近数据点画一条直线,因为直线在 $v=0$ 和 $v=40$ 的 t 的坐标差约为 $5.3-0.3=5$,所以图 1 直线的斜率为 $c_1=\dfrac{5\times3.6}{40}=0.45(s^2/m)$①.

① 式中的 3.6 是速度单位由 km/h 换算成 m/s 的结果.

类似地处理图 2，得到直线的斜率为 $c_2=-\dfrac{7\times3.6}{40}=-0.63(\mathrm{s^2/m})$. 由图 1、图 2 可知 d_1,d_2 很小，视为 0，于是加速度 $a_1=\dfrac{1}{c_1}$，减速度 $a_2=-\dfrac{1}{c_2}$. 又按问题要求 $v_{\max}=40\ \mathrm{km/h}=11.1\ \mathrm{m/s}$，将 $a_1,a_2,v_{\max}$ 代入（3）式计算得 $s=\dfrac{11.1^2\times(0.45+0.63)}{2}\approx66.5(\mathrm{m})$. 可将路障间距设计为 67 m.

如果根据表 1、表 2 的数据利用最小二乘法编程计算，可得 $c_1=0.4536$，$c_2=-0.6084$，$s=65.5556$ m，与手算结果相差不大.

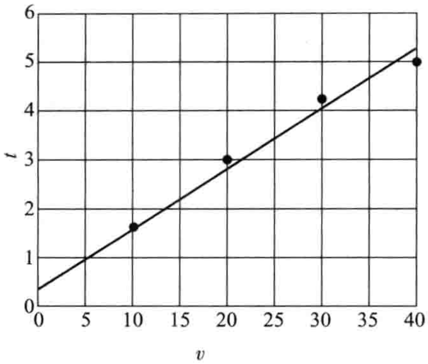


图 1　加速行驶测试数据图形

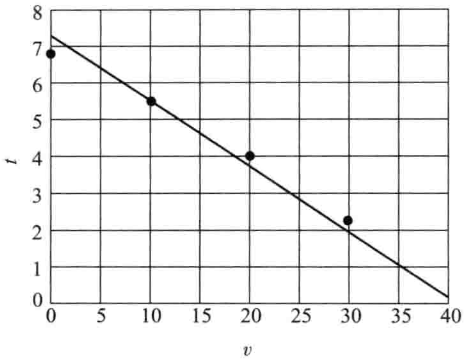


图 2　减速行驶测试数据图形

小结　上述建模过程的关键除了作出简化、合理的假设（等加速和等减速行驶）及利用问题蕴含的内在规律（时间、距离、速度、加速度之间的物理关系）以外，还有根据测试数据估计模型的参数（加速度和减速度），这也是建模中常用的方法.

实际确定路障间距时还要考虑路口及居民楼、教室的位置等因素，那就不是这个模型所能讨论的了.

0.1.3　数学模型和数学建模

数学模型（Mathematical Models）　不需要从数学上严格定义，一般地可以描述为：对现实世界的一个**特定对象**，为了某个**特定目的**，根据特有的**内在规律**，作出必要的**简化假设**，运用适当的**数学工具**，得到的一个**数学结构**[1].

数学建模（Mathematical Modeling）　简称建模，指的是建立数学模型的全过程，包括问题的表述和分析、模型的假设与构成、模型求解、结果解释、模型检验等.

数学建模可以用图 3 表示为从现实对象到数学模型，再从数学模型回到现

实对象的一个循环、上升的全过程.

表述是将现实问题用数学语言和符号“翻译”成抽象的数学问题,属于归纳法,是依据个别现象推出一般规律.数学模型的求解则属于演绎法,是按照普遍原理考察特定对象,导出结论.解释是把数学模型的解答“翻译”回到现实对象,作出定性和定量的分析.最后,作为这个过程的重要一环,这些结果需要用实际的信息加以验证.建模可以看作两个来回“翻译”的循环.

图 3 也揭示了现实对象和数学模型的关系.一方面,数学模型是将现象加以归纳、抽象的产物,它源于现实,又高于现实.另一方面,只有当数学建模的结果经受住实际对象的检验时,才能证明其正确性,在完成实践——理论——实践这一循环的同时,实现理论指导实践的上升.

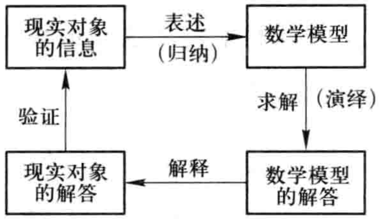


图 3　数学建模的全过程

0.1.4　数学建模的基本方法和步骤

数学建模面临的实际问题是多种多样的,建模的目的不同,分析的方法不同,采用的数学工具不同,所得模型的类型也不同,我们不能指望归纳出若干条准则,适用于一切实际问题的数学建模.下面所谓基本方法不是针对具体问题,而是从方法论的意义上讲的.

数学建模的基本方法大体上可分为机理分析和测试分析两种.**机理分析**是根据对客观事物特性的认识,找出反映内部机理的数量规律,建立的模型常有明确的物理或实际意义.前面几个实例都是用的机理分析.**测试分析**将研究对象看作一个“黑箱”系统(意思是它的内部机理看不清楚),通过对系统输入、输出数据的测量和统计分析,按照一定的准则找出与数据拟合得最好的模型.

对一个实际问题用哪一种方法建模,主要取决于人们对研究对象的了解程度和建模的目的.如果掌握了一些内部机理的知识,模型也要求具有反映内在特征的物理意义,建模就应以机理分析为主.而如果对象的内部规律基本上不清楚,模型也不需要反映内部特性(例如仅用于对输出作预报),那么就可以用测试分析.

对于许多实际问题还常常将两种方法结合起来建模,用机理分析建立模型的结构,用测试分析确定模型的参数.路障间距设计的建模过程就是这种情况.

机理分析当然要针对具体问题来做,不可能有统一的方法,因而主要是通过实例研究来学习.测试分析有一套完整的数学方法,是一门专门学科.本书以后所说的数学建模主要指机理分析.

数学建模的步骤并没有一定的模式，下面介绍的是机理分析方法建模的一般过程，如图 4 所示.

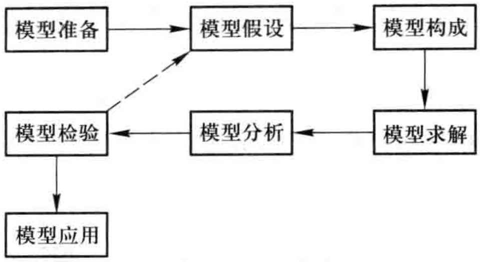


图 4　数学建模步骤示意图

模型准备　了解问题的实际背景，明确建模目的，搜集必要的信息，如现象、数据等，尽量弄清对象的主要特征，形成一个比较清晰的"问题"，由此初步确定用哪一类模型. 情况明才能方法对. 在模型准备阶段要深入调查研究，虚心向实际工作者请教，尽量掌握第一手资料.

模型假设　根据对象的特征和建模目的，抓住问题的本质，忽略次要因素，作出必要的、合理的简化假设，对于建模的成败是非常重要和困难的一步. 假设不合理或太简单，会导致错误的或无用的模型；假设过分详细，试图把复杂对象的众多因素都考虑进去，会使你很难或无法继续下一步的工作. 常常需要在合理与简化之间作出恰当的折中. 通常，作假设的依据出于对问题内在规律的认识，及对现象、数据的分析. 想象力、洞察力、判断力以及经验在模型假设中起着重要的作用.

模型构成　根据所作的假设，用数学的语言、符号描述对象的内在规律，建立数学模型. 这里除了需要一些相关学科的专门知识外，还常常需要较为广阔的应用数学方面的知识. 要善于发挥想象力，注意使用类比法，分析对象与熟悉的其他对象的共性，借用已有的模型. 建模时还应遵循的一个原则是，尽量采用简单的数学工具，因为你的模型总是希望更多的人了解和使用，而不是只供少数专家欣赏.

模型求解　可以采用解方程、画图形、优化方法、数值计算、统计分析等各种数学方法，特别是数学软件和计算机技术.

模型分析　对求解结果进行数学上的分析，如结果的误差分析、数据的灵敏性分析等.

模型检验　用求解和分析结果解释实际问题，与实际的现象、数据比较，检验模型的合理性和适用性. 如果结果与实际不符，问题常常出在模型假设上，应该修改、补充假设，重新建模，如图 4 中的虚线所示. 这一步对于模型是否真的有

用非常关键，要以严肃认真的态度对待. 有些模型要经过几次反复，不断完善，直到检验结果获得某种程度上的满意.

模型应用 应用的方式通常与问题性质、建模目的有关，基本上不属于本书讨论的范围.

应当指出，并不是所有问题的建模都要经过这些步骤，有时各步骤之间的界限也不那么分明，建模时不要拘泥于形式上的按部就班. 本书的实例就采取了灵活的表述形式.

0.2 为什么学习数学建模——顺应时代潮流与培养创新人才

数学建模并不是什么新东西. 作为用数学方法解决实际问题的第一步，数学建模与数学有着同样悠久的历史. 公元前 3 世纪，欧几里得在总结前人结果基础上建立的欧几里得几何，就是针对现实世界的空间形式提出的一个数学模型. 开普勒根据大量的天文观测数据总结出来的行星运动三大规律，后经牛顿利用万有引力公式，从力学原理出发给出了严格的证明，更是一个数学建模取得光辉成功的例子. 到近代，出现在流体力学、电动力学、量子力学中的一些重要方程，也都是抓住了该学科本质的数学模型，已经成为相关学科的核心内容和基本构架.

那为什么直到 20 世纪后半叶，数学建模才逐渐得到人们的普遍重视和广泛应用，并且进入高等院校的课堂呢？

0.2.1 数学建模顺应时代发展潮流，适应科技进步需要

近几十年来，时代发展和科技进步的大潮把数学建模从幕后推向了前台，主要有以下几个因素起了巨大推动作用.

1. 电子计算机技术的出现和迅速发展，为数学建模的应用提供了强有力的工具.

众所周知，在机械、电机、土木、水利等传统的工程技术领域中，许多实际问题都以力学、电学、热学、光学等物理学科的定律、法则，以及由此衍生、推导出来的公式、规范为基础，这些定律、公式又基本上是以数学模型的形式表述的，可以说，数学建模在工程技术领域的应用由来已久.

但是，随着科学技术和工艺水平的发展，设计、制造、生产、运行中的一些实际问题的数学模型越来越复杂，需要处理的数据越来越多，使用电子计算机出现之前的计算工具（从手算、算盘到计算尺、手摇计算机等），基本上无法求解，数学模型陷入无用武之地的尴尬处境.

20世纪40年代，电子计算机的出现以及其后几十年来高速、大型计算机和与之相伴的微电子、自动化、激光、通信等科学技术的迅速发展，使得诸如大型机械、建筑构件的受力分析，巨型水坝的应力计算，涡轮机叶片、飞机机翼的设计，石油勘探的数据处理与含油层的识别，电力、化工生产运行过程的控制等重大项目中的数学建模课题迎刃而解. 建立在数学模型和计算机技术基础上的模拟技术以快速、经济、方便等优势，大量地替代了传统工程设计中的现场实验、物理模拟等手段. 像气象预报、基因工程等领域中一些更为复杂的问题，也可以利用数学建模加以解决.

2. 在高新技术领域，数学建模几乎是必不可少的手段.

无论是发展通信、航天等高新技术本身，还是将高新技术用于传统工业去创造新工艺、开发新产品，计算机技术支持下的数学建模和数值模拟都是经常使用的有效手段. 建模、计算和计算机图形学等相结合形成的计算机软件已经被固化于产品中，起着凝聚技术含量的核心作用，被认为是高新技术的主要特征之一. 在这个意义上，数学不再仅仅作为一门科学，是许多技术的基础，而且直接走向了技术的前台. “高技术本质上是一种数学技术”的观点被越来越多的人接受，而数学建模成为数学技术的重要组成部分.

当今，微型计算机已经遍布于银行、超市、机场、旅店、图书馆、办公室，进入人们的日常生活中，每天大量数据以爆炸之势涌入，需要由建模和计算形成的数学方法予以去粗取精、去伪存真、整理加工、寻找规律. 在互联网飞速发展的时代，如果没有以数学建模为核心的搜索引擎，就不可能在百度、谷歌等网站上迅速找到千百万条相关的信息. 可以说，在以高新技术为代表的知识经济的大潮里，计算机技术和数学建模起着如虎添翼的作用.

3. 数学迅速进入一些新领域，为数学建模开拓了许多新的处女地.

半个多世纪到一个世纪以前，在经济、人口、生物、生态、医学、地质、农业等领域，大体还停留在定性分析的阶段，数学的使用只限于非常初等的运算. 随着社会发展科学化、定量化的需要，数学逐渐向这些领域渗透. 人们认识到，与一般工程技术领域存在着作为理论基础的物理定律和数学公式不同，当用数学方法研究这些不妨称为非物理领域的现象和规律时，首要的和关键的一步就是建立与那个学科相应的数学模型. 于是，一些交叉学科如计量经济学、人口控制论、生物数学、数学生态学、数学地质学等应运而生. 在这些学科中，利用各种数学方法建立不同类型、不同深浅程度、不同应用范围的模型，不仅可供开拓的余地相当大，而且面临着许多本质性的困难，这就为数学建模提供了广阔的新天地.

教育特别是高等教育必须及时反映并适应科技发展和社会进步的需求，在上述时代背景下，数学建模课程于20世纪60年代开始在西方国家的一些大学

出现,并于80年代初开始进入我国的大学.

0.2.2 数学建模给教育改革和人才培养注入了强大活力

数学教育本质上是一种素质教育,它不应使学生仅仅生吞活剥地学到一些数学概念、方法和结论,而要让学生领会到数学的思想方法和精神实质,掌握数学学科的精髓,自觉地接受数学文化的熏陶,使数学成为得心应手的工具.

从小学、中学到大学,数学都是一门基础课、重点课,学习课时多,考试压力大.长期以来,数学的教学体系和教学内容形成了一种自我封闭的局面,教师教得非常辛苦,学生学得非常吃力,以致产生畏惧感,造成恶性循环.即使在考试中赢得高分的学生,也大都不知道、更不会运用学到的数学知识去解决遇到的实际问题.

数学教育应该培养学生两种能力,一种是逻辑推导、证明、计算等,不妨简称"算数学",另一种是以数学为工具分析、解决实际问题,不妨简称"用数学".两种能力的培养是同等重要的.然而长达十几年的数学教学显然是偏重前者、忽视后者的.

老师们在急迫地寻找解开数学教学困境的钥匙,同学们也迫切需要学到生动的、充满活力的数学知识.数学建模的引入,恰似一股湍急的溪流,注入了原有数学课程体系的大河,激起层层波浪,在教学过程中为数学和外部世界的联系提供了一种有效的方式,打开了一条通道.通过数学建模的学习及各种活动,学生亲自参加将数学应用于实际的尝试,参与发现和创造的过程,取得在传统的数学课堂里和书本上所无法获得的宝贵经验和亲身感受,必能启迪他们的数学心智,促使他们更好地应用数学、品味数学、理解数学和热爱数学,在知识、能力及素质三方面迅速成长.可以毫不夸张地说,数学建模引入大学课堂,是这些年来规模最大、最成功的一项数学教学改革实践.

0.3 怎样学习数学建模——学习课程和参加竞赛

有人说,数学建模与其说是一门技术,不如说是一门艺术.大家知道,技术一般是有章可循的,许多工程领域都有专门的技术规范,只要严格按照规范去做,事情就可以完成得八九不离十.而艺术通常无法归纳出几条一般的准则或方法,一位出色的艺术家需要大量的观摩和前辈的指教,更需要亲身的实践.从这样的意义上说,数学建模更接近艺术,其含义是,目前尚不能找到若干法则或规律,用以完成不同领域各种问题的建模.

这样看来,学习数学建模与学习一般的数学课程会有较大的不同.多数建模